

La acción tutorial en los trabajos de investigación en el Bachillerato

Grup Vilatzara*

LOS TRABAJOS de investigación que los alumnos de Cataluña han de realizar en el Bachillerato son un conjunto de actividades estructuradas y orientadas a la investigación, sobre un ámbito escogido y acotado, en parte, por el alumnado, y llevadas a cabo durante un período aproximado de un curso.

El objetivo principal del trabajo de investigación es que el alumnado use determinados procedimientos, y que lo haga en ámbitos que pueden ser diferentes de aquellos en los que los adquirió, profundizando, al mismo tiempo, sobre algún tema de su interés. Han de ser actividades para consolidar y desarrollar capacidades de investigación, argumentación y expresión, aplicándolas a las diferentes materias del currículo. Con ellas se pretende que los alumnos sean capaces de transferir conocimientos de un campo a otro. En definitiva, pretenden ser trabajos en los que intervengan todos los elementos de una investigación –incluyendo una presentación oral ante un tribunal del instituto–, como se describe en la normativa que los regulan (Departament d'Ensenyament, 1992).

Un trabajo de investigación compromete al alumnado y al profesorado en una tarea común de acuerdo con los objetivos generales oficiales (resumidos en el párrafo anterior). Estos objetivos se pueden conseguir siguiendo una acción tutorial que permita involucrar a los alumnos en la realización de investigaciones ricas y novedosas, y que sean, a la vez, de su interés. Para conseguir este fin, el Grup Vilatzara ha desarrollado y ha puesto en práctica una forma de actuar específica (Grup Vilatzara, 1999, 2000), que abarca aspectos tan diversificados como las ofertas de trabajos de investigación, las reflexiones iniciales con cada alumno o alumna, las orientaciones básicas a los profesos-

En este artículo presentamos un modelo de acción tutorial de los trabajos de investigación en el Bachillerato, que estamos poniendo en práctica. Clasificamos los diferentes tipos de investigaciones y analizamos los puntos más significativos de tal modelo, cuya finalidad es la de mejorar las capacidades de investigación del alumnado.

* Los componentes del Grup Vilatzara son Jesus Bondia, Pedro Cobo, Joaquín Giménez, Francesc Campos, Jordi Comellas, Jaume Serra, Manuel Sol y Xavier Vilella.

res, la planificación, el seguimiento y la producción final, así como la evaluación y la autorreflexión de los alumnos.

En este artículo nos proponemos incidir en los aspectos más relevantes de esta acción tutorial, con la finalidad de mejorar nuestra actuación como profesores en la dirección de trabajos de investigación, conscientes de que esta mejora contribuirá a desarrollar de forma más efectiva las capacidades de investigación de los alumnos, que es, en definitiva, el fin último de nuestra actuación. Con ello, además, cada profesor o profesora tendrá la oportunidad de ampliar sus conocimientos respecto a los contenidos de las investigaciones, lo que le facilitará la generación de líneas nuevas de investigación.

Proceso de tutorización

La acción tutorial que proponemos, y que mostramos esquematizada en la figura 1, la hemos dividido en tres fases: inicio y adaptación, desarrollo, y comunicación y reflexión. La primera de ellas abarca aspectos como: la preparación y presentación de las ofertas de posibles trabajos de investigación al alumnado, las propuestas que éste nos hace sobre los temas de su interés y los acuerdos a los que los profesores y los alumnos llegan sobre el contenido del trabajo y sobre la actuación futura. En esta fase, el tutor o la tutora ha de facilitar al alumnado la elección del tema, sabiendo adaptarlo a su nivel de conocimientos. Al mismo tiempo, ha de ir cediéndole el protagonismo, de tal forma que los acuerdos que se consensúen entre ambos al final de la fase —acotación del tema y de los objetivos, explicitación del problema, planificación y prevención de actuaciones, y organización general—, sirvan para dar al alumnado autonomía plena en las siguientes fases.

A partir de su compromiso con el tutor y de la elaboración de la planificación, el alumno toma el protagonismo y los profesores pasan a un segundo plano, realizando, en la fase de desarrollo, un papel no menos importante que el de la primera, como es el de controlar el cumplimiento de los acuerdos a los que han llegado. Este control se realizará mediante entrevistas periódicas y revisiones del material que vaya presentando el alumno o alumna.

Durante el desarrollo de la investigación, las interacciones profesor-alumno han de incidir en la toma de conciencia por parte de éste sobre dónde se encuentra en el proceso de resolución y sobre las posibles modificaciones y aceptación de limitaciones que se vayan produciendo. La explicitación de tales acotaciones y limitaciones del tema a investigar obligará al alumno a aportar ideas sobre posibles ampliaciones de la investigación, o sobre nuevos temas que puedan ser objeto de futuras investigaciones. Todo ello contribuirá al desarrollo de su madurez científica.

La fase de desarrollo acaba con la decisión de que se tienen suficientes elementos de la resolución para darla por

