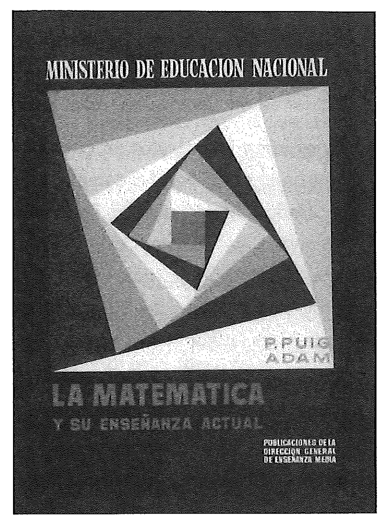
SUMA 34
junio 2000

Casi todas las ideas didácticas de Puig Adam

LA MATEMÁTICA Y SU ENSEÑANZA ACTUAL
Pedro Puig Adam
Ministerio de Educación Nacional
Madrid, 1960
472 páginas



El día 12 de mayo se cumplió el primer centenario del nacimiento de Pedro Puig Adam, sin duda el didacta de las matemáticas español de más proyección internacional. Aunque no cabe duda de que entre los iniciados, es decir, los que de alguna manera nos dedicamos a enseñar matemáticas, o a la educación matemática, el nombre de Puig Adam es bien conocido, no se puede decir lo mismo de sus ideas. Su famoso *decálogo sobre la didáctica matemática media*, ha jugado un papel contradictorio en la difusión de las ideas de Puig Adam. Por una parte supone un compendio de estas ideas, un resumen hecho por él mismo de lo fundamental de sus concepciones sobre la enseñanza media de las matemáticas; pero, por otra parte, su amplia difusión ha eclipsado de algún modo el resto de sus textos, y hoy día podemos afirmar, sin riesgo a equivocarnos, que son muchos los que sólo han leído de Puig Adam como didacta los diez consejos contenidos en su decálogo.

RECENSIONES

Para quienes quieran profundizar en el conocimiento de las ideas de Puig Adam el libro clave es, sin duda, *La matemática y su enseñanza actual* publicado por la dirección General de Enseñanza Media del Ministerio de Educación Nacional el año 1960, es decir el mismo año de su prematura muerte, 12 de enero de 1960, cuando aún no había cumplido los 60 años de edad.

Y afirmamos que éste es el libro clave, por varios motivos. Primero, porque es una compilación de artículos publicados de forma dispersa en distintas revistas a lo largo de toda su vida profesional. Segundo, porque el mismo Puig Adam revisó y les dio unidad a todos esos artículos con ocasión de la aparición de este libro. Y, por último, porque al haber coincidido la revisión y la publicación con los últimos meses de su vida, esta compilación juega un papel de obra didáctica completa del autor o, al menos, casi completa.

Desgraciadamente, agotado hace muchísimo tiempo este libro sólo se puede encontrar en las bibliotecas de algunos institutos históricos o, como ha sido en mi caso, gracias a la casualidad al verlo en la biblioteca de un antiguo compañero, de carrera y de profesión, que abandonó la enseñanza ya hace años, que a su vez lo había recibido de su madre doña Margarita Dávila, también perteneciente al gremio de profesores de matemáticas. Desde aquí mi agradecimiento por habérmelo prestado.

Por fortuna, parece ser que próximamente será posible volver a disponer de este libro, ya que la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, el Comité de Madrid para el Año Mundial de las Matemáticas y Nivola, Libros y Ediciones se encuentran en tratos para reeditarlo.

Quienes estén interesados en otras obras de Puig Adam podrán encontrar una bibliografía completa buceando en la página web de Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo (www.smpm.es), donde se puede encontrar un enlace con la página que hemos dedicado a don Pedro. Esa página, además de una biografía, algunas fotos, y el famoso decálogo, incluye una bibliografía completa.

