

El aprendizaje de estrategias de resolución de problemas con una hoja de cálculo*

**Manoli Pifarré Turmo
Jaume Sanuy Burgués**

Este artículo presenta, en primer lugar, las características educativas del programa informático de una hoja de cálculo y que pueden facilitar el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas en la enseñanza secundaria obligatoria. En segundo lugar, se describe las principales características de una propuesta didáctica que incorpora este programa informático para la enseñanza/aprendizaje de estrategias de resolución de problemas numéricos de proporcionalidad. Y, en tercer lugar, se presentan algunos de los resultados obtenidos por los alumnos y que confirman las posibilidades educativas de la hoja de cálculo en la clase de matemáticas.

* Este estudio ha sido realizado gracias a una ayuda para la financiación de proyectos de investigación de la Universidad de Lleida, proyecto n.º 812.

EL OBJETIVO de este artículo consiste en presentar las posibilidades de utilizar una hoja de cálculo como instrumento mediador para el aprendizaje de estrategias metacognitivas de resolución de problemas a alumnos de enseñanza secundaria obligatoria.

Nuestro trabajo parte de la revisión de diferentes investigaciones que consideran el concepto de la metacognición como el control y la regulación de la actividad cognitiva (Brown, 1987; Martí, 1995). Desde estos trabajos, se diferencian tres fases o estadios en el proceso de gestión y de regulación de las acciones cognitivas: la planificación antes de iniciar la resolución de una tarea; el control de la acción y la rectificación en caso necesario mientras se realiza la tarea y la evaluación del resultado final de la acción.

La importancia del uso de diferentes estrategias correspondientes a estos tres momentos del proceso de resolución de una tarea también se aprecia en los trabajos de investigación realizados desde la psicología cognitiva y en referencia a la mejora del proceso de resolución de problemas matemáticos. En este campo de estudio se plantea la enseñanza explícita de estrategias metacognitivas como variable que puede mejorar el proceso de resolución de problemas de los alumnos. Las investigaciones que han analizado el proceso de resolución de problemas de los alumnos de diferentes niveles académicos después de seguir un programa de enseñanza/aprendizaje de estrategias metacognitivas de resolución de problemas muestran resultados muy positivos (Delclos i Harrington, 1991; Shaw, 1997).

Nuestro estudio se insiere en este tipo de trabajos y tiene como objetivo educativo potenciar el aprendizaje de estrategias de planificación, de regulación y de evaluación para resolver problemas de matemáticas a alumnos de ESO. Para ello, en nuestro trabajo, la enseñanza/aprendizaje de estrategias metacognitivas se realiza con la mediación del programa informático de una hoja de cálculo.

Características educativas de una hoja de cálculo para el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas

Creemos importante destacar las siguientes características de las hojas de cálculo y que justifican su importancia educativa en el área curricular de las matemáticas.

- a) Las hojas de cálculo, al igual que otros programas informáticos, permiten una representación multisimbólica de la realidad. Una misma información puede ser representada utilizando diferentes códigos simbólicos (matemático, escrito, gráfico, etc.) aportando un conocimiento y una representación compleja de la realidad.

Esta multi-representación de la información puede favorecer el aprendizaje de las relaciones esenciales de un contenido, potenciando su generalización y su transferencia a otras situaciones. El aprendizaje resultante puede ser un aprendizaje más profundo y significativo, centrado en los elementos y las relaciones substanciales del contenido (Balacheef y Kaput, 1996).

Por ejemplo, cuando un alumno utiliza una hoja de cálculo para resolver un problema debe representar el enunciado del problema en una estructura de casillas que forman una tabla de doble entrada. Esta primera traducción y manipulación de los datos favorece que el alumno comprenda mejor las relaciones que existen entre la información numérica y textual presentada en el enunciado del problema. Posteriormente, y durante todo el proceso de resolución, la información y el trabajo matemático de los datos pueden ser traducidos a un lenguaje gráfico, utilizando las opciones de gráficos que el programa ofrece al alumno (diagrama de barras, de líneas...), potenciando el análisis y la comprensión de las consecuencias que tienen para la resolución del problema las acciones matemáticas que realiza el alumno.

- b) El tipo de interacción del alumno con un programa informático, como la hoja de cálculo, desarrolla el aprendizaje de un proceso de ejecución riguroso, preciso, ordenado y reglado, características importantísimas en la utilización del lenguaje matemático. El espacio de trabajo de la hoja de cálculo en casillas que forman un cuadro de doble entrada requiere que el alumno organice toda la información que introduce, que etiquete y que numere cada una de las casillas del cuadro. Estas exigencias de trabajo en la resolución de un problema con la hoja de cálculo requieren que el alumno planifique todas sus acciones favoreciendo una resolución del problema más consciente y controlada (Martí, 1992).