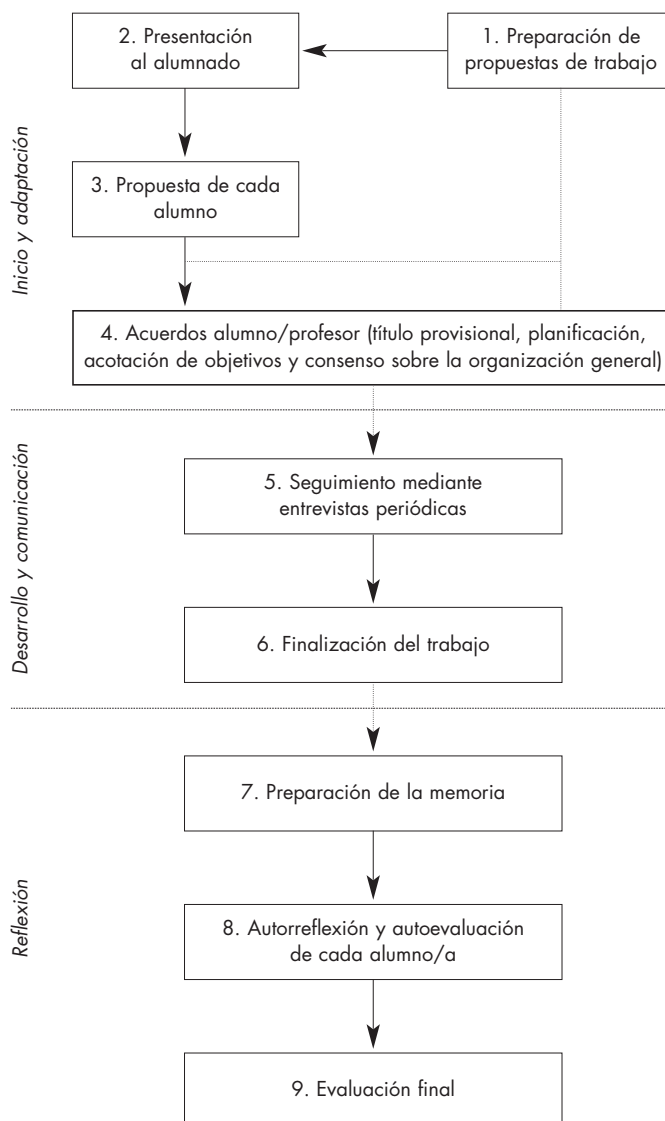


Figura 1. Esquema secuencial de la acción tutorial de los trabajos de investigación en el Bachillerato

finalizada, aunque no se haya resuelto totalmente el problema de partida.

En la última fase —comunicación y reflexión—, el objetivo estará centrado en instar al alumnado a perfeccionar los argumentos que ha dado y a preparar una buena presentación del proceso realizado. Esta presentación puede aprovecharse como instrumento de revisión y autorreflexión, de tal forma que le obligue a ser consciente de todas las fases del proceso y a reflexionar sobre la eficiencia y utilidad de la solución encontrada, aspecto que nunca hemos de perder de vista.

Los temas y los tipos de investigación

Para conseguir ilusionar al alumnado y darles la oportunidad de que sean ellos los que definan el tema de investigación, debemos reconocer, desde el inicio, la importancia de definir ámbitos de trabajo y no temas concretos. Así, pensamos que las investigaciones matemáticas consideradas tienen tres elementos clave: una pregunta relevante, un desarrollo organizado que intenta darle respuesta y un proceso comunicativo que explica el cómo y el porqué del resultado. La pregunta puede ser sobre un tema cualquiera, pero siempre que en su desarrollo se usen técnicas propias de las matemáticas.

Ante todo, debemos reconocer que existen distintos tipos de investigación y problemas posibles, y que no siempre cualquier tipo de trabajo está al alcance de cualquier alumno.

Según las técnicas a utilizar podemos considerar tres tipos de investigaciones: experimental, tecnológica (que algunos llaman aplicada) y básica.

Llamamos investigación *experimental* a la que parte de un problema que requiere de un estudio de la situación misma, observándola con medios directos de entrevista, analizando los datos con medios propios de la etnografía y concluyendo, normalmente, con descripción y conjeturas. En este sentido, se puede hablar de un personaje matemático y su actuación, del reconocimiento de elementos matemáticos de una realidad como la calle, la arquitectura..., o de la modelización de un problema real, como el análisis del tránsito en los cruces de las calles, etc.

Consideramos como *tecnológica* la investigación que se centra en reconocer soluciones aplicadas de conocimientos matemáticos adquiridos o conocidos previamente. Aquí, lo importante es buscar relaciones, sintetizar informaciones matemáticas, o bien resolver algún caso particular de un problema real. En este tipo de problemas, se tiende a planear su solución de formas distintas, ais-

La elección del tema es importante porque deben hacerse compatibles la diversidad de intereses del alumnado, las posibilidades reales de no encontrar todo resuelto, y el realismo de reconocer la capacidad de enfrentarse con objetivos factibles.

lando variables y concluyendo por reconocer que sólo se ha resuelto una parte de los mismos. Entre otros, en esta categoría estarían los siguientes trabajos: los números de Fibonacci y sus aplicaciones, bases matemáticas de la música dodecafónica, qué se sabe de la teoría de ondas y en qué se aplica, las fractales, etc.

La investigación *básica* se centraría en tratar de descubrir aspectos en el interior de la matemática y su conceptualización. Evidentemente el alumnado no descubrirá teoremas importantes nuevos, pero puede rehacer soluciones computacionales a algún problema conocido, explicar sistemáticamente aspectos de la matemática actual no habituales, etc. Normalmente este es el tipo más complejo de investigación porque el alumnado no está preparado y no conoce ejemplos en su formación, pero podemos encomendar alguna tarea que se acerque a la teorización para alumnos muy predispuestos para la matemática abstracta. En un nivel más simple, el trabajo podría concluir en una buena síntesis de resultados. Lo importante en este tipo de investigación es que el alumnado se enfrente, como nuevo, al problema, aunque éste se haya resuelto ya. Ejemplos de este tipo son investigaciones sobre métodos numéricos de aproximación, análisis de técnicas diferentes de muestreo, etc.

Según el tipo de información de que se trate, los trabajos de investigación pueden ser: temáticos matemáticos (aproximaciones, fuerzas y máquinas, análisis matemático de un movimiento como un molino de agua, realización de un esquema en movimiento con ordenador, etc.), biográficos (Mateu de Santcliment, Francesc Aragó, Llorens Presas, Enric Jardí, Francesc Comas i Solà, etc.), modelizadores (fracciones y crecimiento, minerales y geometría, cerámica y geometría, análisis de cúpulas, etc.), historia de la ciencia (Galileo, Einstein, mapas y proyecciones, etc.).