La matemática y su enseñanza actual es un volumen de 472 páginas dividido en dos partes y en siete capítulos, cada uno de los cuales va dividido a su vez en una serie de secciones. Se añaden al final cuatro apéndices. Estos son los capítulos

Primera Parte

LOS PRINCIPIOS GENERALES

Capítulo primero.- *Una visión humana de la matemática*

1. La Matemática y la belleza.
2. La matemática y el hombre.

Capítulo segundo.- *Mirando al futuro (Nuevas perspectivas)*

1. Sobre Cibernética.
2. Sobre la moderna teoría de la información.
3. Un ingenio eléctrico para resolver problemas de lógica formal.

Capítulo tercero.- *El movimiento didáctico renovador*

1. La evolución de la didáctica matemática en nuestra generación.
2. Tendencias actuales de la enseñanza de la Matemática.
3. Balance de cuatro años de labor en España.

...agotado hace muchísimo tiempo este libro sólo se puede encontrar en las bibliotecas de algunos institutos históricos...

Por fortuna, parece ser que próximamente será posible volver a disponer de este libro...

Capítulo cuarto.- *Los nuevos principios didácticos*

1. Sobre la enseñanza eurística de la Matemática.
2. Decálogo de la didáctica matemática media.
3. Las últimas recomendaciones de Ginebra (1956).

Segunda Parte

LA DIDÁCTICA MATEMÁTICA EN ACCIÓN

Capítulo quinto.- *Didácticas específicas*

1. Sobre la enseñanza de la Geometría en la Escuela primaria.
2. Sobre la enseñanza de la Aritmética en la Escuela primaria.
3. La didáctica matemática a lo largo de los ciclos medios.

Capítulo sexto.- *Material didáctico matemático*

1. Lo concreto en la enseñanza matemática.
2. Generalidades sobre los modelos.
3. Algunos ejemplos de material didáctico multivalente.
4. Material didáctico matemático extraído de la vida.
5. Los films matemáticos.

Capítulo séptimo.- *Muestras de enseñanza eurística*

1. Sobre sistemas de numeración.
2. Sobre congruencias y clases residuales.
3. Otra lección sobre congruencias y divisibilidad.
4. Sobre la estructura operatoria de la raíz cuadrada.
5. Sobre las nociones de proporcionalidad directa e inversa.
6. Una iniciación al empleo de letras.
7. Multiplicación y división de polinomios.
8. Sobre ecuaciones lineales y sistemas.
9. Progresiones aritméticas de orden superior.
10. La división del espacio en regiones.
11. Iniciación a las máquinas de calcular.
12. Iniciación al Álgebra de conjuntos.
13. Sobre permutaciones.
14. Iniciación de las simetrías en el plano.
15. Situaciones didácticas obtenidas por plegado.
16. Haces de elipses e hipérbolas homofocales.
17. Posiciones de rectas y de planos.
18. Volumen de prismas y de pirámides.
19. Iniciación a la función lineal y su representación gráfica.
20. Introducción eurística del rigor y precisión de lenguaje.

Apéndices

1. La formación del profesorado matemático de grado medio.
2. La vocación matemática.
3. En la encrucijada. Consejos de un guía.
4. Nuevo mensaje de despedida.

Y como hemos comenzado subrayando la difusión de su decálogo, empezaremos el comentario justo por él. Es importante observar el título. Puig Adam usa siempre el sustantivo Matemática, en singular, para referirse a la ciencia; nunca Matemáticas. Y usa el adjetivo matemática para referirse a la didáctica, al profesorado, o a cualquier otro aspecto que tenga que ver con esta ciencia. Así leemos *didáctica matemática* y no didáctica de las matemáticas, o profesorado matemático y no profesorado de matemáticas. Estos usos podrían aparecer simplemente moda del momento, pero no es así. Puig Adam se refiere siempre en singular a la Matemática intencionadamente, subrayando su unidad, frente a las Matemáticas como conjunto más o menos articulado de distintas disciplinas. Así, la sección 2 del segundo capítulo la titula *Decálogo de la didáctica matemática media*. Se recoge en él el contenido de un artículo publicado cinco años antes, en 1955, en la *Gaceta matemática* (1ª serie Tomo VII. Números 5 y 6).