Las hojas de cálculo, al igual que otros programas informáticos, permiten una representación multisimbólica de la realidad.

La resolución de un problema con la utilización de una hoja de cálculo obliga al estudiante a explicitar el proceso de pensamiento que sigue para resolverlo.

- c) El tipo de interacción que se produce cuando el alumno resuelve un problema utilizando una hoja de cálculo es continuada, inmediata y dinámica. Cada una de las acciones y decisiones que realiza el alumno tienen una respuesta inmediata en la pantalla del ordenador. Esta característica es muy importante, ya que puede facilitar que el alumno regule y evalúe sus acciones en función de las consecuencias que éstas producen en el proceso de resolución y, por tanto, que pueda modificarlas si no se adecuan a los objetivos previamente planificados. Este tipo de interacción puede potenciar el aprendizaje de estrategias de control, de regulación y de evaluación, estrategias muy importantes en la resolución de problemas matemáticos (Schoenfeld, 1992).
- d) La resolución de un problema con la utilización de una hoja de cálculo obliga al estudiante a explicitar el proceso de pensamiento que sigue para resolverlo. El alumno debe introducir las órdenes necesarias en el ordenador para que éste las ejecute y resolver el problema. Estas órdenes, que representan el proceso de resolución seguido por el alumno, quedan registradas en la hoja y permiten que éste las analice y evalúe. En este sentido, el ordenador actúa como «espejo del propio pensamiento» favoreciendo, de este modo, la consciencia y la regulación de los propios procesos cognitivos (Monereo, 1992).
- e) La resolución de un problema utilizando una hoja de cálculo permite manipular números con una gran facilidad. El alumno puede cambiar números, fórmulas y rehacer cálculos de manera muy sencilla y sin esfuerzo. Éste tiene a su alcance un entorno que le estimula a establecer hipótesis matemáticas y verificarlas. Es decir, permite al alumno comprobar «que pasa si...» cambia un número, una fórmula de la hoja, y puede explorar cómo estas modificaciones

afectan en el resultado del problema. En definitiva, la hoja de cálculo facilita que el alumno «juegue» con los números de manera fácil e inmediata (Abramovich y Nabors, 1997).

Esta facilidad que ofrece la hoja de cálculo para que el alumno experimente y manipule entornos numéricos puede favorecer el aprendizaje significativo de conceptos matemáticos, porque proporciona al alumno la oportunidad de ser un sujeto activo en la manipulación de contenidos de alto nivel de abstracción, una de las bases fundamentales para conseguir un aprendizaje significativo.

- f) El uso de la hoja de cálculo para la resolución de un problema realiza una función de compensación y de descarga de una parte del trabajo del alumno. La hoja de cálculo asume la realización de cálculos matemáticos, a veces largos, complicados y costosos, y permite al estudiante dedicar sus esfuerzos cognitivos a pensar cómo resolver el problema, qué procedimientos son los más adecuados para conseguir el objetivo planteado en el enunciado del problema (Filloy y Sutherland, 1996).

Esta facilidad que aporta el uso de la hoja de cálculo para resolver el cálculo numérico puede favorecer el aprendizaje de contenidos procedimentales de todos los alumnos, pero, especialmente, de los alumnos con dificultades educativas a la hora de efectuar cálculos numéricos (dificultades para recordar las tablas de multiplicar, dificultades en la mecánica del cálculo...), permitiendo a estos alumnos detenerse en el proceso de resolución y tener posibilidades de conseguir resolver el problema con éxito, sin topar con el «fantasma» del cálculo, obstáculo insuperable para muchos alumnos.

- g) Finalmente, y como consecuencia de la función de compensación y de ayuda en la manipulación numérica que realiza la hoja de cálculo,

*El uso
de la hoja
de cálculo
para la resolución
de un problema
realiza
una función
de compensación
y de descarga
de una parte
del trabajo
del alumno.*

su uso aumenta la motivación de los alumnos en el área de matemáticas y en el proceso de resolución de problemas. La eliminación de las dificultades del cálculo posibilita que un mayor número de alumnos consiga con éxito la solución del problema, mejorando su autoconcepto y su motivación (Ortega, 1990).

La hoja de cálculo en la Enseñanza Secundaria Obligatoria: un ejemplo concreto

Metodología

A continuación, vamos a analizar algunas de las características y de los resultados obtenidos en un estudio educativo que ha incorporado la hoja de cálculo para el aprendizaje de estrategias metacognitivas de resolución de problemas matemáticos. En este trabajo participan todos los alumnos de tercer curso de ESO del Instituto de Secundaria IES Ronda de la ciudad de Lleida, un total de 106 alumnos.