Los enfoques temáticos y la adaptación al alumnado

La elección del tema es importante porque deben hacerse compatibles la diversidad de intereses del alumnado, las posibilidades reales de no encontrar todo resuelto, y el realismo de reconocer la capacidad de enfrentarse con objetivos factibles. Sería bonito para algunos estudiantes el enfrentarse con un problema de intervención real o de mejora del entorno, pero quizás se requieren instrumentos técnicos matemáticos que no están a su alcance. Guardar ese equilibrio inicial es importante.

En la figura 2 se presentan algunos ejemplos de cómo un mismo centro de interés puede dar lugar a trabajos distintos con contenidos matemáticos diversos. Así, el tutor o tutora debe reconocer si es mejor encauzar al estudiante hacia un tema u otro, según la capacidad de cada alumno. Es posible que esta elección no se pueda hacer inmedia-

<i>Centro de Interés</i>	<i>Tema concreto</i>	<i>Contenidos asociados</i>
La vida, lo biológico y lo complejo	<ul style="list-style-type: none"> • Caos y moléculas • Ecología y Matemáticas • Arte kinético 	Sistemas biológicos Ecuaciones de Volterra Ecuaciones en diferencias Métodos de pronóstico
Mensajes secretos, espionaje...	<ul style="list-style-type: none"> • Criptografía y protección de datos • Criptoanálisis 	Modelos estadísticos Diseños muestrales Lenguajes de programación
Observación de formas curiosas	<ul style="list-style-type: none"> • Formas ergonómicas • Diseño y empaquetamientos • Parabolooides y Gaudí 	Simetría Geometría y realidad Ecuaciones y gráficas Modelos geométricos Diseño por ordenador

Figura 2. Contenidos asociados a temas concretos de investigación

tamente y deba esperarse a ver la información que se puede obtener en cada caso. Esa adaptación es importante, porque el alumnado no es capaz de tomar esa decisión por sí mismo en esta edad debido a su inexperiencia.

Con todo, es importante que la elección del tema vaya acompañada de la búsqueda de la pregunta o preguntas que deben responderse a lo largo del trabajo. El contacto tutor-estudiante debe facilitar no sólo la elección del tema de trabajo sino las pistas de cómo éste debería desarrollarse.

A continuación (figura 3) indicamos dos ejemplos diferentes de trabajos de investigación que incluyen dos niveles diferentes de tratamiento o enfoque.

La elección de un nivel de dificultad más bajo no quiere decir que vaya a haber un trabajo menos relevante, ya que la relevancia depende de la novedad, del impacto social y de la auténtica resolución de un problema. Y eso no tiene nada a ver con que el trabajo pueda ser más o menos digno, que depende fundamentalmente de cómo se presenta y qué síntesis aporta.

Oferta de trabajos de investigación

Con la oferta de trabajos de investigación que hacemos al alumnado, cuya redacción completa mostramos en la figura 4, tratamos de transmitirle básicamente dos ideas relacionadas entre sí:

- La de que no es una lista cerrada de temas, sino que pretendemos abrirle perspectivas de hacer una investigación en matemáticas, con la finalidad de que tenga la posibilidad real de elegir él mismo el tema que más le guste. Es decir, tratamos de que la oferta que le mostramos sea un punto de partida que le haga reflexionar sobre sus aficiones e intereses, y la relación de éstos con las matemáticas.
- La de poner de manifiesto, al mismo tiempo, la inmensa cantidad de posibilidades de identificar las

	<i>Nivel más simple</i>	<i>Nivel más alto</i>
Trabajo biográfico sobre un personaje	Identificación del papel matemático del personaje, describiendo sus descubrimientos y organizando algunos ejemplos de forma original. Resumen sistemático de la información sin más aportaciones personales.	Identificación de algunas tareas matemáticas ejecutadas. Reelaboración de alguna de ellas mediante el cambio a un lenguaje actual de lo aportado por el autor en su momento, o la realización de alguna forma alternativa de resolución a algún problema que haya resuelto...
Trabajo de aplicación-experimentación	Búsqueda de información relevante sobre el tema y desarrollo organizado de ideas. Sistematización de algún elemento creativo, pero sin aportar soluciones propias.	Modelización completa del fenómeno, trabajando con datos reales y tratando de establecer relaciones matemáticas con ellos. Establecimiento de ecuaciones, o explicación de varios casos particulares. Análisis pormenorizado de las variables consideradas.

Figura 3. Ejemplos de niveles asociados a trabajos de investigación

Hay muchas cosas sobre las que puedes investigar relacionadas con las Matemáticas, para que te hagas una idea te mostramos a continuación algunos ejemplos.

- Si tienes alguna afición –el tenis, el baloncesto, la pesca, la fotografía, la astronomía, la música, la guitarra o cualquier otra–, puedes investigar su relación con las Matemáticas.
- Si estás interesado en trabajos de investigación que estén relacionados con la historia de personajes importantes, sean más universales –Euclides, Pitágoras, etc.– o más cercanos a nosotros –R. Lull, P. Puig Adam, Rey Pastor, etc.–, puedes estudiar tanto sus vidas y sus obras como sus contribuciones a la construcción del conocimiento matemático. O puedes estar interesado en hacer un estudio de las medidas antiguas de longitud, de áreas y de volúmenes de tu comarca.
- Si tienes afición por las Artes puedes llegar a identificar las Matemáticas que hay en las obras de Durerro, Gaudí, Escher, etc., o a analizar desde el punto de vista matemático algún edificio importante que conozcas, o, por ejemplo, a estudiar las proporciones góticas y románicas. O, ¿per qué no?, el diseño y la generación de rejillas.
- Si te preocupas por le ecología, la biología, el urbanismo o cualquier otra disciplina, sin olvidar las Matemáticas, puedes investigar los aspectos matemáticos relacionados con, por ejemplo, el ruido, el corazón, la contaminación atmosférica, la energía en el mundo, las epidemias, la evolución del precio del suelo en tu ciudad, etc.
- Quizás te gusten los juegos de estrategia. Si es así puedes dedicarte a investigar alguno de ellos, como por ejemplo el Nim, las ranas y los sapos, el ajedrez de Dawson, la liebre y los perros, etc., o bien hacer una clasificación general de ellos, estudiando las características más significativas de algunas clases.
- En esta propuesta no nos olvidamos del alumnado al que más le gusta las Matemáticas. Para ellos y ellas, proponemos temas puramente matemáticos –la razón áurea, la sucesión de Fibonacci, el teorema de los cuatro colores, etc.–, o bien temas relacionados con la modelización matemática de situaciones reales, como por ejemplo, la optimización de empaquetamientos, el aterrizaje de un avión, el ala delta, la distribución de farmacias en una ciudad, la regulación y duración de los semáforos, las formas y el aprovechamiento del espacio de los aparcamientos, etc.

