

**SUMA** 35

noviembre 2000

## **Sigma:** **una antología «antológica»**

### **SIGMA. EL MUNDO DE LAS MATEMÁTICAS**

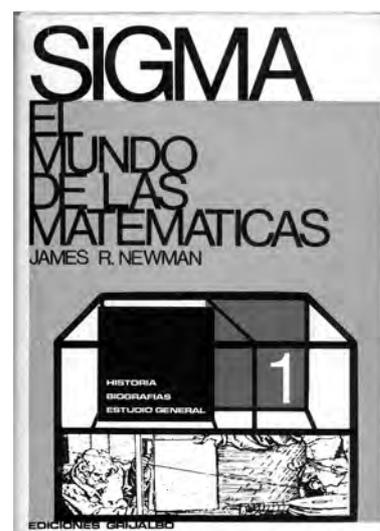
**James R. Newman (Selección, notas y comentarios)**

**6 volúmenes**

**Ediciones Grijalbo**

**Barcelona, 1968**

**XX + 430 + 437 + 394 + 416 + 464 + 420 páginas**



Cuando nos hicimos cargo de la dirección de SUMA Julio Sancho y el que esto escribe y pensamos en el diseño de sus diferentes secciones, veíamos claro que una de ellas debía consistir en reseñas de libros y material didáctico que fuesen apareciendo en el mercado editorial, lo cual no era nada original pues es una de las secciones habituales –obligatoria, más bien– en todas las revistas del tipo de la nuestra. Se nos ocurrió iniciar esta sección en cada número con una reseña «larga» de una obra que sin ser novedad, hubiese tenido, desde nuestro punto de vista, una cierta significación en la enseñanza de las matemáticas o en su divulgación o en la formación de los profesores. Así, han ido apareciendo en estas páginas trabajos sobre libros de Rey Pastor, Puig Adam, Polya, Freudenthal, Klein... Nosotros mismos nos comprometimos a hacer una de ellas; Julio cumplió su compromiso con el magnífico libro *¿Qué es la matemática?* de Courant y Robbins y yo, por razones personales, pensé siempre en *Sigma*.

**RECENSIONES**

Dos cosas bastante obvias, aunque a veces se olvidan: la primera, un profesor de matemáticas de secundaria debe «saber matemáticas»; y la segunda, este «saber matemáticas» no es suficiente para ser un buen profesional en la enseñanza de la materia, es preciso un conocimiento apreciable de diversas disciplinas englobadas en lo que se denomina ciencias de la educación (psicología, sociología educativa, teoría del currículo, etc.), además, por supuesto, de unas ciertas dotes personales que haga que el clima de clase funcione.

Centrémonos en el «saber matemáticas». ¿Qué y cuántas matemáticas debe conocer un profesor de secundaria?, ¿son suficientes los contenidos matemáticos que se adquieren a lo largo de una licenciatura en matemáticas? Rotundamente, sí. Sin embargo, hay una serie de aspectos de lo que podríamos llamar «cultura matemática» que normalmente no se adquieren en los estudios universitarios. Me estoy refiriendo a cuestiones de historia de la matemática, de epistemología, de relaciones de la matemática con otras ciencias o con el arte o la música; y también a una visión de conjunto sobre lo qué es la matemática y sus diversas partes. De alguna forma se trataría de un humanismo de las matemáticas dentro de las mismas matemáticas y en sus relaciones con otros aspectos de la cultura y de la vida.

En los últimos años el mercado editorial español ha sacado a la luz muchos títulos que cumplen perfectamente esta visión de las matemáticas, pero hace treinta años la escasez de libros en español de estos temas era considerable; sólo algunos de la anti-gua Labor –recuérdense los de Colerus–, otros de la entrañable colección Austral –sobre todo de historia de la matemática y cuatro sensacionales de Poincaré–, alguno importado de México y Argentina y... poco más.

Por eso, cuando Grijalbo comenzó a publicar en 1968 los tomos de *El Mundo de las Matemáticas*, fue muy bien recibido por todos aquellos que entonces intuíamos lo dicho más arriba: lo estudiado en la carrera resultaba insuficiente, era preciso complementarlo con lecturas matemáticas de un tipo distinto al de los manuales universitarios al uso. Personalmente recuerdo que estaba estudiando cuarto y tuve que dejar el «Ducados» y pasarme al «Celtas», pues las trescientas pesetas que había que desembolsar cada dos o tres meses (era la frecuencia con la que aparecía cada volumen) era ciertamente gravoso; quizás por ello *Sigma* es, para mí, una de las obras más queridas de mi modesta biblioteca.

*Sigma. El Mundo de las Matemáticas* es una recopilación de más de un centenar de ensayos (133 exactamente) recopilados por James R. Newman cuya edición original data de 1956 con el título original *The World of Mathematics*, aun cuando inicialmente, y según el propio Newman, estaba previsto para 1942.