Con el objetivo de estudiar y comparar las características del aprendizaje de los alumnos cuando utilizan una hoja de cálculo y cuando no utilizan este programa informático, la muestra de alumnos se divide en dos grupos. Un grupo, que denominamos «ordenador», formado por 46 alumnos y que sigue una propuesta didáctica que incorpora la hoja de cálculo *Works* para facilitar el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas; y un grupo, que denominamos «no ordenador», formado por 60 alumnos y que utiliza una calculadora para resolver los problemas planteados en la propuesta didáctica.

El estudio se realiza en tres fases o momentos: evaluación inicial-intervención-evaluación final.

Las pruebas de evaluación inicial y final consistieron en la resolución de 7 problemas sobre proporcionalidad numérica similares a los realizados en la propuesta didáctica, cinco de los cuales se resolvían individualmente y dos en pareja. En la prueba final, uno de los problemas a resolver individualmente y uno a resolver en pareja, el grupo «ordenador» utilizaba la hoja de cálculo y el grupo «no ordenador» la calculadora.

La fase de intervención consistió en la realización por los alumnos de dos propuestas de enseñanza/aprendizaje de estrategias metacognitivas de resolución de problemas sobre el contenido de la proporcionalidad y a lo largo de un trimestre de clase (30 horas de clase, aproximadamente).

Las dos propuestas de enseñanza/aprendizaje comparten los mismos objetivos, contenidos, actividades y metodología de enseñanza y difieren en que el grupo «ordenador» utiliza las potencialidades educativas del programa infor-

mático de una hoja de cálculo para resolver los problemas que se plantean en la propuesta didáctica y facilitar el aprendizaje de estrategias metacognitivas de resolución de problemas y el grupo «no ordenador» utiliza la calculadora.

En líneas generales, las dos propuestas didácticas se dividen en dos partes bien diferenciadas. Una primera parte que tiene como principal objetivo el aprendizaje del contenido de la proporcionalidad directa, básicamente, se trabajan los contenidos conceptuales de: proporción, razón y porcentaje. En esta primera parte de la propuesta didáctica se plantean problemas cotidianos sencillos y se favorece que el alumno aplique, perfeccione y amplíe las estrategias de resolución de este tipo de problemas adquiridas de manera intuitiva y espontáneamente en la vida cotidiana. Para resolver estos problemas se potenció el aprendizaje de la estrategia específica de proporcionalidad del «cálculo del operador funcional» y el caso específico del «cálculo del valor de la unidad» (Vergnaud, 1983).

Una segunda parte que tiene como principal objetivo favorecer el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas complejos sobre proporcionalidad numérica. En esta segunda parte de la propuesta didáctica se plantea al alumno la resolución de 10 problemas contextualizados en la vida cotidiana, así, el enunciado del problema hace referencia a conceptos de la vida diaria como por ejemplo: el IVA., valoración de las condiciones de diferentes préstamos bancarios, la interpretación de facturas de luz, gas, teléfono, el cálculo de una nómina... En estos problemas se presentan situaciones problemáticas amplias, con una gran cantidad de datos y que implican la búsqueda de un proceso de resolución. El alumno, para poder contestar a las preguntas planteadas en el enunciado del problema, es necesario que seleccione y articule diferentes estrategias de resolución, tanto generales como específicas del contenido de la proporcionalidad. En el cuadro 1 (figura 1) se presenta un ejemplo de los problemas planteados en esta parte de la propuesta didáctica.

Para conseguir que los alumnos resuelvan con éxito estos problemas complejos, se ha diseñado un proceso de enseñanza/aprendizaje que guía el aprendizaje de estrategias metacognitivas de resolución de problemas. Este guiado se realiza con el material didáctico que denominamos «hojas para pensar el problema» (Pifarré, 1998).

El material didáctico «hojas para pensar el problema» ha sido diseñado para ser una ayuda externa que el alumno utiliza mientras resuelve el problema. En este material se plantean interrogantes, indicaciones y sugerencias sobre los posibles procedimientos para resolver con éxito un problema. El objetivo último de esta interrogación al alumno es favorecer la estructuración de la resolución del problema y la reflexión y discusión sobre los procedimientos que hay que utilizar antes, durante y después del proceso de resolución. En esta guía, y en el grupo «ordenador» se

Seguro que sueñas tener dieciocho años y que tus padres te regalen un coche. Tener un coche exige tener que pagar un gran número de gastos. En este problema te proponemos que reflexiones sobre los gastos de un coche y calcules cuánto cuesta al día mantenerlo. Observa el siguiente resumen de los datos sobre los diferentes gastos que ha anotado un propietario de un coche durante seis años:



