SUMA 38
noviembre 2001, pp. 111-115

El Renacimiento (I) Mucho más que un matrimonio de conveniencia

Ángel Ramírez Martínez
Carlos Usón Villalba

DESDE LA HISTORIA

HUBIÉRAMOS DESEADO enfocar este artículo desde otra perspectiva. Su gestación había deambulado por otros derroteros. Es cierto que pensábamos escribir sobre el tremendo paréntesis[1] que la historiografía clásica impone, en el campo de la Matemáticas, al final de la Edad Media hispana y al llamado Renacimiento, también en su versión peninsular. De la matemática «árabe» ya habíamos hablado en artículos anteriores[2], pero, una vez más, los medios de comunicación pretenden adiestrarnos en el lenguaje del odio, presentándolo bajo el prisma del choque cultural. Porque, una vez más, los paladines de la justicia y la democracia andan bombardeando un país musulmán respondiendo con iniquidad a la iniquidad. Razones más que suficientes, en nuestro caso, para cultivar la admiración, para revisar nuestra cultura a la luz de sus aportaciones. Las de «ellos», que fueron las nuestras, porque formábamos parte integrante de «esa» comunidad. Máxime cuando uno lee con dolor alegatos tan detestables –por racistas– y tan tendenciosos –por intencionadamente desinformados– como el de la señora Fallaci[3].

Una continuidad obligada

En aquellos artículos[2] habíamos dejado a Hugo de Santalla en Rueda, enfrascado quizás en la traducción de las obras de al-Mut'aman, y más tarde a Platón de Tívoli trabajando con Abraham bar-Hiyya. Tres representantes sin más de ese noreste hispano que traducía compulsivamente y exportaba[4] cuanto traducía sin dejar huella alguna en suelo ibérico. Mientras, París luchaba con denuedo contra el averroismo[5] y la Universidad de Toulouse lo usaba como banderín de enganche. Sin embargo, ¿debemos pensar que la fuente de la tradición matemática andalusí se había secado?

Si hemos de hacer caso a la historiografía académica así debió de ser. Si al eurocentrismo debemos escuchar, sería Fibonacci en 1202 quien recogiera la tradición perdida[6]. Incluso hay quien, haciendo acopio de un driblin asombroso cristaliza en él el resurgir de la ciencia griega que, tras invernar diez siglos, floreció en sus manos[7].

Efectivamente, debemos aceptar el *Liber Abacci* como un hito de referencia obligada, pero entendido como el resultado lógico de una continuidad. Fruto de una inquietud, consecuencia de una poderosa tradición que necesitó, para fructificar en Europa, de la autoestima aportada por las armas en Tierra Santa y, sobre todo, del camino abonado que, desde al-Andalus, fueron dejando de forma directa[8] o indirecta personajes como Juan Hispano, Pedro Alfonso, Abraham ben Ezra, Abraham bar Hiyya, Adelardo de Bath, Gerardo de Cremona, etc. Un camino que precisó violentar el escolasticismo neoplatónico dominante y dejó el continente europeo dividido en dos, intelectualmente hablando. Mientras uno bebía del caudal griego diversificado por los árabes en multitud de canales, el otro volvía la vista hacia la tradición latina a través de la *Institutio Arithmetica* de Boecio (ª480, 524) que cumplía ya siete siglos y que no pasaba de ser una adaptación de la *Introductio Arithmeticae* de Nicómaco[9] (ª100), empobrecida todavía más por Casiodoro (475, 570) y San Isidoro de Sevilla (570, 636). Algo similar a lo que pasaba en filosofía, donde se apostaba por las nociones simplistas del neoplatonismo[10] de autores como Plinio, Casiodoro, Mario Victoriano, Macrobio, Apuleyo o el mismo Boecio. O en astrología con Macrobio y Firmicio Materno.

En el fondo, dos concepciones contrapuestas por su base. Una que aspira a llegar a Dios por la razón en la más fiel tradición judeo-cristiana occidental y otra más restringida que Lo busca, exclusivamente, desde la fe y en la que la ciencia no pasa de ser un mal menor mientras no ponga en entredicho la verdad revelada[11].