Newman no sólo hace la recopilación de estos textos, sino que los introduce a través de comentarios, que por sí solos poseen un gran valor.

Pero, antes de seguir con *Sigma*, un pequeño comentario sobre otros dos libros significativos.



*Newman  
no sólo hace  
la recopilación  
de estos textos,  
sino que  
los introduce  
a través  
de comentarios,  
que por sí solos  
poseen  
un gran valor.*

## Dos libros del estilo de *Sigma*

Existen otras dos obras colectivas que tienen la misma filosofía que *Sigma*. Una algo posterior, la edición original es de 1968, y la primera edición española de 1971. Me estoy refiriendo a *Matemáticas en el Mundo Moderno*, cuyas introducciones corren a cargo de Morris Kline y la versión española es de Miguel de Guzmán. En esta obra se presentan medio centenar de artículos, agrupados en cinco grandes temas: La naturaleza de las matemáticas, Biografía, Algunos capítulos de la matemática, Los fundamentos de la matemática y El alcance de la matemática. Entre los autores figuran Halmos, Poincaré, Cohen, Newman, Kline, Euler, Nagel, Dirac... Algunos de los artículos coinciden con los de *Sigma*.

La otra es anterior a *Sigma*, *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*, debida a François Le Lionnais y colaboradores, y está dentro de la órbita de la matemática francesa. La primera edición es de 1948 (*Les grands courants de la pensée mathématique*) y la traducción castellana es de 1962, publicada por la Editorial Universitaria de Buenos Aires, en la que el español Luis Santaló tuvo a su cargo la revisión técnica.

La gestación de esta obra –durante la Segunda Guerra Mundial– tuvo un buen número de vicisitudes que describe Jean Ballard en el prefacio:

En 1942, François Le Lionnais se encontraba en Marsella. Seducido por la amplitud y sobre todo por la claridad de su saber, le sugerí recabar las explicaciones de los mejores matemáticos de este tiempo y reunirlos en un libro que presentara un cuadro de las investigaciones y del espíritu de las matemáticas actuales.

Estuvimos de acuerdo en tratar de mostrar a través de este examen [...] no el panorama inmóvil de los dominios perteneciente a esta ciencia, sino, sobre todo, las direcciones en las que se internan sus diferentes disciplinas [...].

Ninguno de nosotros se engañaba en 1942 sobre las dificultades de tal empresa, pero estábamos lejos de imaginar que se necesitarían cinco largos años para llevarla a término. [...] Recuérdese la época

en que los franceses de las dos zonas sólo podían escribirse tarjetas postales [...]. No había lugar para la fantasía y menos aún para las relaciones intelectuales [...].

Ballard, después de deplorar la muerte o desaparición de algunos de los colaboradores previstos, narra el episodio de la prisión de Le Lionnais que si no fuera por lo trágico de la situación, parecería sacado de un sainete. Estas son sus palabras:

[...] Le Lionnais, que pertenecía a un grupo de la resistencia, fue detenido a fines de abril de 1944 y enviado al campo de concentración de Dora, donde, durante los interminables meses que transcurrieron hasta el avance aliado, fue adscrito a las usinas subterráneas de V2. Muy pocos volvieron de este infierno de lúgubre fama; nuestro amigo pudo escapar de esta triste suerte, gracias a su salud y a su fuerza moral. Entre las esperanzas que lo sostenían, el proyecto de *Las Grandes Corrientes del Pensamiento Matemático* ocupaba de tal manera su espíritu que un día estuvo a punto de costarle la vida. Había rehecho el sumario de memoria y ciertos nombres escritos en una hoja de papel cayeron desdichadamente bajo las miradas de los guardianes. Fue llamado a explicarse ante un policía, quien, ignorante como puede serlo un carcelero, media todo por su propio pensamiento. El hombre no quería ver en la lista de nombres: Borel, Montel, de Broglie, Valéry, Brunschvicg, etc., sino a presidiarios dispuestos a evadirse. Era imposible hacerle abandonar esa idea. Exigía confesiones totales: ¿a qué hora y en qué lugar se reunirían los cómplices? Acabó por dejarse convencer, pero eso no le impidió decretar un castigo por haber escrito con un lápiz nazi sobre un papel del Tercer Reich. Fue así que nuestro amigo Le Lionnais, por amor a las matemáticas, recibió los golpes de baqueta reglamentarios que hubieran podido matarlo.