Tiempo que ha utilizado el coche	6 años
Precio de compra	1.570.000 pta.
Kilómetros realizados	500.000 km
Consumo medio de gasolina.....	9 litros cada 100 km
Seguro obligatorio anual (media)	46.000 pta./año
ITV a partir del 4º año (media)	7.000 pta./año
Limpieza mensual (media)	500 pta./mes
Cambio de aceite	4.000 pta. Cada 5.000 km
Cambio pastillas del freno.....	12.000 pta. Cada 40.000 km
Reparaciones (media)	25.000 pta./año

Calcula:

- ¿Cuánto ha costado el uso y el mantenimiento del coche, de media y por día, durante los seis años que este propietario ha tenido el coche?
- ¿Qué concepto implica una mayor inversión de dinero? ¿En qué porcentaje respecto al total de los gastos?
- ¿Qué concepto implica una menor inversión de dinero? ¿En qué porcentaje respecto al total de los gastos?

Cuadro 1: Ejemplo de un problema de la propuesta didáctica (adaptado de Pifarré, 1998:107-108)

- Lee el enunciado del problema. Subraya los datos más relevantes: ¿Qué te pide el problema? ¿Qué datos del enunciado son los más importantes?
.....
- ¿Qué te pide el problema? ¿Qué tienes que encontrar? ¿Dónde tienes que llegar?
.....
- ¿Qué datos ya conoces? Anótalos brevemente.
.....
- Anota los datos que tienes que encontrar para solucionar el problema
.....

Cuadro 2. Pautas para analizar el problema

Figura 1

favorece que el alumno utilice las posibilidades de la hoja de cálculo para seleccionar los procedimientos más adecuados y resolver el problema.

Concretamente, la guía se estructura en cinco apartados o estrategias generales que la investigación en resolución de problemas muestra que presentan los expertos cuando resuelven un problema (Schoenfeld, 1992; García Jiménez, 1992; Shaw, 1997). Cada estrategia define un objetivo general que el alumno puede alcanzar realizando diferentes procedimientos en función de las características del problema. Para enfatizar el concepto de estrategia como la definición de un objetivo y la planificación, selección e implementación de diferentes procedi-

mientos para alcanzarlo, cada estrategia general se acompaña de un icono que resume e ilustra el objetivo general que hay que conseguir en cada momento.

Los diferentes procedimientos y acciones para resolver un problema que se trabajan en la guía son los siguientes:

a) Entender el problema

Este primer grupo de indicaciones tienen como principal objetivo facilitar un buen grado de análisis, comprensión y representación de la situación inicial y final del problema. En este apartado se pide al alumno que explicita los objetivos del problema, los datos del enunciado y los principales datos desconocidos y que son necesarios calcular para resolver el problema. Un ejemplo de las cuestiones planteadas en este apartado se muestra en el cuadro 2 (figura 1).

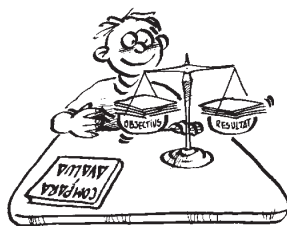
b) Pensar un plan para resolver el problema

Este segundo grupo de ayudas pretenden que el alumno reflexione sobre cómo organizar y diseñar un plan de resolución que le permita conseguir los objetivos del problema con el uso de una hoja de cálculo. En este apartado, se pide que el alumno en un lenguaje sencillo, no matemático, diseñe las principales líneas de actuación para resolver el problema.

c) Organizar los datos y el plan de resolución

Una vez que el alumno ha perfilado las acciones que debe realizar para resolver el problema, se le pide que las represente y las organice en una estructura simbólica de un cuadro de doble entrada y utilizando el lenguaje matemático. El alumno tiene que representar toda la información que ha ido descubriendo en los apartados anteriores: datos conocidos, datos desconocidos, algoritmos a utilizar... en una tabla de doble entrada.

Cuatro son los motivos que fundamentan la elección de representar y organizar la información del problema en un cuadro de doble entrada. En primer lugar, se trata de una estrategia muy



visual que permite en un espacio reducido representar las relaciones entre una gran cantidad de información. En segundo lugar, la información representada en la tabla permite trabajar procesos tan importantes en la resolución de un problema como: observación, comparación y análisis de datos numéricos, representación lógico-matemática de los datos del problema, evaluación y detección de errores. En tercer lugar, la representación de la información numérica en una tabla es una estrategia muy utilizada para representar información en otras áreas curriculares y también fuera del ámbito escolar, principalmente en los medios de comunicación, tanto en la prensa escrita como en televisión. En cuarto lugar, la organización de la información en un cuadro de doble entrada es la manera como el programa informático de la hoja de cálculo organiza y manipula la información numérica.

En el cuadro 3 (figura 2) se muestra un ejemplo de las cuestiones planteadas en este apartado de la guía.