Con esta propuesta te queremos transmitir la idea de que las Matemáticas están muy presentes en la vida real, y que investigar esta presencia puede aportar descubrimientos importantes que están a tu alcance.

Figura 4. Modelo de una oferta de trabajos de investigación

matemáticas en diferentes situaciones de la vida real y de relacionarlas con otras disciplinas, tratando de acabar con la idea de que el objeto de la investigación matemática sólo sea las propias matemáticas. En definitiva, tratamos de transmitir al alumnado la idea de que cualquiera de sus aficiones, por sencilla que sea, puede ser objeto de investigación desde el punto de vista matemático.

Los instrumentos y la búsqueda de información

Inicialmente el alumnado no sabe qué hacer y se siente perdido. Hemos de

tener a mano diferentes fuentes de información, según el tipo de trabajo, para aprovechar su interés inicial. Los alumnos deben ser conscientes de que han de buscar información, que les sea útil y no disperse el trabajo. La tentación de acumular información siempre es grande, por tanto se ha de tratar de evitar.

Las fuentes de información pueden ser: personales (entrevistas, encuestas, visitas, etc.), institucionales (organismos, empresas, centros de documentación, etc.), documentales (libros, manuales, enciclopedias, etc.), telemáticas (webs, bases de datos, peticiones por e-mail), etc.

A todos los efectos aquí recomendamos las webs

www.pntic.es;

www.xtec.es/recursos/prg_educ/matematiques/,

y también los ejemplos que se encuentran en los artículos sobre Internet y matemáticas (Pérez, 2000, y monográfico de UNO, 1998).

Otras páginas de interés las mostramos en la figura 5.

La web es un sistema en el que muchos alumnos encuentran información. Debemos ayudar a descubrir lo importante, despreciar lo accesorio, centrar el tema... Eso no es nada fácil ante la avalancha de información. Si el alumnado no ha usado los buscadores, deberemos ayudarlo, pero siempre sin perder de vista el enfoque inicial del problema. El trabajo de investigación no se acaba con la información, pero también es cierto que sin esa búsqueda, cualquier trabajo sin referencias parece llovido del cielo y no conecta con la historia de la propia ciencia. Es crucial y de gran potencial educativo reconocer el valor de que un problema quizás ya se ha resuelto o se conocen aproximaciones.

En resumen, en la primera fase del trabajo –inicio y adaptación–, son los mismos alumnos los que seleccionan su trabajo. Con ello pretendemos conseguir que se lo tomen como un reto y se sientan motivados para dedicarse plenamente. Si logran alcanzar esa motivación habrán conseguido un buen punto de partida, pero para que el alumno empiece el trabajo con una cierta autonomía, independientemente de que se le tenga que ayudar a buscar fuentes de información, hay que orientarle en el establecimiento de un plan de trabajo y ayudarle a concretar los objetivos del mismo.

Planificación y acotación de objetivos

Para acabar la primera fase del modelo de acción tutorial de los trabajos de investigación que proponemos, los alumnos han de conseguir una aproximación al tema de estudio, mediante la realización de un esquema general que sirva de guía en su desarrollo, que señale los objetivos concretos que se han de alcanzar y las preguntas clave

NASA homepage	http://sse.jpl.nasa.gov/ Todo tipo de información sobre el Sistema solar
ERIC database	http://ericir.syr.edu/ Base educativa de artículos sobre educación.
NCTM	http://www.nctm.org/ Información y red de relaciones con las matemáticas en USA
CHANCE Database	http://www.dartmouth.edu/~chance/ Base de datos sobre cuestiones de probabilidades
Matemáticas y mundo real	http://score.kings.k12.ca.us/real.world.html Trabajos sobre matemáticas y el mundo real
Fórum de matemáticas	http://forum.swarthmore.edu/social/index.html Toda clase de contenidos matemáticos
Problemas y Puzzles	http://www.mathsoft.com/puzzle.html Todo tipo de puzzles
Matemáticas	http://www.maths.usyd.edu.au:8000/s/search/ http://euclid.math.fsu.edu/Science/Software.html http://www.sunburstonline.com/ Base de datos de temas matemáticos
Bases de historia de la ciencia	http://www.asap.unimelb.edu.au/hstm/hstm_bio.htm http://www.groups.dcs.st-and.ac.uk:80/~history/Indexes/ http://es.rice.edu/ES/humsoc/Galileo/Catalog/Files/
La época de Galileo	http://galileo.imss.firenze.it/ http://www.imss.fi.it/museo
Recursos matemáticos	http://www.ex.ac.uk/cimi/general/mathguid.htm#pi Historia de π , números primos y otros.

Figura 5. Algunas páginas webs de información, útiles para los trabajos de investigación

a las que se debe dar respuesta. Esto implica un trabajo intenso de colaboración entre profesor y alumno. Éste ha de buscar información sobre cuestiones generales sin detenerse en cuestiones de detalle para tener una visión de conjunto de lo que podría ser el trabajo. Pero lo que ha de resultar más interesante y fructífero es la conversación entre ambos para comenzar a seleccionar, resaltar y acotar aquellas partes que son coherentes y que ayudan a concretar los objetivos de la investigación.