Una vez terminada la guerra, vuelto a Francia y después de un periodo de recuperación, Le Lionnais pudo culminar la obra volviendo a recuperar todas las colaboraciones y escribir las introducciones de cada artículo que unidas a la presentación inicial constituyen, como él mismo señala, como los fragmentos de un artículo único. La obra está estructurada en tres partes. La primera, titulada *El templo matemático*, tiene como grandes epígrafes: Estructuras, El número, El espacio, La función, El grupo y La probabilidad. *La epopeya matemática* conforma la segunda parte, dedicada a aspectos históri-



*El prólogo  
de la edición  
norteamericana  
se debe a  
su recopilador  
James R. Newman.  
[...]  
...indica  
sus preferencias  
personales que,  
por supuesto,  
tienen  
un reflejo  
en la selección...*

cos y está subdividida en Pasado, Presente y Futuro. Finalmente, la tercera la titula *Las influencias* y sus epígrafes indican claramente su contenido: Las matemáticas y el espíritu humano; Las matemáticas y la filosofía; La verdad, la realidad, las matemáticas y las ciencias de la naturaleza; Arte y estética. Las matemáticas y la belleza; Las matemáticas y las técnicas; y Las matemáticas y la civilización. En estos temas escriben Borel, Bourbaki, Fréchet, Dubreil, Montel, Lentin, Servien, Cartan, Dubreil-Jacotin, Godeaux, Dieudonné, Weil y un largo etcétera que constituye la nómina de los mejores matemáticos franceses de los inicios de la segunda mitad del siglo XX.

Pero, volvamos a Sigma.

## Los prólogos

La versión de *Sigma* que estamos manejando dispone de tres prólogos de las correspondientes ediciones norteamericana, sueca y española. En ellos se muestra claramente cuál es el propósito de la obra.

El prólogo de la edición norteamericana se debe a su recopilador James R. Newman. Además de los agradecimientos de rigor, describe las dificultades que tuvo para llevar a cabo esta empresa y cómo el trabajo que esperaba acabar en dos años le llevó casi veinte. Según él, ha seleccionado:

...lo que mejor muestre el campo de las matemáticas, la riqueza de sus ideas y la multiplicidad de sus aspectos. Presento las matemáticas como una herramienta, un lenguaje y un mapa; como una obra de arte y un fin en sí mismas; como un resultado de la pasión por la perfección. Aparecen como objeto de ironías, tema para el humor y fuente de controversias; como un estímulo para la imaginación, un fermento para los narradores; como algo que ha llevado a los hombres al frenesí y que les proporciona deleite.

También indica sus preferencias personales que, por supuesto, tienen un reflejo en la selección:

Una antología es una obra de prejuicios. Esto no es menos cierto en una obra de matemáticas que cuando se trata de poesía o ficción. Los cuadrados mágicos, por ejemplo, me aburren; en cambio, nunca me cansaría de la teoría de probabilidades. Prefiero la geometría al álgebra, la física a la química, la lógica a la economía, las matemáticas del infinito a la teoría de números. Hay tópicos que rehuyo, algunos que trato ligeramente y otros que acojo con la mayor benevolencia. [...]

Tord Hall presenta la edición sueca, que es la que se ha seguido en cuanto a organización de los textos en la edición española. Hall habla en su presentación de la dificultad de la obra:

...Newman no intenta saltar las dificultades. Por el contrario, utiliza todas las dimensiones del registro de las matemáticas. Los artículos elegidos tienen, pues, dificultades en grados diversos: desde la parte literaria, donde el elemento matemático apenas se percibe, sube lentamente la curva, pasando por los resúmenes históricos y biográficos, o las orientaciones de tipo más general, para culminar en los artículos sobre, por ejemplo, la teoría de la relatividad, o sobre lógica matemática. En una serie como ésta se encuentran muchos ensayos que no requieren ninguna preparación especial. Éstos pueden servir como punto de partida para seguir adelante con estudios que nos enseñan a

comprender el cambiante ser de las matemáticas: un medio y una meta, un instrumento para la técnica y un bello arte, independiente de la realidad.

La presentación de la edición española corre a cargo de Manuel Sacristán, que muy bien podría haber pasado a formar parte del cuerpo de la obra, pues no se limita a describir lo que el lector se va a encontrar en las páginas siguientes, sino que con unas breves pinceladas señala los problemas que puede acarrear una interpretación equivocada de la matematización de las ciencias de la sociedad.

Sacristán termina su prólogo con estas palabras:

...La historicidad de la matemática misma se revela en esta antología al lector atento por la vía más viva, fecunda y gustosa: por la lectura de los textos clásicos que han dado origen a los principales giros del pensamiento matemático.

James R. Newman tenía títulos y autoridad para llevar a cabo una empresa de esta calidad y de estas dimensiones (mucho mayores aún en perspectivas que en páginas). La exposición a la vez sería y educativa o elemental de temas matemáticos profundos no es un arte en el que tuviera que ponerse a prueba por vez primera. Ya hace años publicó, en colaboración con el lógico E. Nagel, una exposición didáctica del teorema de Gödel que es una pieza clásica de divulgación. Esta antología no se queda a la zaga de aquel texto.