Organiza los datos del problema en la siguiente tabla.

- Primero, piensa qué etiquetas pondrás en cada fila y/o columna,
- Segundo, piensa y escribe como organizarás todos los datos en la tabla, tanto los que conoces como los que tienes que encontrar.
- Tercero, piensa y escribe las principales órdenes (fórmulas) que darás al ordenador para que realice los cálculos necesarios y solucionar el problema.

Cuadro 3: Pautas para organizar el proceso de resolución del problema

- ¿Has conseguido encontrar la solución del problema?
.....
- ¿Por qué? Justifica tu respuesta explicando los indicadores en que te basas para saber si has conseguido hallar la solución al problema.
.....
- Haz un gráfico con los principales datos del problema (datos del enunciado y datos que tú has calculado). ¿Cómo puedes explicar la evolución que siguen los datos en el gráfico?
.....
- ¿Has encontrado algún error en la representación de los datos?
.....
- ¿Alguna de las partes del problema se podría calcular de alguna otra manera?
.....
- ¿Cómo?
.....
- Repasa los cálculos que has realizado. ¿Has encontrado algún error?
.....
- ¿De qué tipo de error se trata?
.....
- ¿Cómo puedes evitar en el futuro cometer este tipo de error?
.....

Cuadro 4: Pautas para evaluar el resultado y el proceso de resolución del problema

Figura 2

d) Resolver el problema

El objetivo de las sugerencias de este apartado es el de favorecer una resolución del problema reflexiva y controlada por el alumno. Este apartado proporciona al alumno un conjunto de preguntas que éste se puede formular mientras resuelve el problema con el objetivo de contrastar si los diferentes «subresultados» que va obteniendo son adecuados y van en la línea de la planificación realizada anteriormente.

e) Evaluar el problema

Este último apartado de la guía pretende conseguir dos objetivos, en primer lugar, facilitar la detección de posibles errores en el proceso de resolución y, en segundo lugar, facilitar la valoración del proceso y su posterior optimización.

Para conseguir el primer objetivo se sugiere al alumno que utilice la estrategia de traducir a un lenguaje gráfico los resultados y el proceso de resolución. La hoja de cálculo permite al alumno representar la información de la hoja de trabajo en un gráfico en el que puede valorar si la evolución de los datos es lógica y le permite detectar algún error.

Para conseguir el segundo objetivo se sugiere al alumno que busque otra manera de resolver el problema. Esta estrategia puede ayudar al alumno bien a encontrar otras maneras de solucionar el problema o bien, a justificar que el proceso seguido es el más adecuado.

Un ejemplo de las cuestiones planteadas en este apartado se muestra en el cuadro 4 (figura 2).

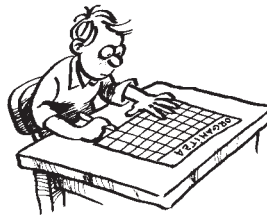
Algunos resultados empíricos

A continuación vamos a exponer, en primer lugar, el análisis del resultado obtenido por los dos grupos de alumnos después de seguir las dos propuestas didácticas y, en segundo lugar, el tipo de estrategias que utilizan los dos grupos de alumnos para resolver un problema después del proceso de enseñanza/aprendizaje.

El análisis del resultado del aprendizaje se realiza a partir de la corrección de las pruebas de evaluación inicial y final. Esta corrección se ha efectuado con una pauta en la que se detallan los criterios de evaluación de cada problema. Cada problema se ha puntuado de 0 a 1 puntos.

Para garantizar la fiabilidad de la pauta de corrección y de la evaluación del resultado que obtienen los alumnos, el 25% de las pruebas han sido corregidas por un sistema de dos jueces. El análisis estadístico de los resultados obtenidos por los dos jueces se ha realizado mediante la prueba estadística de *Correlación de Pearson*. La fiabilidad entre los dos jueces es muy alta, las correlaciones se sitúan entre 0,86 y 1,00.

Los resultados obtenidos en referencia al nivel de aprendizaje obtenido por los dos grupos de alumnos se orientan en la dirección esperada. Los alumnos del grupo «ordenador»



obtienen en la prueba de evaluación final resultados estadísticamente superiores que los alumnos del grupo «no ordenador» tanto en la resolución individual de problemas ($t(1,105) = 2,5; p < 0,05$) como en la resolución de problemas en parejas ($t(1,105) = 2,5; p < 0,05$) tal y como se observa en la figura 3. Este resultado nos permite afirmar que el uso intencional de las características educativas de una hoja de cálculo para enseñar estrategias metacognitivas de resolución de problemas incide positivamente en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