Las Etimologías de San Isidoro son un claro ejemplo. Sólo el tercer libro está dedicado a las matemáticas. No por el interés que suscitan en sí mismas sino por el que despiertan en la teología como manifestación de los planes del Creador y, como consecuencia, para entender los libros sagrados. Así pues, la trascendencia de este tercer libro no está en su contenido sino en su difusión, en su obligada presencia en todo monasterio medieval. Por eso nace *De Aritmethicus Propositionibus* de Beda el Venerable (ª673, 735), como oposición a la obra de Isidoro, para mitigar su influencia en las islas británicas[12].

Sobre la genealogía del *Liber Abacci*

Y sin embargo el foco musulmán y el cristiano acabarían conformando uno sólo. Beda acumula un voluminoso bloque de problemas de los que hoy asociaríamos a las matemáticas recreativas que aparecerán después en las aritméticas medievales y renacentistas: Mahavira, Fibonacci, Paolo del Ábbaco, Chuquet, Tartaglia, la de Treviso… Algunos de ellos habían atravesado la historia hasta Beda y desde él a nuestros días con ligerísimas modificaciones. Los de aves, a los que D. E. Smith atribuye origen chino, pasarían después por las obras de Beda, Mahavira, Alcuino de York o Abu Kamil. Los de cisternas, a los que este autor sitúa en China o India en el momento de su nacimiento, todavía hoy ocupan su lugar[13] en los libros de texto.

Jugando por la otra banda, en suelo peninsular, Ibn al-Samh y al-Zaharawi de la escuela del madrileño Maslama, habían escrito, ya en el siglo X, aritméticas prácticas del tipo de las que después llevarían el apelativo «comerciales»: los *al-Muawalat*. Sin salir de al-Andalus, el siglo XI rendiría homenaje a al-Mu'taman, ibn-Sayyid y al-Yayyani, sin duda tres de los mejores matemáticos occidentales del medioevo. Pero de ellos ya hablamos en artículos anteriores. En este mismo ámbito de las aritméticas mercantiles, el siglo XII[14] nos dejaría el *Liber Mahameleth*. Una obra de autor desconocido que J. Sesiano atribuyó en segunda instancia a la pluma de Juan Hispano. ¿Una traducción quizás de alguno de los al-Muawalat de la escuela madrileña[15]? ¿O quizás de alguna otra obra posterior?

El caso es que el *Liber Mahameleth* presenta ya la típica estructura de las aritméticas comerciales que popularizaron los italianos a partir del siglo siguiente. Como ellas, está dividida en dos partes, una teórica y otra práctica. La primera hace referencia al sistema de numeración posicional y a sus algoritmos asociados[16], a la teoría de las proporciones[17] y a la resolución de ecuaciones de 1.° y 2.° grado. La parte práctica contiene una colección de problemas sobre contrataciones de obreros, compraventa de mercancías, cambio de moneda, aleaciones, matemática recreativa…

La obra rinde pleitesía a Euclides, como no podía ser de otro modo, al que cita infinidad de veces y del que exige que sea conocido y estudiado[18] antes de enfrentarse al *Liber*. También cita abundantemente a Abu Kamil, y en menor grado a Arquímedes y al-Khuwarizmi. E incluso, a Nicomaco de Gerasa. Las vías de influencia parecían haber confluido ya en el siglo XII.

Si hacemos caso a Sesiano el libro debió de tener escaso éxito. En su opinión, la síntesis que ofrecía entre teoría y práctica era demasiado avanzada para sus consumidores más naturales, los comerciantes, y se quedaba demasiado corta para los especialistas[19]. A nuestro juicio, esta opinión concuerda mal con el hecho de que hayan llegado hasta nosotros tres ejemplares.

Tampoco nos parece ni casual ni intrascendente que, de esas tres copias incompletas de que disponemos, una de ellas esté en Padua y las otras dos en París. Italia es la cuna de Fibonacci y la madre más prolífica en lo que a engendrar aritméticas comerciales se refiere. Francia alumbraría uno de los libros más interesantes del siglo XIII: *Carmen de Algorismo* de Alexander de Villadei. Pero esa línea de continuidad nos ha llevado sin pretenderlo hasta la reedición del texto, del muy loado[20], Leonardo de Pisa. Merece la pena analizarlo, aunque sólo sea someramente por afianzar esta continuidad.