> Se me piden normas didácticas. Preferiría despertar una conciencia didáctica; sugerir formas de sentir antes que modos de hacer. Sin embargo, por si valieran, ahí van las sugerencias que estimo más fundamentales:
>
> I. No adoptar una didáctica rígida, sino amoldarla en cada caso al alumno, observándole constantemente.
>
> II. No olvidar el origen concreto de la Matemática ni los procesos históricos de su evolución.
>
> III. Presentar la Matemática como una unidad en relación con la vida natural y social.
>
> IV. Graduar cuidadosamente los planos de abstracción.
>
> V. Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.
>
> VI. Estimular dicha actividad despertando interés directo y funcional hacia el objeto del conocimiento.
>
> VII. Promover en todo lo posible la autocorrección.
>
> VIII. Conseguir cierta maestría en las soluciones antes de automatizarlas.
>
> IX. Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.
>
> X. Procurar a todo alumno éxitos que eviten su desaliento.

Exceptuando el consejo primero de No rigidez o Adaptación, que es el más general, los demás podrían agruparse y categorizarse del siguiente modo:

> Preceptos relativos a *cualidades del método de enseñanza*: II. Genetismo.- III. Vitalismo.- IV. Gradación.
>
> Preceptos relativos al *modo*: V. Eurismo.- VI. Interés.- VII. Autocrítica.
>
> Preceptos que pudiéramos llamar de *plenitud*: VIII. Maestría.- IX. Expresión.- X. Éxito.

Sigue el capítulo comentando uno a uno estos principios delimitando con algunas frase su alcance. El estilo de Puig Adam, a la vez directo y claro se deja ver desde las primeras líneas del comentario al primero de los principios, el que habla de la flexibilidad:

> El centro de la enseñanza no es hoy ya el maestro, sino el alumno. La acción de aprender ha arrebatado su antigua primacía al acto de enseñar. Hoy enseñar es estimular y guiar los procesos de aprendizaje. De ahí que la acción del maestro quede condicionada en cada caso a dichos procesos.

Y añade:

> Conviene recordar especialmente aquí este carácter general de la enseñanza con objeto de evitar que los profesores de matemática busquen en la didáctica soluciones fijas y rígidas como las de la Matemática misma.

Puig Adam se refiere siempre en singular a la Matemática intencionadamente, subrayando su unidad, frente a las Matemáticas como conjunto más o menos articulado de distintas disciplinas.

Pruebas de ese estilo y de la contundencia y laconismo de sus afirmaciones las podemos encontrar en las acotaciones del resto de los principios del decálogo, cuando afirma por ejemplo: «Los procesos genéticos del pensamiento matemático están lo suficientemente vinculados a su evolución histórica como para que no nos olvidemos de dicha génesis y evolución» (precepto II). En los comentarios al precepto III aparecen tres ideas fundamentales: la necesidad de abstraer y concretar como fases inicial y final de la resolución de un problema evitando presentar «el mecanismo abstracto en vacío»; la conveniencia de que los currículos aborden de manera cíclica y no lineal las distintas partes de las matemáticas, lo que favorece adaptarse a las necesidades psíquicas de los alumnos y facilita abordar problemas vinculados a varias teorías matemáticas, vinculados a otras disciplinas. Señala además. La conveniencia de fomentar el trabajo en grupo, precisamente al abordar estas cuestiones de carácter más amplio «promoviendo hábitos útiles de colaboración social y de autodisciplina de grupos en comunidad de trabajo».

Aborda en el cuarto principio la graduación de los planos de abstracción. «Lo concreto y lo abstracto –afirma– no son términos absolutos, sino relativos». Lo observable, lo imaginable, lo intuible, lo representable, son distintas graduaciones de lo concreto en el camino hacia la abstracción. Cada escalón es «abstracto con respecto del anterior y concreto respecto del siguiente.[...] Cada categoría sólo es accesible a una determinada edad mental que el educador matemático tiene que tener muy en cuenta para graduarlas convenientemente, no sólo de curso a curso, sino aun ocasionalmente de alumno a alumno, acudiendo a planos más concretos de comprensión en aquellos menos dotados».