Rendimiento en la resolución de problemas

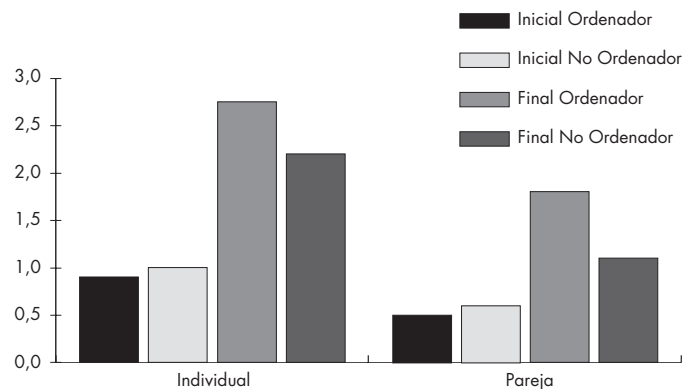


Figura 3. Puntuaciones medias obtenidas por los alumnos en la resolución individual y en pareja en las pruebas de evaluación inicial y final.

La puntuación máxima de los problemas resueltos individualmente es de 5 puntos y la puntuación máxima de los problemas resueltos en pareja es de 2 puntos

Con el objetivo de conocer las características del proceso de resolución de los alumnos que han participado en nuestro estudio después de seguir la propuesta didáctica diseñada se registra en vídeo la resolución de un problema con y sin uso de la hoja de cálculo de 12 parejas de alumnos escogidas al azar entre la muestra total de alumnos.

Posteriormente, la información grabada se transcribe en unos protocolos que recogen simultáneamente las acciones y las verbalizaciones de los dos alumnos. En la tabla 1 se presenta un ejemplo de una transcripción.



Tiempo	Verbal /No verbal		Acciones	
	Alumno 1	Alumno 2	Alumno 1	Alumno 2
0'-2'			0'-2' Sitúa a hoja en el centro, lectura individual, en silencio	0'-2' Lectura individual, en silencio
2'-4'	<p>2'30" De descuento. Esto es lo que tenemos (señala los datos del problema)</p> <p>3'40" Ahora escribimos los datos, luego restamos y calculamos el porcentaje.</p>	<p>2'04" Tenemos que sacar el porcentaje.</p> <p>2'15" (lee en voz alta) el porcentaje... (piensa)</p> <p>2'40" ¿Y si hacemos un cuadro?</p> <p>3'50" Vale. Yo te dicto.</p>	<p>2'06" Continúa leyendo en silencio</p> <p>2'45" Mira lo que hace el compañero</p>	<p>2'45" Coge una hoja en blanco, dibuja un cuadro de doble entrada con cuatro columnas. Escribe como etiquetas: precio actual, precio rebajado, descuento.</p>

Tabla 1. Ejemplo de una transcripción del proceso de resolución del problema de una pareja de alumnos del grupo «no ordenador»

Finalmente, se categoriza la información grabada y transcrita en función de las diferentes categorías elaboradas en un instrumento de evaluación específicamente diseñado en nuestro estudio.

En nuestro trabajo se utilizan cuatro categorías que, en líneas generales, corresponden a las estrategias trabajadas en la guía *hojas para pensar el problema*, las categorías utilizadas son las siguientes:

- **Análisis.** El alumno divide el problema en componente más básicos, examina y busca las relaciones entre los diferentes elementos. El alumno realiza acciones como: lectura, relectura, selecciona datos, anota datos del enunciado, representa datos del enunciado.
- **Planificación.** El alumno organiza el proceso de resolución del problema. Se realizan acciones como: selecciona la estrategia general de resolución del problema; tantea o explora posibles acciones para resolver el problema; explicita un conjunto de procedimientos ordenados a ejecutar; organiza los

...se categoriza la información grabada y transcrita en función de las diferentes categorías elaboradas en un instrumento de evaluación específicamente diseñado en nuestro estudio.

datos o las acciones que realizará para resolver el problema.

- **Ejecución.** El alumno realiza un conjunto de acciones y de procedimientos matemáticos para resolver el problema. El alumno realiza acciones como: ejecuta un procedimiento matemático (correcto o incorrecto), realiza cálculos, introduce datos en el ordenador o en la calculadora, realiza acciones de formato en la hoja de trabajo.
- **Revisión.** El alumno realiza acciones para controlar, revisar la validez del proceso de resolución y/o de los resultados que va obteniendo y detectar posibles errores. El alumno realiza acciones como: cuestiona verbalmente la validez de algún resultado o del procedimiento de resolución; busca errores de forma poco sistemática; revisa de manera sistemática los datos introducidos, los procedimientos de resolución utilizados y los cálculos matemáticos realizados.