## Para empezar... historia

El volumen inicial está dedicado a la historia de las matemáticas y a un último ensayo sobre *La naturaleza de la matemática*.

Los estudios históricos comienzan con una historia biográfica, *Los grandes matemáticos*, de Turnbull que abarca desde los griegos hasta el siglo XIX y pretende ser el marco de referencia para las otras selecciones. Las escasas cien páginas de este libro pueden constituir un buen punto de partida para quienes deseen iniciarse en historia de las matemáticas, antes de pasar a obras de mayor envergadura (el mismo papel lo pueden hacer las historias de Babiní, Rey Pastor, Colerus o Hoffmann).

El resto de artículos de esta sección muestran algunos momentos y figuras especialmente relevantes de la matemática, en algunos casos por medio de biografías como en los casos de Kepler, Newton (se le dedican dos trabajos, como no podía ser menos), Gauss, Cayley, Sylvester y el sorprendente Ramanujan; en otros, se reproducen textos originales como las primeras páginas de *la geometría* de Descartes o un extracto del curioso *El Analista*, donde el obispo Berkeley ataca sin piedad a los infinitésimos «evanescentes» de Newton. Especial relevancia tienen las páginas autobiográficas de Bertrand Russell, que con el título *Mi desarrollo intelectual*, son –en palabras del propio Newman– «el comentario de uno de los más grandes escritores actuales sobre uno de los más importantes filósofos vivientes». El coautor, con Russell, Whitehead, de los *Principia Mathematica* cierra esta sección con su ensayo sobre *La matemática como elemento en la historia del pensamiento*.

Philip E. B. Jourdain es el autor único de la segunda sección de

*Los estudios  
históricos  
comienzan  
con una historia  
biográfica,  
Los grandes  
matemáticos,  
de Turnbull  
que abarca  
desde los griegos  
hasta el siglo XIX  
y pretende ser  
el marco  
de referencia  
para las otras  
selecciones.*

este volumen con su ensayo *La naturaleza de la matemática*. Él mismo señala en la introducción su objetivo:

La finalidad de este pequeño volumen no es –como la de un libro de texto– el dar una colección de métodos y ejemplos matemáticos, sino, ante todo, la de decir lo que no dan los libros de texto: una visión de cómo y por qué se han originado esos métodos.

Y prosigue:

En este libro no voy a prestar mucha atención a los detalles de la aritmética elemental, la geometría y el álgebra que aparecen en la mayoría de los libros de texto, sino que atenderé al estudio de aquellas nociones –como la de número negativo– que se usan sin discusión suficiente en dichos libros.

## El mundo físico

El carácter instrumental de las matemáticas en las ciencias experimentales se pone claramente de manifiesto en el segundo volumen de *Sigma*, titulado *Las matemáticas y el mundo físico*.

A Galileo (con una selección de sus *Diálogos referentes a dos nuevas ciencias*) le sigue Daniel Bernoulli con un breve extracto sobre teoría cinética de los gases y de ahí se pasa a la astronomía, con una historia sobre la determinación de la longitud terrestre y otra sobre el descubrimiento del planeta Neptuno en 1846.

La Química está representada por Mendeléef y su ley periódica de los elementos; y la Biología por las matemáticas de la herencia de Mendel y la selección natural y teoría evolutiva.

Capítulos de la física, como la ley de gravitación, teoría cuántica, el principio de incertidumbre de Heisenberg, la mecánica ondulatoria o la teoría de la relatividad completan este volumen.

Lógicamente, de todos estos temas aparecen extractos o aspectos concretos, pues está claro que la teoría de la relatividad, por ejemplo, no se puede despachar en unas cuantas páginas.

## Azar, estadística y ciencias sociales

La sección dedicada a la probabilidad comprende seis trabajos de Laplace, Peirce,

Keynes, Poincaré y Nagel, que recogen las tres interpretaciones importantes de la probabilidad, según Newman:

La opinión clásica, formulada por Laplace y De Morgan, sostiene que la noción se refiere a un estado de ánimo. [...] Otro punto de vista define la probabilidad como una relación lógica, esencialmente imposible de analizar, pero intuitivamente comprensible. [...] El tercer criterio de la probabilidad radica en el concepto estadístico de la frecuencia relativa.

Personalmente me cautiva el estilo claro y a la vez riguroso de las divulgaciones de Poincaré. Su artículo *El azar* (publicado con anterioridad en castellano en su libro *Ciencia y Método* de la Colección Austral) es una muestra excelente de ello.

*Sigma* ofrece dos artículos sobre estadísticas de vida debidos al mercader John Graunt (que se considera de alguna forma el iniciador de la estadística) y al astrónomo Edmund Halley, que constituyen el punto de partida de la creación de las compañías de seguros. Sobre este tema, y también sobre juegos, trata el entretenido *El vicio del juego y la virtud de asegurarse* del no matemático Bernard Shaw, que junto con otros ensayos, en general con poco aparato técnico y de carácter muy divulgativo, hacen que los textos de esta sección sean especialmente aprovechables para la lectura y posterior comentario en una clase de secundaria.