La verdad es que la mayoría de las afirmaciones de Puig Adam en estas acotaciones a los preceptos de su Decálogo no necesitan comentario:

> El niño no es un depósito a llenar de conocimientos, sino un potencial deseoso de convertirse en actividad. Encaucemos esa

actividad en un sentido educativo.[...] Sólo hay auténtica asimilación de un conocimiento cuando es fruto de una acción que motive su génesis. (Precepto V).

[...] los conceptos matemáticos son particularmente aptos para crear situaciones de juego mental aderezándolos convenientemente. Si además se sabe sacar partido de las innumerables situaciones matemáticas creadas por problemas de la vida real, uniremos a dicho interés autónomo el interés superpuesto por la proyección a la vida (precepto VI).

Al comentar el precepto VII, el relativo a la autocorrección y tras señalar la importancia de que el alumno compruebe los resultados que obtiene y aprenda de sus aciertos y de sus errores añade:

Pero también el profesor debe aplicarse el precepto, procurando comprobar objetivamente, por sí mismo, los resultados de su enseñanza y mejorando sus procedimientos a tenor de tales comprobaciones.

«No juzguemos como ignorancia de un concepto o de una propiedad la dificultad de su enunciación» por parte del alumno «Pese a esta dificultad el niño puede tener clara consciencia de uno y de otra y saberlos aplicar impecablemente».

Por último, reproducimos íntegro el comentario al precepto décimo: Procurar que todo alumno tenga éxitos que eviten su desaliento:

Quizás ninguna disciplina cree en los alumnos desniveles tan acusados como los que crea la matemática. Esto produce en los menos dotados verdaderos complejos de desaliento y de aversión hacia la matemática que ya nunca tendrán remedio.

Todo ser humano necesita del alcaloide del éxito que estimula su vida de relación social; y si las grandes dosis pueden ser funestas, las pequeñas dosis son necesarias. Hay que procurar suministrárselas a los alumnos menos dotados, homogeneizando cuando sea posible los grupos y proponiendo a cada grupo homogéneo ejercicios a su nivel.

No cabe duda de la importancia mayor que este precepto ha tomado para los profesores actuales de enseñanza secundaria, poco acostumbrados hasta hace poco a esta diversidad de los alumnos, salvo en las pequeñas dosis que se dan incluso en el colectivo más uniforme. Con la extensión de la enseñanza obligatoria, tienen que atender a alumnos de muy distintos conocimientos iniciales y capacidades en el ámbito de la misma aula. En esta ocasión, como observaremos en otras muchas, la actualidad y vigencia de las ideas de Puig Adam es absoluta.

Defensor de la didáctica heurística, –a este asunto dedicó otro libro magnifico todavía más difícil de conseguir hoy día– expone sus bases en la sección primera del capítulo dedicado a *Los nuevos principios didácticos*. Enuncia en él las causas de la aversión por la matemática de tantas personas de su generación, y no cabe duda que también de las posteriores:

[...] hay que empezar por declarar muy fuerte que este *Non possumus* [no sirvo, no puedo] con el que se resignaban los alumnos, y al que asentían tácitamente los profesores, es una lamentable falsedad, resultante tan sólo de un defectuoso sistema de educación. No hay nadie, absolutamente nadie, que pueda declararse negado para las matemáticas. Existen, sí, diferencias de ritmo en el aprendizaje de ellas, lo mismo que en cualquier otro aprendizaje; pero creer que para aprender matemáticas es necesaria una facultad especial, solamente reservada a cerebros de cierto privilegio, es un error que hay que combatir con energía, mejorando precisamente nuestros sistemas de enseñanza. Aquel verdadero horror a las matemáticas fue tan sólo la consecuencia de un error educativo. Error de programación; inadaptación del método; ineficacia del modo.

En esta ocasión, como observaremos en otras muchas, la actualidad y vigencia de las ideas de Puig Adam es absoluta.

Sitúa en las necesidades sociales de cada momento histórico la determinación de qué aprender.