El proceso de categorización se ha realizado utilizando un procedimiento de toma de decisiones por consenso entre dos jueces. El procedimiento utilizado ha sido el siguiente: en primer lugar, a partir de la visualización del vídeo y de las transcripciones, los dos jueces categorizan, por separado, el proceso de resolución de una pareja en intervalos aproximados de 20 minutos. En segundo lugar, los dos jueces contrastan la categorización realizada y en los segmentos en que se observan diferencias se llega a un acuerdo por consenso.

Se ha utilizado este procedimiento dada la imposibilidad de definir previamente todas las posibles acciones que los alumnos pueden realizar para resolver el problema porque, si bien en cada categoría se ha definido el objetivo general que dirige la acción del alumno y algunas de las diferentes acciones que el alumno puede realizar para conseguir este objetivo, éstas no son las únicas.

Los resultados obtenidos en referencia a las estrategias utilizadas por los dos grupos de alumnos para resolver un problema muestra importantes diferencias. El grupo de alumnos que utiliza el programa informático de la hoja de cálculo realiza un mayor número de estrategias de análisis, de planificación y de revisión del proceso de resolución que el grupo de alumnos que no utiliza el ordenador, tal y como se puede observar en la figura 4.

Estrategias metacognitivas: puntuación en porcentajes

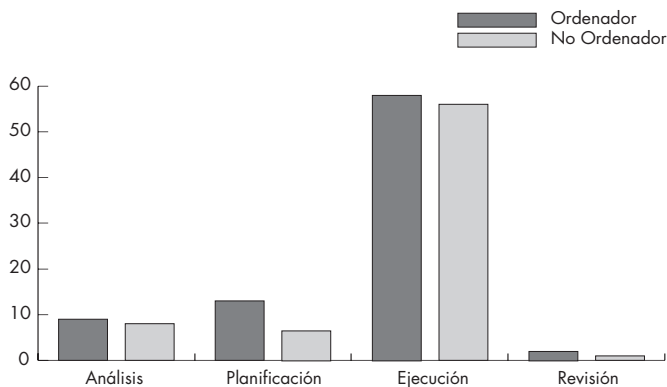


Figura 4. Porcentaje de tiempo en que los alumnos ejecutan una estrategia metacognitiva durante la resolución de un problema en pareja de la prueba de evaluación final

Resulta pertinente reseñar, a modo anecdótico, que la propuesta de enseñanza/aprendizaje realizada también ha aportado cambios en la percepción del uso y de la utilidad de los ordenadores por parte de los alumnos. El trabajo ha servido para que los alumnos cambien la imagen y, con frecuencia, el uso tradicional del ordenador dentro y fuera del contexto escolar. Éste ha pasado de ser un instrumento que facilita el trabajo, que ahorra tiempo y que permite el juego instructivo, a ser un soporte y una guía que ayuda a estructurar y pensar el proceso de resolución de problemas matemáticos.

*El trabajo
ha servido para
que los alumnos
cambien
la imagen y,
con frecuencia,
el uso tradicional
del ordenador
dentro y fuera
del contexto
escolar.*

Discusión de resultados y conclusiones

En este artículo, hemos aportado evidencia empírica y argumental que avala la mayor presencia de estrategias de planificación, de regulación y de evaluación del proceso de resolución de problemas del grupo de alumnos que ha utilizado la hoja de cálculo. Desde nuestro punto de vista, esta mayor presencia de estrategias metacognitivas puede explicar el mejor rendimiento conseguido por este grupo de alumnos.

Un gran número de investigaciones ha destacado, por un lado, la importancia de las estrategias de planificación y de revisión para la resolución exitosa de un problema, y por otro lado, el incremento en el uso de este tipo de estrategias después de un período de instrucción (Delclos y Harrington, 1991; Schoenfeld, 1992).

En referencia al uso de la mediación de la hoja de cálculo, los resultados obtenidos en nuestro estudio se enmarcan en la misma tendencia que la observada en diversos estudios que destacan las potencialidades educativas del medio informático. Entre los estudios más próximos a nuestro trabajo destacamos los resultados conseguidos por Lambrecht (1993) que utiliza una hoja de cálculo para resolver problemas sobre el contenido de la proporcionalidad relacionados con el campo temático de la banca. En este estudio, los alumnos que utilizan la hoja de cálculo también obtienen niveles de aprendizaje estadísticamente superiores que los alumnos de un grupo control que utilizan una calculadora para resolver los mismos problemas.

Desde nuestro punto de vista, dos características de la hoja de cálculo han potenciado un mejor aprendizaje del contenido matemático y de estrategias metacognitivas. En primer lugar, la

manera de organizar y de manipular los datos del programa informático en una estructura lógica de cuadro de doble entrada favorece el análisis del enunciado del problema, la estructuración y la planificación del proceso de resolución porque el alumno ha de realizar acciones como: separar datos conocidos y desconocidos para etiquetar las filas y las columnas del cuadro de doble entrada; traducir la información del enunciado del problema en información matemática que el programa informático pueda entender, y organizar toda la hoja de trabajo para poder resolver el problema.