La última sección de este tercer volumen está dedicada a las relaciones de las matemáticas con algunas ciencias sociales: psicología, demografía, economía, sociología... Si *Sigma* se diseñase hoy, seguramente está sección aparecería notablemente enriquecida con otras aportaciones.

## El meollo de la cuestión

Aritmética y números, geometría, grupos y las matemáticas del infinito son las secciones del cuarto volumen. De acuerdo con la cita que hemos hecho del prólogo de Newman, aquí (y en el volumen siguiente) figurarían sus preferencias matemáticas.

La sección de números comienza con Arquímedes y su *Arenario*. Paulos en su libro *El hombre anumerico* señala que los tópicos en los que se muestra el anumerismo en nuestra sociedad son la probabilidad y los grandes números. Éstos, en general, han

*... explican  
de forma  
muy clara  
el nacimiento  
y el sentido  
de las geometrías  
no euclideas, lo  
que proporciona  
un magnífico  
ejemplo  
de la esencia  
de la matemática  
como modelo  
axiomático-  
deductivo;  
ejemplo que,  
convenientemente  
simplificado  
y sin tecnicismo  
alguno,  
puede ser  
introducido  
en clase  
de bachillerato.*

sido poco tratados en las matemáticas escolares y hasta la última reforma no han sido introducidos en los currículos, aunque tengo la sensación de que no han llegado al aula con la importancia que creo que tienen. El *Arenario* puede servir, con las naturales adaptaciones, como un ejemplo entre muchos para ese tratamiento. Arquímedes inicia este trabajo planteando el problema:

Algunos creen, rey Gelón, que el número de los granos de arena es una cantidad infinita: hablo no solamente de la que está alrededor de Siracusa y de toda Sicilia, sino de toda la tierra tanto habitada como deshabitada. Hay algunos que no creen que sea infinito, sino que no hay ningún número nombrado que supere esta cantidad. [...] Yo sin embargo trataré de probarte con demostraciones geométricas que puedas seguir, que algunos de los números nombrados por mí y explicados en los escritos dirigidos a Zeuxipo no solamente superan al número de los granos de arena de una magnitud igual a la de la Tierra llena tal como hemos dicho, sino de una magnitud igual a la del cosmos.

En esta sección hay otros artículos que pueden ser explotados didácticamente con alumnos de secundaria, son los dos referidos a la forma de contar y sistemas de numeración de distintas civilizaciones (aunque el mismo papel lo puede hacer uno de los libros de Ifrah, sobre las cifras) y los dedicados a calculadores prodigio y la capacidad de los pájaros para «contar».

De otro carácter muy distinto son los dos breves, pero magníficos, ensayos de Dedekind y Bertrand Russell sobre los números irracionales y el concepto de número, respectivamente.

La geometría es el objeto de la sección Matemáticas del espacio y del movimiento. Clifford, en los tres primeros artículos de esta sección, y Helmholtz, al tratar sobre el origen y la significación de los axiomas geométricos, explican de forma muy clara el nacimiento y el sentido de las geometrías no euclideas, lo que proporciona un magnífico ejemplo de la esencia de la matemática como modelo axiomático-deductivo; ejemplo que, convenientemente simplificado y sin tecnicismo alguno, puede (y me atrevería a decir que debe) ser introducido en clase de bachillerato. Resulta sorprendente que una apreciable proporción de recién titulados universitarios no hayan oído hablar de las geometrías no euclideas.

La memoria de Euler sobre el famoso problema de los siete puentes de Königsberg y un capítulo del excelente libro de Courants y Robbins, *¿Qué es la Matemática?*, y que ya ha sido comentado en esta misma sección de SUMA, conforman la parte dedicada a topología.

Las matemáticas en la obra de Durero, un estudio de Morris Kline sobre geometría proyectiva y un par de conferencias de Hermann Weyl dedicadas a la simetría completan esta sección geométrica que, en mi opinión, es una de las más logradas de toda la obra que estamos comentando.

Como modelo de abstracción matemática, Newman se inclina por la teoría de grupos: «La teoría de grupos –escribe– es el máximo ejemplo del arte de la abstracción matemática.

## Volumen primero

### 1. Historia y biografías

- Los grandes matemáticos (Herbert Westren Turnbull).
- El papiro Rhind (James R. Newman).
- Arquímedes (Plutarco, Vitruvio y Tzetzes).
- Matemáticos griegos (Ivor Thomas).
- Declaración sobre la utilidad de la aritmética (Robert Recorde).
- Johann Kepler (Sir Oliver Lodge).
- La Geometría (René Descartes).
- Isaac Newton (E. N. da Andrade).
- Newton, el hombre (John Maynard Keynes).
- El analista (El Obispo Berkeley).
- Gauss, el príncipe de los matemáticos (Eric Temple Bell).
- Gemelos invariables, Cayley y Sylvester (E. Temple Bell).
- Srinivasa Ramanujan (James R. Newman).
- Mi desarrollo intelectual (Bertrand Russell).
- La matemática como elemento en la historia del pensamiento (Alfred North Whitehead).

