

## De pesetas a euros

**Tomás Queralt Llopis**

# IDEAS Y RECURSOS

En el presente artículo se plantea y se resuelve una actividad propuesta para trabajar con los alumnos el concepto de redondeo, usando como contexto la futura situación de transformación de pesetas a euros y partiendo de las directrices que marcan la elaboración de actividades con un espíritu constructivista. En la resolución se obtienen resultados que sorprenden.

**S**E ESTÁ ACERCANDO el momento de abandonar la peseta como unidad de moneda en el territorio español y de utilizar el euro dentro del marco de la Unión Europea. Este proceso, abundantemente anunciado y apoyado por una campaña de formación de la población respecto a cómo hacer la transformación de una unidad a otra, puede ayudar a comprender el mecanismo que resuelve el problema de redondear una cierta cantidad, pero no es suficiente para comprender el significado matemático que involucra este concepto. Porque redondear una cantidad a una posición decimal dada significa buscar la aproximación, de entre las dos que existen, que esté más cerca del valor inicial: la aproximación por defecto o por exceso. Pero en este caso, en el que se trata de dinero, siempre hay alguien que gana o pierde, en función de si elegimos una aproximación u otra para redondear. Puesto que todos los ciudadanos deberemos cambiar nuestro dinero de pesetas a euros, me parece interesante el pararme a pensar un poco sobre este asunto, ya que la cuestión vista desde el punto de vista global puede involucrar mucho dinero. Y creo que todo el mundo tiene interés en que, por pequeña que sea esta cantidad, siempre será mejor que sea el banco que me facilitará el cambio quien pierda, en lugar de ser yo.

El tercer estudio internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS) aplicado entre 1994 y 1995, revelaba que a aquellos alumnos españoles a los que se les pasó el test, solamente el 17% de los de 7.º de EGB y el 28% de los de 8.º (actualmente 1.º y 2.º de la ESO), respondieron de forma correcta a un problema de redondeo, muy por debajo de los valores internacionales, lo que demostraba que los alumnos no sabían lo que es redondear. Actualmente se ha incluido como un contenido más del currículo de la secundaria obligatoria, lo cual favorecerá el uso de una herramienta necesaria para desenvolverse con eficacia y normalidad en el futuro más próximo.

Por estos motivos me planteé la posibilidad de preparar alguna actividad para los alumnos que hiciera significativo el aprendizaje del concepto de redondeo. Para ello, usé algunos de los principios que Arcavi sugiere para diseñar actividades con espíritu constructivista (Arcavi, 1995):

- Presentar problemas que permitan actividad mental creadora de conocimiento.
- El alumno ha de poder utilizar su experiencia previa (situación familiar y manejable) y que haya una invitación explícita a utilizar el sentido común.
- Que haya problemas genuinos de la vida real para los cuales el uso de herramientas matemáticas ayude a comprender mejor fenómenos que nos rodean.
- Que la respuesta requiera la formulación de un argumento, una comparación, una idea, una conexión entre conceptos, una traducción entre diferentes representaciones.
- Que el problema se presente para elaborar preguntas nuevas, es decir, que la solución del mismo despierte curiosidad y el alumno, por su cuenta o en grupo –o con ayuda del maestro–, abra la posibilidad de seguir explorando la situación.
- Que la respuesta no sea accesible solamente por medio de la aplicación mecánica de un procedimiento de cálculo.

La actividad que construí parte de trabajar inicialmente el concepto de redondeo, y continúa con una pequeña investigación. Se plantea su resolución con la calculadora gráfica, por los beneficios que su uso reporta al alumno, en cuanto a dotarlo de autonomía, rapidez de cálculo, facilidad de visualización de los resultados, etc.

#### El valor del redondeo

Escribe en una lista el siguiente conjunto de expresiones decimales:

L1	L2	L3	1
2.4678	2.5	-----	
5.0037	5	-----	
-1.752	-1.8		
.7435	.7		
.0136	0		
7.3568	7.4		
5.9162	5.9		

L1 = (2.4678, 5.00...

A continuación, en las listas que siguen, procura que se calcule el redondeo a las décimas, centésimas y milésimas.

Supongamos que la primera lista de números (L1) nos muestra el resultado de cambiar nuestro dinero en pesetas a dólares. ¿Cuál es el redondeo que nos resultará más conveniente? Explica el porqué en cada caso.