Puig Adam centra el problema del aprendizaje del niño en general y en especial en el ámbito de las matemáticas formulándose tres preguntas:

¿Qué es lo que el niño debe aprender?

¿Qué es lo que el niño puede aprender?

¿Cómo lograr que el niño quiera aprender?

Sitúa en las necesidades sociales de cada momento histórico la determinación de *qué* aprender. La evolución psicológica del niño en sus diferentes etapas determina lo que *puede* aprender. Pero donde pone su énfasis es el cómo lograr que el niño *quiera*. Critica la enseñanza tradicional de la matemática, probablemente no muy distante de la más generalizada en las aulas hoy día, y la critica porque

solamente prestaba atención al problema del programa, a lo que el niño debía aprender, y ello aún con una visión retrospectiva y arcaica que bien puede declararse hoy inservible y caduca. Las humanidades de hoy no son las de antaño. No preparamos al niño para vivir en el recuerdo de nuestro pasado, sino para vivir su futuro, lleno de exigencias técnicas y, por ende, científico-matemáticas.

Pero la gravedad del error de la enseñanza tradicional se manifestaba aún más ostensiblemente en las preguntas segunda y tercera de las formuladas, que son precisamente las relativas al método y al modo. No se prestaba ninguna atención a lo que el niño podía aprender [...] ni menos todavía se preguntaron nuestros profesores si nosotros, niños, teníamos algún deseo de aprender lo que nos enseñaban, pregunta que en aquellos tiempos hubiera parecido ridículamente absurda.

Señala después los avances a lo largo de la primera mitad del siglo XX en el ámbito de la psicología y, por tanto, en la determinación de lo que se puede aprender.

Pasa en consecuencia a centrase en el problema de cómo lograr que el niño quiera aprender; lo que él llama el problema de los modos. Y propone el «modo heurístico», el aprendizaje por descubrimiento. Luego, con un planteamiento dialéctico, él mismo plantea cuáles son las objeciones más comunes al uso de este *modo de enseñanza*: la lentitud del procedimiento; la falta de homogeneidad de la clase; el elevado número de alumnos en el aula; y, por último, el que los profesores se sientan acobardados por las pruebas externas (reválidas, selectividades y equivalentes). Desmonta uno a uno los argumentos de estas objeciones. Termina su defensa del *modo heurístico* alentando a los profesores a utilizarlo, avisándoles de que esto no es sencillo y requiere esfuerzo y pidiendo a las autoridades que no constriñan el trabajo de los profesores y que les dejen margen de libertad suficiente para desarrollar su personal labor formativa.

La sección tercera de este capítulo, por el que hemos comenzado la recensión se titula *Recomendaciones sobre la enseñanza de las matemáticas.* Contiene el texto íntegro de un documento de la UNESCO y la Oficina Internacional de Educación, con recomendaciones dirigidas a los Ministerios de Instrucción Pública sobre la planificación de la enseñanza de las matemáticas. El documento es del año 1956 y fue elaborado por una comisión internacional presidida por Piaget y de la que formaron parte el mismo Puig Adam y W. Servais entre otros. Se recogen en este documento párrafos sobre los fines de la enseñanza de las matemáticas, el lugar de las matemáticas, los métodos y, como no podía ser menos en un documento en el que participó Puig Adam, los materiales didácticos. En ese apartado entre otras cosas se puede leer: «Del uso de los medios auxiliares audiovisuales, de los modelos matemáticos concretos (existentes en la vida corriente, construidos por los alumnos o los profesores, o también fabricados por firmas comerciales), que tienen un lugar cada vez más destacado en la enseñanza, conviene sacar partido para que los alumnos adquieran de forma activa las abstracciones matemáticas». Termina este documento hablando sobre el personal docente y la necesidad de la colaboración internacional.

Daremos ahora un paso atrás para abordar el primer capítulo de *La matemática y su enseñanza actual*. Se titula *Una visión humana de la matemática.* Comienza con una sección dedicada a *La Matemática y la Belleza.* Se formula en ella dos preguntas ¿qué es lo bello? y ¿qué es lo matemático?, apoyando sus ideas en argumentos tomados de las artes plásticas, de la música y de la literatura –en este sentido no olvidemos que Pedro Puig Adam además de matemático era músico (intérprete y compositor), era aficionado a la pintura e hizo algunas incursiones en el campo de la creación literaria.