### 2. Estudio general

- La naturaleza de la matemática (Philip E. B. Jourdain).

## Volumen segundo

### 1. Las matemáticas y el mundo físico

- La matemática del movimiento (Galileo Galilei).
- Teoría cinética de los gases (Daniel Bernoulli).
- La longitud (Lloyd A. Brown).
- John Couch Adams y el descubrimiento de Neptuno (Sir Harold Spencer Jones).
- Números atómicos (H. G. J. Moseley).
- Los rayos Röntgen (William Bragg).
- Los cristales y el futuro de la física (Philippe Le Corbeiller).
- ¿Qué es el cálculo de variaciones y cuáles son sus aplicaciones? (Karl Menger).
- Las burbujas de jabón (C. Vernon Boys).
- El problema de Plateau (Richard Courant y Herbert Robbins).
- Ley periódica de los elementos químicos (Dmitri Mendeléief).
- Mendeléief (Bernard Jaffe).
- Matemáticas de la herencia (Gregor Mendel).
- El tamaño adecuado (J. B. S. Haldane).
- Matemática de la selección natural (J. B. S. Haldane).
- La herencia y la teoría cuántica (Erwin Schrödinger).
- Sobre la magnitud (D'Arcy Wentworth Thompson).
- El principio de incertidumbre (Werner Heisenberg).
- Causalidad y mecánica ondulatoria (E. Schrödinger).
- Las constantes de la Naturaleza (Sir Arthur Stanley Eddington).
- La nueva ley de la gravitación y la ley antigua (Sir Arthur Stanley Eddington).
- La teoría de la Relatividad (Clement V. Durell).



## Volumen tercero

### 1. Las leyes de la probabilidad

- Sobre la probabilidad (Pierre Simon de Laplace).
- Las rojas y las negras (Charles Sanders Peirce).
- La probabilidad de la inducción (Charles Sanders Peirce).
- La aplicación de la probabilidad al comportamiento (John Maynard Keynes).
- El azar (Henry Poincaré).
- Significado de la probabilidad (Ernest Nagel).

### 2. Las estadísticas y la programación de los experimentos

- Fundamentos de las estadísticas de vida (John Graunt).
- Las primeras tablas de seguros de vida (Edmund Halley).
- La ley de los grandes números (Jacob Bernoulli).
- Muestreo y desviación tipo (L. C. Tippett).
- Promedio y dispersión (M. J. Moroney).
- Las matemáticas de una catadora de té (Sir Ronald A. Fisher).
- El vicio del juego y la virtud de asegurarse (George Bernard Shaw).

### 3. Matemáticas y Ciencias Sociales

- Gustav Theodor Fechner (Edwin G. Boring).
- Clasificación de los hombres según sus dotes naturales (Sir Francis Galton).
- Las matemáticas de los alimentos y de la población (Thomas Robert Malthus).
- Matemáticas del valor y la demanda (Augustin Cournot).
- Teoría de la economía política (William Stanley Jevons).
- Las matemáticas de la guerra y la política internacional (Lewis Fry Richardson).
- Estadística de los conflictos bélicos (Lewis Fry Richardson).
- Teoría del comportamiento económico (Leonid Hurwicz).
- Teoría de los juegos (S. Vajda).
- La sociología aprende el lenguaje de las matemáticas (Abraham Kaplan).

## Volumen cuarto

### 1. Aritmética, números y arte de contar

- Arenario (Arquímedes).
- Contar (Levi Leonard Conant).
- De los números a los numerales y de los numerales al cálculo (David Eugene Smith y Jekuthiel Ginsburg).
- Calculadores prodigio (W. W. Rouse Ball).
- La capacidad de los pájaros para «contar» (O. Koehler).
- La reina de las matemáticas (Eric Temple Bell).
- Sobre el teorema del binomio para exponentes fraccionarios y negativos (Isaac Newton).
- Números irracionales (Richard Dedekind).
- Definición de número (Bertrand Russell).

## 2. Matemáticas del espacio y del movimiento

- La exactitud de las leyes matemáticas (William Kingdon Clifford).
- Postulados de la ciencia del espacio (W. Kingdon Clifford).
- Teoría de la materia en el espacio (W. Kingdon Clifford).
- Los siete puentes de Königsberg (Leonhard Euler).
- Topología (Richard Courant y Herbert Robbins).
- Durero como matemático (Erwin Panofsky).
- Geometría proyectiva (Morris Kline).
- Sobre el origen y la significación de los axiomas geométricos (Hermann von Helmholtz).
- Simetría (Hermann Weyl).