En nuestra experiencia constatamos que es interesante observar las primeras impresiones que van teniendo los alumnos, qué es lo que les sorprende, qué les llama la atención, qué les inquieta, dónde creen que encontrarán la dificultad. Si profesor y alumno no se conocían de antemano, también resulta interesante detectar el talante, la actitud, la capacidad y el interés con el que el alumno se acerca al trabajo que haya elegido. Todo ello contribuirá a ir concretando la orientación que se le dará al trabajo y a crear un clima de confianza y comunicación necesario para el buen acompañamiento que se ha de dar a lo largo de todo el proceso.

Todas las actuaciones anteriores han de desembocar en la elaboración de un guión del trabajo que servirá al alumno para empezar la segunda fase —desarrollo—, que se pretende que sea más autónomo, adquiera más protagonismo y la colaboración del profesor pase más a un segundo plano.

*...implica
un trabajo
intenso
de colaboración
entre profesor
y alumno.*

Para que el alumno elabore una planificación y la consensúe con el profesor, le damos unas pautas con los cuatro elementos clave siguientes:

1. *Objetivos provisionales*

Hay que explicar con enunciados concretos lo que se pretende con el trabajo. La finalidad de la fijación de los objetivos provisionales es la de orientar hacia la búsqueda de información y proporcionar criterios para seleccionarla. Evidentemente tienen un carácter provisional ya que con el desarrollo del trabajo pueden aparecer nuevos objetivos de interés o una modificación de los iniciales.

2. *Partes fundamentales*

Es interesante diferenciar las partes del trabajo porque facilita una visión de conjunto y facilita el análisis de su coherencia. En ciertos momentos puede suponer una ayuda para que las cosas concretas no nos haga perder de vista el conjunto del trabajo y nos ayude a administrar esfuerzos.

3. *Esquemización de las actuaciones más importantes*

Es difícil prever con detalle lo que habrá que hacer, y la propia dinámica se irá imponiendo. Pero es importante hacer una previsión sobre, por ejemplo, si hay que hacer consultas bibliográficas, en qué bibliotecas (dirección, horarios); si hay que hacer trabajos de campo para recogida de datos, en qué momento, en qué lugar, con qué instrumentos. También se podrá prever una estimación del tiempo que requerirá cada actuación.

4. *Bibliografía*

Se trata de relacionar una primera bibliografía para empezar a trabajar. Esta relación, en parte, se habrá seleccionado en esta fase para elaborar el esquema general. La bibliografía seleccionada por el alumno también da idea al profesor de cómo orienta el trabajo.

El desarrollo: seguimiento y evaluación de entrevistas periódicas

A partir de aquí el trabajo ha de quedar muy encauzado, y la desorientación inicial que hemos observado muchas veces en nuestros alumnos desaparece. En este momento, el alumno se siente confiado y sabe por donde empezar el trabajo. Es ahora cuando empieza la segunda fase –desarrollo–, que se caracteriza por un trabajo más autónomo del alumno y un papel más discreto del profesor. El alumno se dedica a la elaboración de las distintas partes del trabajo, ejecutando las actuaciones previstas. Los alumnos tienden a dejarse llevar por informaciones no relevantes o por aspectos demasiados complejos. El papel del profesor es hacer un seguimiento de este proceso para asegurar que lleva hacia los objetivos planteados y no nos perdemos por el camino en cuestiones secundarias no previstas, ni en dificultades que surjan que bloqueen el proceso.

Este seguimiento consiste en entrevistas semanales o quincenales en las que se analizan cómo va el proceso, la información que se encuentra, las dificultades que aparecen, las nuevas alternativas, las nuevas líneas por donde podría discurrir el trabajo, etc. Hay que ayudar a valorar todo ello, fijar limitaciones, esclarecer dudas, ofrecer nuevas fuentes de información etc. Esta fase puede durar unos tres meses aproximadamente.

Es interesante destacar que a lo largo de todo el trabajo se dan diferentes momentos. Al principio es donde se da más desorientación e inseguridad. Luego hay momentos en los que el alumno ya controla más, va asimilando la información que maneja, integra en sus conocimientos lo que va descubriendo, empieza a hacer sus explicaciones de manera argumentada, aparecen nuevas dudas. Es por todo esto que consideramos interesante ir registrando como se vive este proceso. En la figura 6 mostramos un modelo sencillo de registro de entrevistas.

*...empieza
la segunda fase
–desarrollo–,
que se caracteriza
por un trabajo
más autónomo
del alumno
y un papel
más discreto
del profesor.
El alumno
se dedica
a la elaboración
de las distintas
partes del trabajo,
ejecutando
las actuaciones
previstas.*

Para facilitar este seguimiento de las entrevistas ofrecemos una pauta de los diferentes aspectos que resultan interesantes de evaluar formativamente. Esta pauta (Figura 7) pretende facilitar al profesor el seguimiento del trabajo y su valoración final con argumentos de interés para el alumno.

Título:		
Autor/a:	Grupo:	Curso:
Fecha sesión:		
Fecha sesión:		

Figura 6. Modelo de registro de entrevistas personales

<p>A. <i>Capacidad de Análisis</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. Identifica información adecuada.2. Se adapta a la situación vivida por el trabajo.3. Aporta reflexiones y sugerencias adecuadas.4. Da muestras de aceptar las sugerencias que le dan.5. Sabe explicitar los problemas de la investigación. <p>B. <i>Conocimiento e integración</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. Comunica y expresa experiencias, dificultades concretas.2. Relaciona hechos vividos con elementos de reflexión general.3. Interpreta bien los aspectos matemáticos a trabajar. <p>C. <i>Claridad y comunicación</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. Expresa opiniones equilibradas.2. Mantiene coherencia de criterios.3. Sabe defender sus posiciones.4. Reconoce sus limitaciones con lucidez. <p>D. <i>Progreso</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. Sabe situarse en el trabajo, reconociendo lo que le falta.2. Interpreta bien los comentarios del docente y los integra.
--

Figura 7. Pautas para la evaluación
de las entrevistas periódicas

Preparación de la presentación

La tercera parte del modelo de acción tutorial que proponemos –comunicación y reflexión– se inicia con la preparación de la presentación definitiva del trabajo y se finaliza con la exposición oral ante un tribunal.