El redondeo a las distintas posiciones decimales se obtiene con la instrucción `round()`:

L1	L2	L3	3
2.4678	2.5	-----	
5.0037	5	-----	
-1.752	-1.8		
.7435	.7		
.0136	0		
7.3568	7.4		
5.9162	5.9		

L3 = round(L1, 2)

L2	L3	L4	4
2.5	2.47	-----	
5	5	-----	
-1.8	-1.75		
.7	.74		
0	.01		
7.4	7.36		
5.9	5.92		

L4 = round(L1, 3)

L2	L3	L4	2
2.5	2.47	2.468	
5	5	5.004	
-1.8	-1.75	-1.752	
.7	.74	.744	
0	.01	.014	
7.4	7.36	7.357	
5.9	5.92	5.916	

L2(x) = 2.5

*Se plantea su resolución con la calculadora gráfica, por los beneficios que su uso reporta al alumno, en cuanto a dotarlo de autonomía, rapidez de cálculo, facilidad de visualización de los resultados, etc.*

Para cada expresión decimal nos conviene un redondeo u otro, puesto que dependiendo de la expresión decimal redondearemos por exceso o por defecto. Así, en el primero nos conviene el redondeo a las décimas, porque de los tres redondeos calculados es el que me proporciona un valor mayor; en el segundo a las milésimas, en el tercero a las centésimas, y así sucesivamente.

#### El Cambio más favorable

Sabemos que el 1 de Enero del año 2.002 tendremos que pagar en euros, porque la peseta habrá desaparecido. Será necesario que cambiar las pesetas que tenemos ahorradas en el banco o en la hucha por euros, ya que si no lo hacemos perderemos ese dinero. Se fijó el siguiente cambio: cada euro son 166,386 pesetas.

- Si disponemos de 1.000.000 de pesetas ahorradas, ¿cuántos euros nos darán por ellas? Recuerda que cuando calcules el resultado, debes redondear a las centésimas, pues la moneda más pequeña que existirá será la de céntimo de euro, y que no existe la milésima de euro.
- Si en lugar de eso cambiamos primero 500.000 pesetas y después las otras 500.000, ¿nos darían el mismo cambio?
- ¿Y si en lugar de dividir el millón en dos partes, lo dividimos sucesivamente en partes más pequeñas y vamos cambiando?
- ¿Cuál es la mínima cantidad de pesetas que nos conviene cambiar cada vez para sacar el máximo beneficio en el cambio?

La respuesta a las primeras preguntas puede darse haciendo la operación correspondiente y calculando el redondeo. Pero podemos definir una función que haga la conversión a euros, calculando después el redondeo correspondiente. Lo vemos en la siguiente pantalla:

Plot1	Plot2	Plot3
$Y_1 = X / 166.386$		
$Y_2 = \text{round}(Y_1, 2)$		
$Y_3 =$		
$Y_4 =$		
$Y_5 =$		
$Y_6 =$		
$Y_7 =$		

El resultado sería que por un millón de pesetas nos darán 6010,12 euros. Por 500.000 ptas 3.005,06 euros, lo cual nos daría el mismo total; por 100.000 ptas. nos darían 601,01 euros, lo cual hace un total de 6.010,1 euros, que muestra una pequeña diferencia de 2 céntimos de euro con respecto a los totales anteriores. Observamos que a medida que cambiamos cantidades más pequeñas, el efecto del redondeo hace que cambie la cantidad total de euros que recibamos.

X	Y1	Y2
1E6	6010.1	6010.12
500000	3005.1	3005.1

$Y_2 = 6010.12$

X	Y1	Y2
1E6	6010.1	6010.12
500000	3005.1	3005.1
100000	601.01	601.01
10000	60.101	60.1
1000	6.0101	6.01
100	.60101	.6
10	.0601	.06

$Y_2 = 6010.12$

Se nos puede ocurrir que podemos calcular como se produce esta variación desde la primera peseta, viendo si la cantidad recibida equivalente en pesetas, ganamos o perdemos en el cambio. Para ello nos planteamos en ir al banco la cantidad de veces que sea, cambiando siempre la misma cantidad de dinero hasta tener cambiado el millón de pesetas. Así, definimos la función  $Y_3$  que multiplique lo que nos han dado en euros en el cambio por el número de veces que vamos al banco hasta cambiar el millón de pesetas.

X	Y2	Y3
1E6	6010.1	6010.1
500000	3005.1	6010.1
100000	601.01	6010.1
10000	60.1	6010
1000	6.01	6010
100	.6	6000
10	.06	6000

$Y_3 = 6000$

*...en el supuesto de cambiar una peseta cada vez hasta el millón, en la conversión obtendríamos un beneficio equivalente a 663.860 pesetas, mientras que si fueran dos pesetas cada vez, en el proceso perderíamos 168.070 pesetas.*

Si a continuación multiplicamos este valor por 166,386, obtendremos el equivalente en pesetas de lo que nos han cambiado a euros, por lo que una simple resta con la cantidad inicial de 1.000.000 nos indicará si en el proceso de cambio hemos ganado o hemos perdido dinero.