## 3. El arte supremo de la abstracción: teoría de grupos

- El concepto de grupo (Cassius J. Keyser).
- La teoría de grupos (Sir Arthur Stanley Eddington).

## 4. Las matemáticas del infinito

- Los metafísicos y las matemáticas (Bertrand Russell).
- El infinito (Hans Hahn).

### Volumen quinto

#### 1. La verdad matemática y la estructura de las matemáticas

- Sobre la naturaleza de la verdad matemática (Carl G. Hempel).
- La geometría y la ciencia empírica (Carl G. Hempel).
- El método axiomático (Raymond L. Wilder).
- La demostración de Gödel (Ernest Nagel y James R. Newman).
- Una ciencia matemática (Oswald Veblen y J. Wesley Young).
- La matemática y el mundo (Douglas Gasking).
- Los postulados matemáticos y el entendimiento humano (Richard von Mises).

#### 2. Forma del pensamiento matemático

- El estudio que no sabe nada de la observación (James Joseph Sylvester).
- La esencia de la matemática (Charles Sanders Peirce).
- La economía de la ciencia (Ernst Mach).
- Medición (Norman Robert Campbell).
- Las leyes numéricas y el uso de las matemáticas en la ciencia (Norman Robert Campbell).
- El modo matemático de pensar (Hermann Weyl).

#### 3. Matemática y lógica

- Análisis matemático de la lógica (George Boole).
- Historia de la lógica simbólica (Clarence Irving Lewis y Cooper Harold Langford).
- La notación simbólica, los ojos de Haddock y la ordenanza sobre los perros (Ernest Nagel).
- Lógica simbólica (Alfred Tarski).

#### 4. La sinrazón de las matemáticas

- Paradoja perdida y paradoja recuperada (Edward Kasner y James R. Newman).
- Crisis de la intuición (Hans Hahn).

#### 5. Cómo solucionarlo

- Cómo resolverlo (G. Polya).

## 6. El vocabulario de las matemáticas

- Nuevos nombres para lo viejo (Edward Kasner y James R. Newman).

## 7. Las matemáticas como arte

- Las matemáticas como arte (John W. Navin Sullivan).

## 8. El matemático

- Apología del matemático (G. H. Hardy).
- Invención matemática (Henri Poincaré).
- El matemático (John von Neumann).

### Volumen sexto

#### 1. Máquinas matemáticas. ¿Puede pensar una máquina?

- Teoría general y lógica de los dispositivos automáticos (John von Neumann).
- ¿Puede pensar una máquina? (A. M. Turing).
- Una máquina de jugar al ajedrez (Claude E. Shannon).

#### 2. Las matemáticas y el arte de la guerra

- Las matemáticas y el arte de la guerra (Frederick William Lanchester).
- Cómo localizar un submarino (Phillip M. Morse y George E. Kimball).

#### 3. Teoría matemática del arte

- Matemáticas de la estética (George David Birkhoff).

#### 4. Las matemáticas del bien

- Una aproximación matemática de la ética (George David Birkhoff).

#### 5. Las matemáticas en la literatura

- Budín cicloide (Jonathan Swift).
- El joven Arquímedes (Aldous Huxley).
- Geometría en el sur del Pacífico (Sylvia Townsend Warner).
- Lógica inflexible (Russell Maloney).
- La ley (Robert M. Coates).

#### 6. Matemáticas y música

- Matemáticas de la música (Sir James Jeans).

#### 7. Las matemáticas como clave cultural

- El significado de los números (Oswald Spengler).
- El lugar de la realidad matemática: una referencia antropológica (Leslie A. White).

#### 8. Entretenimientos, rompecabezas, fantasías

- Colección de paradojas (Augustus de Morgan).
- Flatland (Edwin A. Abbott).
- Lo que la tortuga dijo a Aquiles y otros acertijos (Lewis Carroll).
- La palanca de Mahoma (R. Courant y H. Robbins).
- Pasatiempos del pasado y del presente (Edward Kasner y James R. Newman).
- Reconstrucciones aritméticas (W. W. Rouse Ball).
- Los siete sietes (W. E. H. Berwick).
- Matemáticas sencillas y tenis sobre hierba (T. J. I.A. Bromwich).
- Matemáticas para jugadores de golf (Stephen Leacock).
- El sentido común y el universo (Stephen Leacock).



Solamente se interesa por la sutil filigrana de las relaciones fundamentales; es el instrumento más poderoso inventado hasta ahora para aclarar las estructuras», y selecciona dos ensayos, uno de Keyser a pesar de que dice que «su estilo es algo plúmbeo y pasado de moda» y otro divulgativo de Eddington.