Las formas de presentación pueden ser diversas. Una de las más atractivas que fomentamos es el formato hipertextual que se puede presentar en la web del instituto. Hasta

ahora, la manera más común de presentar un trabajo de investigación es en formato dossier. Aunque en cualquier soporte habrá una descripción escrita.

La exposición ante el tribunal, de una duración aproximada de unos quince minutos, requiere que el alumno sea capaz de sintetizar y transmitir en ese tiempo las ideas básicas del trabajo, haciendo uso de los soportes más idóneos.

No es habitual que un alumno de Bachillerato haya hecho antes un trabajo de investigación de esta envergadura, por ello necesita una ayuda especial para la elaboración de la presentación final que recoja los múltiples aspectos que han aparecido. Así, en una entrevista previa a la redacción definitiva de la memoria, consideramos de interés ayudar al alumno a que haga una reflexión global del trabajo realizado. Le proponemos el siguiente esquema de reflexión:

- A) Incidencias
 - 1. ¿Qué dificultades has encontrado?
 - 2. ¿Qué tipo de colaboración has obtenido (de padres, amigos, etc.)?
- B) Discusión sobre la metodología y el problema
 - 1. ¿El problema o problemas se quedarán así? ¿Queda algo por completar?
 - 2. ¿Crees que hay algún aspecto modificable? ¿Cuál sería?
 - 3. ¿Tienes claro qué aspectos resaltarás en las conclusiones?
- C) Comentarios a algún aspecto específico del trabajo
 - 1. ¿Cómo explicarías el tratamiento que has hecho?
 - 2. ¿Por qué has escogido esta forma de presentarlo?
 - 3. ¿Qué crees que es lo más importante del trabajo?
- D) Madurez del trabajo realizado
 - 1. ¿Es suficiente lo que se ha hecho?
 - 2. ¿Qué aspectos te parecen más relevantes?
 - 3. ¿Qué puede resultar interesante cuando lo presentes públicamente?
 - 4. ¿Qué has aprendido?
 - 5. ¿Qué dirías si tuvieras que explicar cuáles han sido las fases del trabajo?
 - 6. ¿Qué limitaciones tiene el trabajo?
- E) Dossier que hay que presentar
 - 1. ¿Todo te queda claro?
 - 2. ¿Sabes lo que hay que hacer?
 - 3. ¿Tienes decidido cómo lo presentarás (papel, programa ordenador, etc.)?

La exposición ante el tribunal, de una duración aproximada de unos quince minutos, requiere que el alumno sea capaz de sintetizar y transmitir en ese tiempo las ideas básicas del trabajo, haciendo uso de los soportes más idóneos.

- F) Presentación pública
 - 1. ¿Cuáles son los puntos claves del trabajo?
 - 2. ¿Por qué has escogido un determinado formato de presentación?
 - 3. ¿Cómo podrías hacer una presentación lo más atractiva posible? (Conviene saber lo que se podría hacer aunque no se pueda hacer).
- G) Concreción, aclaraciones y dudas
 - 1. ¿Qué más quieres comentar? (Dejando la pregunta abierta)
 - 2. ¿Sabes acabar tú sólo el escrito?
 - 3. ¿Quieres comentar el escrito y presentarme antes un borrador?
 - 4. ¿Crees que necesitas alguna ayuda más? ¿En qué?

Una vez hecha esta reflexión podemos plantearnos la elaboración final de la memoria, cuyo contenido sugerimos en la figura 8.

- 1. *Introducción*
Motivación inicial. Objetivos. Desarrollo, dificultades aparecidas... Aportaciones del trabajo.
- 2. *Los problemas abordados*
Concreción de la idea. Evolución o modificación del planteamiento inicial si es que se ha producido.
- 3. *Desarrollo*
Descripción del proceso seguido y de las decisiones tomadas. Reflexiones que se han presentado. Resultados.
- 4. *Conclusiones*
¿Qué has aprendido? ¿Qué has aportado? ¿Has respondido a tus preguntas iniciales?
- 5. *Limitaciones y expectativas*
Variables que no se han considerado. Ideas que han aparecido pero que no se han podido desarrollar. Explicitar si podrían ser objeto de otro trabajo de investigación.
- 6. *Fuentes de información consultada*
Bibliografía, páginas web, entrevistas...

Figura 8. Pautas para la elaboración de una memoria escrita

La introducción se ha de caracterizar por una exposición sincera y honesta sobre la motivación inicial, la forma de concretar el título, los intereses y motivaciones que hay. Por lo tanto, no corresponden frases grandilocuentes y pomposas que normalmente distorsionan la realidad. Los alumnos son habitualmente parcos en sus explicaciones, por eso conviene que hagan una descripción general de cómo se ha desarrollado todo el proceso y de las dificultades que han aparecido, destacando, si es posible, alguna anécdota que se haya producido. Además, ha de plasmar los objetivos a los que responde el trabajo, así como, en líneas generales, la forma de desarrollar el trabajo y qué aporta.

Por lo que se refiere a los problemas abordados, ha de concretar la idea, y definir y acotar el problema. Es bueno que el alumno explique también si esta idea se ha ido concretando a lo largo del proceso y qué condicionantes han aparecido.