Termina su defensa del modo eurístico alentando a los profesores a utilizarlo, avisándoles de que esto no es sencillo y requiere esfuerzo y pidiendo a las autoridades que no constriñan el trabajo de los profesores y que les dejen margen de libertad suficiente para desarrollar su personal labor formativa.

En la parte final aborda algunas teorías sobre la matematización de la belleza, desde Luca Pacioli y Alberto Durero hasta las de Birkhoff (cuyo texto original puede leerse en la enciclopedia *Sigma*). Puig Adam manifiesta un cierto escepticismo hacia estas teorías matemáticas de lo bello.

La sección segunda de este primer capítulo se titula *La matemática y el hombre*, y es un recorrido sucinto por la historia de las ideas matemáticas, desde la Antigüedad hasta el desarrollo de la técnica en el siglo XX, con una reflexión final sobre los valores estéticos de la creación matemática.

El capítulo dos se titula *Mirando al futuro.* Aborda en él temas novedosos en su tiempo como eran la Cibernética de Wiener, la teoría matemática de la información de Shanon. La tercera sección la dedica a presentar un ingenio eléctrico para resolver problemas de lógica formal que él mismo había desarrollado. Ya en la exposición de materiales para la enseñanza de las matemáticas celebrada en Madrid, en abril de 1957, tanto él como Willy Servais habían presentado máquinas eléctricas lógicas de uso didáctico. En este capítulo hace una presentación más profunda de los circuitos necesarios y la construcción práctica de una máquina que aplica el álgebra de Boole.

Quizás el capítulo en que las ideas de Puig Adam quedan más claras es el capítulo III. Lo titula *El movimiento didáctico renovador.*

Es difícil resumir en pocas palabras el contenido de este capítulo. La actualidad de las ideas de Puig Adam es indudable por lo que quizás lo mejor sea, aun corriendo el riesgo de trocear y descontextualizar el discurso de Puig Adam, acudir al recurso de citar literalmente algunas de las que más nos han llamado la atención:

> [...] la cuestión del contenido tiene en segunda enseñanza menos importancia que la cuestión del método. La finalidad del Bachillerato es más formativa que informativa [recordemos obviamente que Puig Adam se refiere al viejo bachillerato (10-17 años)] , y lo formativo no es el índice, sino el modo de desarrollarlo. Un bachiller puede tener una formación matemática excelente sin necesidad de saber muchos teoremas. Pero es preciso tener en cuenta aquí otro punto de vista de indudable interés para la vida futura del alumno: la utilidad. Se ha defendido muchas veces el interés educativo de una teoría en razón inversa de su utilidad y viceversa; nunca acerté a comprender por qué. Si la eficacia educativa de la enseñanza radica en los métodos, respetando éstos tendremos libertad para elegir los conocimientos que mayor utilidad prestarán a nuestros bachilleres en su lucha futura por la vida, y así, los dos puntos de vista, utilitario y educativo, que se han presentado tantas veces como contrapuestos, sin serlo, quedarían conjugados en una sencilla fórmula conciliadora: Enseñar conocimientos útiles con métodos educativos.