El *Liber Abacci*

Se estructura en 15 capítulos. El primero lo dedica a las 9 cifras significativas y al «zephirum». En los cuatro siguientes se interesa por los algoritmos de la multiplicación, suma, resta y división –en este orden–, incluyendo además las pruebas del 7, 9 y 11 así como la descomposición en factores primos. El sexto y el séptimo tratan de las fracciones[21]. Del ocho al once están dedicados a aplicaciones y cálculos comerciales, reglas de tres simple y compuesta, simple y doble falsa posición, adición de progresiones y de cuadrados de números naturales, sustentados sobre una colección de problemas relativos a sociedades, cambios de moneda, aleaciones o matemática recreativa. Los capítulos 12 y 13 se ocupan de la solución entera de ecuaciones indeterminadas de primer grado. El decimocuarto al cálculo de raíces cuadradas y cúbicas, además de operaciones con expresiones de la forma $a \pm \sqrt{b}$. El último capítulo contiene una breve exposición de las ecuaciones de segundo grado al estilo de al-Khuwarizmi, problemas de geometría, resolubles a partir del Teorema de Pitágoras, y otros alusivos a fracciones continuas.

Sobre su influjo posterior hay pocas dudas: durante mucho tiempo constituyó una referencia obligada para media Europa. Y sin embargo, según G. Beaujouan y G. R. Evans, fueron mucho más populares en ese momento *Carmen de Algorismo* (ª1225) del francés Alexander de Villadei y el *Algorismo Vulgaris* del inglés Jhon Sacrobosco (ª1200, 1256). El primero era una obra en verso que alcanzó gran difusión entre los estudiantes de la época, quienes recitaban de memoria sus estrofas y consultaban las dudas en la prosa, mucho más clara, de Sacrobosco. Coetáneo de ellos es también la obra del alemán Jordanus Nemorarius *Demostratio de algorismo* y *Arithmetica decem libris demostrata*.

El siglo se despediría con el primer tratado del ábaco en lengua vulgar que se conoce, *Livero del abechio*, y la eclosión de las llamadas escuelas del ábaco en Italia. Tendrían que pasar todavía cien años para que apareciera la primera aritmética comercial castellana de la que se tiene noticia: *Libro de Arismética que es dicho Alguarismo*. Pero, otros treinta más para que lo hiciera la *Aritmética de Pamiers* que es, a la sazón, la primera de este tipo en Francia. Le seguirían las obras de Nicolas Chuquet dando paso ya, a finales de siglo, a las que inauguran el capítulo de las aritméticas impresas: la de Treviso por parte italiana, *De maviere omte leeren cyffren na die rechteconsten algorismi int gheheele ende int ghebroken* por parte alemana y la española[22] *Summa de l'art d'Aritmètica* (1482) de Francesc Sancliment. Siete años después aparecería en España una segunda copia de *Libro de Arismética que es dicho Alguarismo*. Las aritméticas comerciales triunfaban en toda Europa. La continuidad impone su lógica. Bajo su sombra, el desierto resulta menos estéril de lo que se presumía. Al menos no más infecundo que otros.

Leonardo de Pisa

Los expertos establecen líneas de influencia[23] en función del orden de introducción de las operaciones, los tipos de «pruebas» que utilizan, la división de los capítulos en siete o nueve «especias» o «puertas» y a partir del uso de determinados vocablos. Un trabajo encomiable, sin duda, aunque la necesidad de introducir tan sutiles argumentos lo que demuestra es la síntesis de corrientes a la que se había llegado. El maridaje entre ellas eran algo más que un matrimonio de conveniencia, era el resultado del apasionado idilio que ligaba las matemáticas a las necesidades de la época. En este caso las comerciales.

Las otras matemáticas

Aunque no pensábamos recorrer el camino que sigue a continuación, lo haremos en honor a la señora Fallaci. A ella dedicamos esta somera revisión de lo que pasaba en su tan odiada cultura musulmana antes de que el *Liber Abacci* inaugurara el siglo XIII.

Hacía ya más de cuatro siglos desde que ibn Hayyam[24] utilizara la numeración posicional y el cero, llamados a ocupar siglos después, como ya hemos visto, los primeros capítulos de las Aritméticas Comerciales. Un poco más tarde al-Kindi y al-Khuwarizmi difundirían la aritmética hindú. Por esa misma época Wasi ibn-Turk hacía un tratamiento de la ecuación de segundo grado algo más profundo que el de al-Khuwarizmi, que a la postre sería la versión que se popularizó. Algo tuvieron que ver en el proceso de selección el prestigio inicial y el que le aportaron las traducciones hispanas.