En el desarrollo, ha de exponer el grueso del trabajo, todo el proceso que se ha seguido, detallando cómo ha ido resolviendo todas las cuestiones, qué decisiones ha ido tomando, los resultados que ha obtenido, etc. Es interesante que cuide las explicaciones que da, que han de ser claras y que combinen diferentes lenguajes (natural, algebraico, gráfico y tablas).

En las conclusiones fomentamos la visión sintética de lo que ha sido el trabajo. Lo que ha aprendido tanto de matemáticas como de aspectos procedimentales y de tratamiento de la información. Lo que ha aportado al trabajo, es decir, este mismo trabajo realizado por otra persona seguramente no habría resultado el mismo. Qué elementos son los que han caracterizado de una manera personal el estudio. Finalmente ha de valorar las conclusiones a las que llega, y si completan las expectativas abiertas al principio.

En el apartado de limitaciones y expectativas, una vez finalizado el proceso se hace una reflexión sobre lo que se ha

*La reflexión,
por parte del
propio alumno,
sobre el proceso
que él mismo
ha seguido
durante
la realización
del trabajo
de investigación
(autorreflexión)
y su propia
evaluación
(autoevaluación),
son dos de
los apartados
más importantes
del modelo
de acción tutorial
que hemos
desarrollado...*

hecho, qué es lo que queda pendiente, si se ha descubierto alguna línea nueva o no prevista al principio que va más allá de lo que se pretendía inicialmente y que podría ser de interés para otro trabajo. Realizar este tipo de reflexiones son una muestra de madurez del alumno.

Respecto a las fuentes de información, ha de citar de forma completa todas las que ha utilizado.

Autorreflexión y autoevaluación

La reflexión, por parte del propio alumno, sobre el proceso que él mismo ha seguido durante la realización del trabajo de investigación (autorreflexión) y su propia evaluación (autoevaluación), son dos de los apartados más importantes del modelo de acción tutorial que hemos desarrollado, porque las opiniones de los alumnos que acaban de realizar una investigación, escribir una memoria y presentar de forma oral su trabajo ante un tribunal (o un profesor) son una fuente de información de primera mano que puede incidir en la modificación futura de este modelo o de alguna de sus partes.

En la autorreflexión el alumno responde por escrito a diversas preguntas que le formulamos (figura 9), en las que se tratan aspectos relacionados, principalmente, con

1. ¿Pensabas que el trabajo sería así?
2. ¿Creías que el contenido matemático te sería de una dificultad especial? ¿Ha sido así?
3. ¿Qué pensabas aprender concretamente con este trabajo? ¿Y qué has aprendido realmente?
4. ¿Consideras que el trabajo te ha servido para ver el uso de la ciencia, y, concretamente, por lo que se refiere a saber que las Matemáticas sirven para comprender el mundo cotidiano?
5. ¿Has hecho otros proyectos antes? ¿Cuáles?
6. ¿Te ha resultado diferente la forma de trabajar en este trabajo que en los otros?
7. ¿En qué crees que ha mejorado tu capacidad de investigación la experiencia que has adquirido con este trabajo?
8. ¿Qué crees que has aprendido específicamente de Matemáticas que no hubieras aprendido en otros tipos de actividades matemáticas?
9. ¿Qué te ha aportado de nuevo este trabajo en comparación con otros trabajos que hayas hecho en el bachillerato?
10. ¿Qué tendría que mejorar el Departamento de Matemáticas en cuanto a la organización de los trabajos de investigación?
11. ¿Cómo valoras el seguimiento del trabajo hecho por tu tutor?
12. Otros comentarios que quieras hacer.

Figura 9. Cuestionario de autorreflexión

la comparación del trabajo realizado con otros que el alumno haya hecho, con la mejora de su aprendizaje de las Matemáticas y de su relación con el mundo real, y con la valoración de la actuación del tutor.

En la autoevaluación el alumno ha de valorar los aspectos relacionados con la planificación, exploración y diseño de la investigación, el conocimiento de la realidad, la integración, la reflexión y comunicación del contenido, etc. En particular, en la figura 10 mostramos un ejemplo de modelo de autoevaluación (adaptado de Giménez, 1997) que hemos experimentado.

Evaluación final

En la evaluación final del trabajo de investigación hemos de valorar las capacidades genéricas que se relacionan a continuación:

- La planificación del trabajo de investigación (el proyecto, el cumplimiento de los plazos y el seguimiento del plan establecido, con la justificación *a priori* de su cambio, si fuera necesario).
- La actitud hacia la investigación (interés mostrado por lo que se hace y formulación de cuestiones a partir del trabajo desarrollado, variabilidad en la aplicación de recursos, entre otros los informáticos, la autonomía, la profundización en los resultados obtenidos, etc.).
- La creatividad y la originalidad y la profundidad de los resultados.
- La presentación de una memoria del trabajo (introducción, descripción del trabajo llevado a cabo, resultados, discusión, conclusiones, etc.) en la que han de quedar reflejadas las diferentes etapas de la elaboración del trabajo y de la que tendremos en cuenta: la presentación, el uso adecuado de la lengua, la valoración crítica del propio trabajo, el establecimiento adecuado de conclusiones, etc.
- La exposición oral del trabajo realizado (la corrección, la claridad, el vocabulario adecuado a la expresión oral, capacidad de síntesis en la presentación, etc.).

Además de las capacidades relacionadas anteriormente, la evaluación final ha de incluir la valoración de las capacidades específicas, propias de cada tipo de trabajo, en concreto de los contenidos matemáticos involucrados (Departament d'Ensenyament, 1992).

En concreto, en cada investigación hay unas actuaciones y los consiguientes criterios de evaluación. En la figura 11 mostramos un ejemplo sobre la evaluación de un trabajo biográfico sobre un personaje matemático.