En segundo lugar, la característica del medio informático de ser un entorno interactivo en el cual las acciones que realiza el alumno tienen una consecuencia inmediata en la pantalla del ordenador y éste puede modificarlas fácilmente si no se adecuan a sus objetivos ha tenido una incidencia positiva en el aprendizaje de estrategias de revisión, control y evaluación del proceso de resolución.

Finalmente, el hecho de que los alumnos que han realizado nuestra propuesta didáctica utilicen estrategias de planificación, de regulación y de evaluación para resolver problemas matemáticos es, desde nuestro punto de vista, muy importante ya que muestra la posibilidad de enseñar estrategias en una situación de aula e integradas en la programación habitual del profesor. Para ello es necesario que el profesor diseñe situaciones de enseñanza/aprendizaje que, en primer lugar, ofrezcan a los alumnos diferentes soportes (material didáctico, ordenador...) que guíen el conocimiento, la selección y el uso de diferentes técnicas, métodos y procedimientos de resolución y, en segundo lugar, favorezcan espacios de discusión y de reflexión sobre el proceso de resolución de problemas, el trabajo en situaciones de pequeño grupo puede potenciar esta reflexión.

...la característica del medio informático de ser un entorno interactivo [...] ha tenido una incidencia positiva en el aprendizaje de estrategias de revisión, control y evaluación del proceso de resolución.

**Manoli Pifarré
Jaume Sanuy**
Facultad de Ciencias de la Educación.
Universidad de Lleida

Bibliografía

- ABRAMOVICH, S. y W. NABORS (1997): «Spreadsheets as generators of new meanings in middle school algebra», *Computers in the schools*, n.º 13 (1/2), 13-25.
- BALACHEFF, N. y J. KAPUT (1996): «Computer-based learning environments in mathematics» en A. J. BISHOP, K. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK y J. LABORDE: *International handbook of mathematics education*, Kluwer Academic Publishers, London, 469-501.
- BROWN, A. (1987): «Knowing when, why and how to remember: A problem of metacognition», en R. GLASER (ed.): *Advances in instructional psychology*, Lawrence Erlbaum, Hillsdale.
- DELCLOS, V. y C. HARRINGTON, (1991): «Effects of strategy monitoring and proactive instruction on children's problem solving performance», *Journal of Educational Psychology*, n.º 83 (1), 35-42.
- FILLOY, E. y S. SUTHERLAND (1996): «Designing curricula for teaching and learning algebra», en A. J. BISHOP, K. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK y J. LABORDE: *International handbook of mathematics education*, Kluwer Academic Publishers, London, 139-160.
- GARCÍA JIMÉNEZ, J. E. (1992): «Ideas, pautas y estrategias heurísticas de resolución de problemas», *Aula*, n.º 6, 14-21.
- LAMBRECHT, J. (1993): «Applications software as cognitive enhancers.» *Journal of Research on Computing in Education*, n.º 25 (4), 506-520.
- MARTÍ, E. (1992): *Aprender con ordenadores en la escuela*, ICE-Horsori, Barcelona.
- MARTÍ, E. (1995): «Metacognición: entre la fascinación y el desencanto», *Infancia y aprendizaje*, n.º 72, 9-32.
- MONEREO, C. (1992): «Del aprender al com aprender», en *Educar és un procés*, Cruilla, Barcelona.
- ORTEGA, J. L. (1990): «Aplicaciones de las hojas de cálculo en el ámbito educativo», *INFODIDAC*, junio-agosto.
- PIFARRÉ, M. (1998): *Aprèn estratègies per resoldre problemes matemàtics*, Pagès Editors, Col·lecció de crèdits variables de ESO, Lleida.
- SCHOENFELD, A. (1992): «Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition, and sense Making in mathematics», en D. GROWS: *Handbook for research on mathematics teaching and learning*, Macmillan Publishing Company, New York, 334-370.
- SHAW, J. (1997): «Cooperative problem solving: using K-W-D-L as an organizational technique», *Teaching children mathematics*, n.º 3 (9), 482-486.
- VERDEBER, N. L. (1990): «Spreadsheets and problem solving with AppleWorks in mathematics teaching», *Jl. of Computers in Mathematics and Science Teaching*, vol. 9 (3), Spring.
- VERGNAUD, G. (1983): «Multiplicative structures», en R. LESH y M. LANDAU (eds.): *Acquisition of mathematics concepts and processes*, Academic Press, New York, 127-174).