El impulso de la generalización movía al álgebra que sin embargo no supo dotarse hasta los siglos XIV y XV de ese poderoso simbolismo[25] que hubiera permitido un empuje definitivo. Sirvan como ejemplo de ese impulso estos dos modelos de trabajo. Por un lado al-Khuwarizmi resuelve una ecuación concreta: $x^2 + 10x = 39$.

Ciertamente su método es extensible a casos similares pero, la búsqueda de esa generalización para la que carecen de sentido las particularidades surge medio siglo después, cuando Tahbit ibn Qurra se plantea resolver una ecuación cualquiera de ese mismo tipo: $x^2 + bx = c$.

Esa actitud de desafío que admite el trabajo con «cosas» irreales cuyo valor se desconoce y de las que se admite que puedan estar sometidas a reglas de cálculo, caracterizaba el espíritu desbordante de la nueva álgebra. Muchos siglos después ese poderoso impulso conquistaría Europa y enervaría a Cavalieri que, como buen geómetra, se desesperaba:

> los algebristas (...) suman, restan, multiplican y dividen las raíces de los números, aun siendo inefables, absurdas y desconocidas, y están convencidos de haber actuado correctamente, siempre que eso sirva para obtener el resultado deseado.

El peso de la tradición griega era demasiado fuerte, la admiración por sus matemáticas fue tan profunda que costaría siglos desprenderse de la rémora geométrica. Ese sería durante siglos, aún sin saberlo, el gran reto del oriente islámico, aunque ya, a finales del siglo XI, Omar al-Hayyam (1048, 1131) hubiera escrito (1077) sus *Comentarios a las dificultades que se encuentran en las introducciones del Libro de Euclides*. El avance fue notable, pero quedaba todavía mucho por hacer. Así, por ejemplo, aunque es allí donde se trata por primera vez la razón A/B como un número y donde se define una nueva categoría de números asociados a las proporciones, se siguen manteniendo reparos acerca de la consideración numérica de las magnitudes inconmensurables.

Lamentablemente no nos ha llegado su *Tratado sobre la extracción de raíces* aunque en *Las dificultades de la aritmética* desarrolla un procedimiento general para el cálculo de una raíz cualquiera del número natural que se desee, haciendo uso de lo que hoy llamamos Binomio de Newton y que, en aquel momento se podría haber llamado Binomio de al-Karagi (¿ , 1019 al 1029), por ejemplo, si el culto a la personalidad hubiera estado tan desarrollado como ahora[26].

Omar al-Hayyam, más famoso en occidente por su supuesta heterodoxia y su poesía hedonista e iconoclasta[27], había escrito ya en 1074 *Sobre las demostraciones de los problemas del álgebra y la almucábala*: un exhaustivo estudio de las ecuaciones de tercer grado, clasificándolas primero en 19 formas canónicas y abordando su solución general como corte de cónicas. Es evidente que estamos hablando de obras puramente científicas. No es la resolución de problemas concretos la que motiva el estudio, ni son las soluciones particulares las que centran el interés del autor. Es la abstracción la que domina el tratamiento general de la obra. Es la ambición de síntesis la que la motiva.

Señora Fallaci:

¿Hace falta establecer algún tipo de comparación entre las preocupaciones científicas de Hayyam y las de los «matemáticos[28]» europeos de la época de Fibonacci? ¿No resultaría más razonable, siguiendo ese modelo elitista que ha dominado la historia de las Matemáticas y que ha excluido de ella casi todo lo que se asocia a la necesidad en lugar de al *honor del espíritu humano*[29], desterrar definitivamente a su paisano Leonardo de Pisa, de la historia de las matemáticas? No era puro, no tenía nivel suficiente para su época[30], su obra no supuso un paso adelante en la construcción del edificio matemático.

Es evidente, a estas alturas, que lejos de proponer semejante barbaridad nuestra propuesta pase por incluir en ella el *Liber abacci* pero también el *Libro de Arismética que es dicho Alguarismo* (por ejemplo) y todas esas «otras» matemáticas surgidas al amparo de la necesidad de sus usuarios para que nos sirvan, precisamente, para saber más de ellos y menos de ellas. Llevamos tanto tiempo mirándonos nuestro eurocentrista ombligo matemático desde la perspectiva del formalismo que hemos perdido la necesaria amplitud de miras que requiere la vista para poder ver.