Valora de 1 a 4	1	2	3	4
<i>Planificación, exploración y diseño</i>				
1. Me considero capaz de explicar lo que he hecho en el trabajo				
2. Reconozco las variables principales del trabajo realizado				
3. Sería capaz de programar mejor un trabajo similar una próxima vez				
4. Sabría hacer un guión de las fases de mi trabajo justificadamente				
5. He aprendido a planificar actividades de contraste de mis descubrimientos				
6. Sé explicar claramente el proceso de recogida de mis datos				
<i>Conocimiento de la realidad</i>				
7. Sé reflejar el aspecto de la realidad que ha sido más importante en el trabajo				
8. Sé reconocer las dificultades que me he encontrado				
9. Sé explicar con claridad las relaciones entre los datos que he encontrado				
10. He aprendido a reconocer las consecuencias de las informaciones buscadas				
<i>Integración</i>				
11. Me veo capaz de hacer reflexiones detalladas sobre el tema				
12. Sé orientar un trabajo científico en el futuro ..				
13. Sé hacer juicios detallados sobre otros trabajos como el mío.....				
14. Puedo decir que he dado un estilo personal a mi trabajo				
<i>Reflexión. Comunicación del contenido</i>				
15. Soy capaz de explicar los contenidos que he utilizado en mi trabajo				
16. He incorporado reflexiones nuevas a partir de lo que he visto				
17. Soy capaz de explicar algunos de los diferentes procedimientos utilizados ...				
<i>Construcción. Apertura e invención</i>				
18. He sido capaz de mantener coherencia de criterios a lo largo del trabajo				
19. Me veo capaz de colaborar con otros trabajos como el que he hecho				
20. He mejorado mi base matemática				
21. He sido autónomo en el trabajo de investigación				
22. Ha mejorado mi visión del mundo científico ...				
23. Sería capaz de dar ideas a otro compañero para que hiciera un trabajo como el mío				
24. Considero que todavía he de mejorar mi base conceptual				
25. Hay mucha invención propia en mi trabajo				
Mi valoración final personal sería				

Figura 10. Modelo de autoevaluación

Actuaciones	Criterios de evaluación
<ul style="list-style-type: none"> • Búsqueda del hilo argumental del personaje. (biografías existentes, investigación en periódicos...) • Consulta de fuentes diversas, directas o no (estadísticas, gráficas, iconográficas, audiovisuales...) • Comparación entre las opiniones o tesis de diversos autores sobre el tema de investigación. • Elaboración de fichas bibliográficas. • Elaboración de resúmenes, esquemas mapas conceptuales. • Contraste de los resultados obtenidos a partir de fuentes primarias y secundarias. • Contextualización de las obras literarias. 	<ul style="list-style-type: none"> • Variedad de lecturas y consultas efectuadas de forma correcta. • Iniciativa en la búsqueda de formas de información • Iniciativa en el establecimiento de las líneas de desarrollo del trabajo después de la primera aproximación bibliográfica. • Capacidad de replantear la hipótesis o los objetivos de acuerdo con las informaciones obtenidas durante la investigación. • Capacidad de seleccionar y adecuar la información consultada al tema planteado. • Capacidad de analizar, sintetizar, comparar y valorar críticamente la información recogida • Capacidad de distinguir los aspectos, objetivos y subobjetivos de la información encontrada. • Valoración crítica de las fuentes de información consultadas. • Capacidad de expresar de forma ordenada y coherente el proceso desarrollado para la realización del trabajo. • Utilización de pautas correctas de lectura e interpretación de las fuentes primarias. • Capacidad de aportar conclusiones personales. • Utilización correcta de la lengua oral y escrita. • Valoración positiva del uso de programas informáticos de tratamiento de textos y herramientas multimedia.

Figura 11. Evaluación de un trabajo biográfico

Reflexión final

Pensamos que los alumnos que realizan un trabajo de investigación tienen siempre presente el contenido conceptual del mismo, es decir, son capaces de explicar de qué va el trabajo. Pero lo que pretendemos con la metodología que hemos llevado a cabo es que esos alumnos sean conscientes del procedimiento que han seguido y de los beneficios cognitivos que les ha producido. Si es así, habremos contribuido al desarrollo de sus capacidades de investigación, que era uno de los objetivos que nos habíamos propuesto.

Además, a modo de conclusión, resaltaríamos dos aspectos fundamentales de la metodología que hemos expuesto: por una parte, que es susceptible de futuras modificaciones que resulten de las interacciones del modelo propuesto con nuestra propia experiencia y con las

opiniones de los alumnos, extraídas de la autorreflexión y autoevaluación; y, por otra, que es lo suficientemente abierta como para poderse adaptar a las capacidades cognitivas de cada alumno para facilitarle la tarea y evitar su rechazo inicial a realizar un trabajo de investigación en Matemáticas.

Bibliografía

- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT (1992): *Treballs de recerca*, Generalitat de Catalunya, Barcelona.
- GIMÉNEZ, J. (1997): *Evaluación en matemáticas. Una integración de perspectivas*, Síntesis, Madrid.
- GRUP VILATZARA, (1999): *Recerca i Matemàtiques al Batxillerat: alguns suggeriments*, material de trabajo no publicado.
- GRUP VILATZARA, (2000): *Memoria de trabajo*, ICE de la UAB, material no publicado.
- MONOGRÀFICO UNO, (1998): «Educación matemática e Internet», *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, n.º 15, Graó, Barcelona.
- PÉREZ, A. (2000): «La Federación y Thales en Internet», *Suma*, n.º 34, 165-168.

Jesus Bondia
IES Serra de Marina,
Premià de Mar

Pedro Cobo
IES Pius Font i Quer, Manresa

Joaquín Giménez
Universitat de Barcelona

Francesc Campos
Jordi Comellas
Jaume Serra
Manuel Sol
Xavier Vilella
IES Vilatzara,
Vilassar de Mar

Federació d'Entitats
per l'Ensenyament
de les Matemàtiques
a Catalunya