Con respecto a la formación del profesorado escribe

> [...] no tengo empacho en lamentar el pertinaz abandono de la formación pedagógica del alumnado [universitario] de Ciencias, tanto más cuanto que la mayor parte de este alumnado sigue la carrera con objeto de dedicarse a la enseñanza. Tal descuido del principal aspecto profesional de las carreras de Ciencias me parece inexplicable y funesto. La experiencia pedagógica de sus titulares sólo puede así lograse, cuando se logra, después de tanteos y fracasos a costa de sus futuros alumnos. En matemáticas concretamente, las consecuencias de este abandono van siendo cada vez más graves al acentuarse progresivamente el desnivel entre las regiones conceptuales del licenciado recién salido de las aulas universitarias y las del alumno recién ingresado en el Instituto o colegio donde tal licenciado enseña. ¿Cómo va a descender súbitamente del elevado plano de las abstracciones que elabora hoy la Topología, el Álgebra moderna, el Análisis abstracto..., al plano realista y concreto de la limitada mentalidad de un niño de diez años? Se impone el conocimiento previo de esa mentalidad, y se impone urgentemente, sobre todo, prácticas previas de paracaidismo pedagógico para quienes cursen estudios de Ciencias con miras a la enseñanza. Sólo así podrán aterrizar felizmente en el campo de sus futuras actividades.
>
> Y aún si me apuráis añadiré que no tan sólo en el descenso, sino también en el ascenso a tales abstracciones, la Universidad, tarde o temprano, se verá obligada a considerar los problemas didácticos de su propia enseñanza [...].

Como hemos resaltado otras veces parece increíble la actualidad y la vigencia de las palabras de Puig Adam, tanto en éste como en otros muchos asuntos.

En la siguiente sección Puig Adam aborda las *Tendencias actuales de la enseñanza de las matemáticas*. Cabe aquí señalar dos aspectos que conviven en toda la obra comentada.

Por una parte, Puig Adam trata de jugar un papel divulgador de las ideas de educación matemática vigentes en ese momento en Europa entre sus lectores hispanos. Téngase en cuenta el momento histórico final de los años cuarenta y principio de los cincuenta en que escribe la mayoría de los artículos de este libro. España sometida a la dictadura del general Franco se encuentra aislada y bloqueada. Los españoles tienen dificultades para viajar fuera; no tienen acceso a los libros que se publican en otros países, no se publican prácticamente traducciones. Puig Adam sabía idiomas, había viajado, era conocido y respetado en los foros en los que se debatían ideas en torno a la educación matemática y a su vuelta difundía esas ideas entre los españoles, sus colegas y sus alumnos de metodología y didáctica en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Central, que recibían sus clases en el Instituto San Isidro «con objeto de que los alumnos de la Facultad puedan adiestrase en vivo en mi presencia, y puedan aprender de los propios niños más que de mí mismo». Las pregonaba en los foros a los que era invitado a conferenciar, desde la Real Academia de Ciencias, y hasta en la sede de los antiguos sindicatos verticales. Las vertía en los prólogos de sus libros de texto, apoyando o criticando las distintas reformas educativas que le tocó vivir.

Por otra parte, como buen didacta, el tono de sus exposiciones es siempre el de una buena lección. Buscando la complicidad del lector al que siempre considera inteligente. Tienen sus exposiciones, si se nos permite el comentario, un tono dialogante, nada impositivo, alejadas del estilo del libro de texto y del manual universitario, distantes de la retórica vacía imperante en otros textos de la época, llenas de contenido. Por eso soportan indemnes el paso del tiempo.

Comenta y divulga las ideas de Piaget, recogidas en esa histórica publicación, sobre las estructuras operatorias de la inteligencia y su correspondencia con las estructuras matemáticas de orden, topológicas y algebraicas.

Partiendo de bases históricas avanza hasta su actualidad centrando los problemas de la enseñanza de las matemáticas. Comenta la primera publicación de la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas (CIEAEM). Comenta y divulga las ideas de Piaget, recogidas en esa histórica publicación, sobre las estructuras operatorias de la inteligencia y su correspondencia con las estructuras matemáticas de orden, topológicas y algebraicas.

Señala los artículos de Beth, de Choquet, de Dieudonné y de Lichnerowicz, padres de los planes de estudio de la matemática moderna en Francia que años más tarde invadiría los programas de estudio españoles. Puig Adam no los critica pero pasa olímpicamente por encima de ellos para señalar otro de los artículos escrito por Gattegno titulado «Pedagogía de las matemáticas». Es lógica esta mayor afinidad de las ideas de Puig Adam con las de Gattegno. Ambos defensores de una geometría que abstrae a partir de experiencias tangibles de lo concreto, haciéndolas conscientes.