Pero podemos seguir obcecados y apoyarnos en E. Colerus[31] para continuar diciendo, como lo hace usted en su artículo, que: «Es innegable que los árabes añadieron relativamente poco al contenido material de nuestra ciencia» y no seguir leyendo hasta que, en la página 145, diga aquello de: «Puede decirse que Leonardo es el primer matemático de valía de la edad moderna». Se puede ir más allá en esa ceguera argumental y afirmar, como lo hace C. B. Boyer[32], que: «...en la obra de Leonardo de Pisa, la Europa Occidental alcanzó a rivalizar con las restantes civilizaciones en el nivel de sus progresos matemáticos». Al fin y al cabo, si usted no necesita pruebas para matar, ¿por qué va a necesitar extraerlas de la historia para mantener sus afirmaciones?

Bibliografía

CAUNEDO DEL POTRO, B. y R. CÓRDOBA DE LA LLAVE (2000): *El arte del alguarismo*, Junta Castilla y León, Salamanca.

Notas

1 Más oscuro si cabe tras la polémica del siglo XIX. La que suscitara la pregunta formulada por Masson de Morvilliers en 1782 y que pretendió cerrar Rey Pastor en 1913 aprovechando el discurso inaugural de la Universidad de Oviedo.

2 *Unos siglos que cambiaron el mundo* (I y II). Números 34 y 35 de *SUMA*.

3 Hacemos referencia al artículo del día 1 de octubre aparecido en el diario *El Mundo*.

4 Tradicional visión de las cosas que niega cualquier poso científico en suelo hispano, especialmente si era de «origen» musulmán.

5 Decir los averroismos sería más correcto.

6 En frase de Rey Pastor: «... [a él] corresponde el honor de introducir en Europa la numeración india».

7 «El primer reflejo de cuanto anteriormente había producido el espíritu occidental» E. Colerus, 1972. *Breve historia de las Matemáticas*. Madrid. Doncel.

8 Tan directa como que J. Lomba considera al *Liber Abacci* inspirado en el *Liber embadorum* de Abraham bar Hiyya. Sin despreciar, por supuesto, el contacto directo o la vía siciliana de influencia.

9 Ya de por sí, un autor que «*muestra una competencia matemática muy escasa*» C. Boyer *Hª de la matemática*.

10 J. Lomba, 1997. *La raíz semítica de lo europeo*. Akal. Madrid.

11 «La verdad de las cosas consiste en su rectitud y en su conformidad con el Verbo, que las dice eternamente» R. Grosseteste (1175, 1253).

12 B. Caunedo del Potro, obra citada en la Bibliografía.

13 Destacado hasta hace unos años.

14 El de Abraham ben Ezra, Pedro Alfonso, Abraham bar Hiyya y con ellos la difusión por Europa.

15 Por esa opción parece inclinarse J. Samsó.

16 Producto, suma, división, resta y raíz cuadrada (en este orden).

17 La sombra griega es alargada.

18 Una exigencia justificada más por la tradición que por la complejidad de sus contenidos.

19 Fruto posiblemente de la disponibilidad negada por la historiografía tradicional. J. Lomba estima que, de las obras traducidas, un 68% eran científicas, y de ellas el 43% lo fueron de matemáticas.

20 Colerus (obra citada): «el primer matemático de valía de la edad moderna». Hª General de las Ciencias coordinada por R. Taton: «*El mayor matemático de la Edad Media*».

21 Hace uso de tres tipos de fracciones: las comunes, las sexagesimales y las de numerador uno pero no las decimales. Negando así una de las principales ventajas de la numeración posicional.

22 En realidad, la primera edición está escrita en catalán. Unos años más tarde se imprimiría la versión castellana.

23 Boecio, ben Ezra, bar Hiyya, Liber Mahameleth. Fibonacci, Sacrobosco..., son algunas de las referencias.

24 Hacia el 776.

25 De la mano de los matemáticos magrebíes y nazaríes.

26 Aunque el culto a la originalidad sea una creación renacentista, al-Biruni (s. X) ya se quejaba de la ausencia de ella en algunos textos de sus contemporáneos.

27 En occidente sus Rubaiyat le han hecho más famoso como poeta que como matemático.

28 Las comillas son contradictorias con nuestra línea argumental pero la pasión nos impide evitarlas.

29 Parafraseando a Jacobi.

30 A nivel internacional, claro está.

31 Ibídem, pág. 136

32 *Hª de la Matemática*. A. U. 1968. Madrid.