El volumen termina dedicado al infinito; el polivalente Bertrand Russell escribe sobre *Los metafísicos y las matemáticas*, y el austriaco Hans Hahn describe el trabajo del creador de la moderna teoría matemática del infinito, Georg Cantor.

## Verdad, lógica...

Hempel, Wilder, Nagel, Peirce, Weyl, Boole, Tarski, Polya, Hardy, Poincaré y Newman como jugador-entrenador, junto con los reservas... ¡vaya alineación!

Esta selección, individualmente o en parejas, trata de responder a cuestiones como: ¿qué es la matemática?, ¿cuáles son sus fundamentos?, ¿qué estructura tiene?, ¿qué significa el teorema de Gödel?, ¿cuál es la esencia de la matemática?, ¿hay un modo matemático de pensar?, ¿qué forma presenta?, ¿qué relaciones existen entre matemáticas y lógica?, ¿es importante lo absurdo en matemáticas?, ¿qué pasa con las paradojas?, ¿se puede aprender a resolver problemas?, ¿son bellas las matemáticas?, ¿se puede hablar del arte de las matemáticas?, ¿que es ser matemático?, ¿cómo se hacen las matemáticas?, ¿qué sucede en el cerebro de un matemático?...

No diré nada más de este volumen, únicamente la recomendación de leerlo.

## Un poco de todo

Una obra preparada en 1956, hace más de cuarenta años, tiene que notar el paso del tiempo y aunque bastantes de las secciones se pueden leer hoy perfectamente, hay alguna, como la que inicia el volumen sexto, que es evidente que hoy Newman las diseñaría de forma totalmente diferente. Son los artículos referidos a calculadoras automáticas, aunque existe uno de Turing cuya lectura resulta interesante.

La mayor parte de este volumen está dedicado a relaciones entre matemáticas y algunas ramas de las humanidades, así como a lo que se ha dado en llamar matemática recreativa.

En sendos artículos Birkhoff pretende trazar programas racionales para codificar los ámbitos estético y... ético (¡casi nada!):

El programa implica la introducción de ideas cuantitativas elementales basadas en una simple fórmula de «cuantía ética», con el fin de clasificar y codificar el vasto ámbito de la ética. Cabe esperar que tal programa pueda desempeñar la misma clase de servicio útil para la ética que el desempeñado por la lógica para las matemáticas y por la gramática para el lenguaje.

Más interesantes, al menos más entretenidos, son los cinco relatos de la sección Las matemáticas en la literatura: un extracto del Viaje a Laputa, de los *Viajes de Gulliver*, de Jonathan Swift, en el que se ridiculiza a las matemáticas y a quienes las cultivan;

*Hempel,  
Wilder,  
Nagel,  
Peirce,  
Weyl,  
Boole,  
Tarski,  
Polya,  
Hardy,  
Poincaré  
y Newman  
como  
jugador-  
entrenador,  
junto con  
los reservas...  
¡vaya alineación!*

una novela corta de Huxley; *Geometría en el Sur del Pacífico*; y un par de relatos fantásticos con la estadística como eje inspirador de las historias. Hoy, Newman hubiese dispuesto de relatos con más fuerza para añadir a esta selección; un solo ejemplo, Borges.

Las matemáticas como clave cultural es la sección que promete más de lo que da: un ensayo sobre el significado de los números y otro que consiste en una referencia antropológica sobre si las verdades matemáticas residen en el mundo externo o son invenciones del hombre.

La última sección de este sexto volumen —en mi opinión el más flojo de los seis— está conformado por una decena de trabajos de matemática recreativa: paradojas, pasatiempos, juegos, reconstrucciones aritméticas, cuadrados mágicos, problemas curiosos, etc. Está bien, pero se echa en falta un nombre que ya publicaba en aquella época: Martin Gardner.

## Para finalizar...

...tengo que seguir escribiendo algo más, pues no quedaría bien acabar con la última frase del apartado anterior y me gustaría, además, acabar la página, por aquello de la maquetación. Y voy a hacerlo con una justificación y una recomendación.

Ya sé que la justificación es un recurso literario muy cómodo, pero aún así lo haré. Desde el momento en que decidí escribir estas pocas páginas fui consciente de que no me era posible hacer un comentario, aunque sólo fuese medio profundo, por falta de conocimientos, capacidad, tiempo, extensión... ¡Haría falta ser otro Newman! Sin embargo, es una obra tan querida por mí, me ayudó tanto en mi formación matemática y en mis primeros años de ejercicio profesional que no he querido dejar pasar la ocasión de hacer en SUMA este pequeño homenaje a SIGMA (¡qué casualidad: suma y sigma!). Entiéndase pues así, más como un homenaje que como una recensión.

¡Ah!, me falta la recomendación y de esta forma termino. Por favor, si no lo han hecho ya, léanlo o, al menos, hojeénlo.

**Emilio Palacián**