Plot1	Plot2	Plot3
$Y_1 = X / 166.386$		
$Y_2 = \text{round}(Y_1, 2)$		
$Y_3 = (1000000 / X) * Y_2$		
$Y_4 = Y_3 * 166.386$		
$Y_5 = Y_4 - 1000000$		
$Y_6 =$		

De esta manera vemos que para ciertas cantidades el cambio es el mismo (nos dan un céntimo de euro ya cambiemos una o dos pesetas), lo cual quiere decir que en el cambio se produce un error que en una ocasión es a nuestro favor y en la otra a favor del banco. Vemos que la función que proporciona la diferencia entre la cantidad inicial en pesetas, 1.000.000, y la que tendríamos después de la conversión a euros va oscilando tendiendo al cero a medida que aumenta la cantidad que cambiamos cada vez. Así, en el supuesto de cambiar una peseta cada vez hasta el millón, en la conversión obtendríamos un beneficio equivalente a 663.860 pesetas, mientras que si fueran dos pesetas cada vez, en el proceso perderíamos 168.070 pesetas. Se puede calcular cuándo se obtiene un beneficio máximo calculando el máximo de la función, el cual se correspondería con una cantidad que en la práctica no se podría utilizar: 0,8319305... pesetas, que me proporcionaría una diferencia a mi favor de... ¡1.000.000 de pesetas! Es decir, en el cambio ganaría la misma cantidad que pretendo cambiar. Por tanto, la cantidad mínima que deberíamos cambiar para obtener el máximo beneficio en el cambio sería 1 peseta, haciendo un millón de viajes al banco! Aunque desde el punto de vista práctico resulte imposible realizarlo, desde el punto de vista legal se podría hacer, a menos que se nos marque una cantidad mínima en el banco a partir de la cual podemos cambiar.

X	Y1	Y2
1	.00601	.01
2	.01202	.01
3	.01803	.02
4	.02404	.02
5	.03005	.03
6	.03606	.04
7	.04207	.04

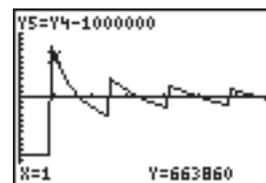
$Y_2 = .01$

X	Y3	Y4
1	10000	631930
2	5000	831930
3	6666.7	1.11E6
4	5000	831930
5	6000	998316
6	6666.7	1.11E6
7	5714.3	950777

$Y_4 = 1663860$

X	Y4	Y5
1	1.66E6	663860
2	831930	-1.7E5
3	1.11E6	109240
4	831930	-1.7E5
5	998316	-1684
6	1.11E6	109240
7	950777	-49223

$Y_5 = 663860$



Estas conclusiones, que a primera vista resultan sorprendentes, dejan en evidencia que existen muchas cuestiones matemáticas que aparentemente no tienen trascendencia pero que pueden conducir a resultados que por lo menos llaman la atención.

También me gustaría resaltar el beneficio que la calculadora gráfica proporciona en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo que ha sido tratado con más detalle en los numerosos informes que existen al respecto. Sirva como resumen de todos ellos la cita de H. Freudenthal (1980), quien ofreció su propia visión en el ICME 4.:

Lo que busco no son calculadoras ni ordenadores como tecnología educativa, ni como educación tecnológica, sino como una herramienta poderosa para despertar y aumentar el entendimiento matemático.

**Tomás Queralt**  
 CEFIRE de Torrent.  
 Societat d'Educació  
 Matemàtica de la Comunitat  
 Valenciana «Al-Khwarizmi».  
 Proyecto T<sup>3</sup> España

## Bibliografía

- ARCAVI, A. (1995): "...Y en matemática, los que instruimos ¿qué construimos?" *Substratum*, vol II, n.º 6, 77-94.
- QUERALT, T. (2000): "Un enfoque constructivista en el aprendizaje de la matemáticas con las calculadoras gráficas". *Actas de la 14 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa RELME*. Panamá.
- QUERALT, T. (2000): "Las matemáticas con tecnología entran". *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*. Vol. 41, 23-36.
- TEXAS INSTRUMENTS (1996). *Manual de la calculadora gráfica TI-83*.
- WAITS, B. (1997). "El apoyo que dan las calculadoras gráficas para enseñar y aprender mejor las matemáticas". TI-MAT.