> La necesidad de rigor y sus exigencias progresivas surgen, según Gattegno, como fenómeno consecuente con la explicación de dicha conciencia, espoleada por el deseo de comunicación y de discusión con los compañeros de clase. Experiencia, comunicación y organización mental progresiva del alumno son, en resumen los puntales sobre los que Gattegno edifica su didáctica de la geometría.

Se desarrolla también en este capítulo el vasto programa de actividades emprendido por Puig Adam para la mejora de la enseñanza de la matemática: sus trabajos con Pascual Ibarra y con Guiraum para contactar con los profesores de matemáticas más prestigiosos del momento y del modo que siguieron para establecer esos contactos: viajando a Austria, Suiza, Italia, Bélgica, Francia e Inglaterra y estableciendo relaciones personales e incluso de amistad con los más significados didactas de las matemáticas. De la encuesta realizada por él entre los docentes de enseñanza media sobre los programas vigentes, sobre los errores más comunes de los alumnos, sobre los puntos del currículo que más dificultades ofrecen al aprendizaje. Habla de las investigaciones que planea sobre la base de los datos obtenidos del vaciado de dichas encuestas; de la necesidad de ofrecer experiencias de buena práctica, de extender la didáctica experimental y la enseñanza heurística y finalmente de la «gran tarea a largo plazo: hacia una enseñanza activa». Desgraciadamente su muerte prematura, poco tiempo después, cuando aún no había cumplido los sesenta años, frustró en gran medida este inmenso plan de trabajo.

Saltaremos ahora sobre el capítulo cuarto, que comentamos al principio, al quinto titulado *Didácticas específicas*, en el que aborda algunos aspectos didácticos de la enseñanza de la geometría y de la aritmética en la escuela primaria (antes de los 10 años). En la tercera sección de este capítulo aborda la didáctica a lo largo de los ciclos medios, es decir de los siete años del antiguo Bachillerato o de los seis más el curso Preuniversitario. Defiende en este subcapítulo su propuesta de una distribución cíclica de los programas de matemáticas, que superase la división estanca en compartimentos, Aritmética, Geometría, Álgebra, Trigonometría, Geometría Analítica y Cálculo, existente hasta ese momento. Plantea cuál es a su modo de ver la mejor secuenciación de los contenidos y de los modos para adecuarlos a las distintas etapas evolutivas de los alumnos. Pero si hay algo que a nuestro modo de ver se debería destacar de este capítulo especialmente son sus *Consideraciones finales sobre la cuestión de los problemas.* Siguiendo a Poya y sus obras *How to solve it!* y *Mathematics and Plausible Reasoning.* Critica el primero al que considera una obra demasiado escolástica mientras que de la segunda afirma: «a mi modo de ver, en esta segunda obra se muestra mejor que en la primera el verdadero genio de Polya», ya que «el razonamiento implicativo cede su lugar al razonamiento plausible fundado en la inducción, en la analogía, en la inferencia...».

> Enfrentándonos con la cuestión de los problemas –afirma– nuestra principal *acción* como educadores no consiste en *resolverlos*, sino en *idearlos*, en plantearlos, y, paralelamente, no debemos considerarnos satisfechos con enseñar simplemente a resolverlos, sino que también debemos ejercitar a nuestros alumnos en proponérselos, en disponer su planteo.

Propone una especie de taxonomía de problemas habituales que se usan en la clase de matemáticas de acuerdo con la finalidad que se persigue con ellos:

> 1º Explorar las aptitudes matemáticas en nuestros alumnos. Tal es el fin de los problemas «test», cuya naciente técnica, que no es fácil, alimenta sus raíces de la misma matemática, de la psicología, y de la estadística.
>
> 2º Excitar el interés de nuestros alumnos hacia teorías nuevas y sugerir bajo forma activa nociones a adquirir. Usaremos entonces los problemas «situaciones» que señalan la técnica didáctica del profesor.
>
> 3º Afirmar la adquisición de las nociones y teorías repitiendo las ocasiones de aplicarlas, de fijarlas en la memoria y de dominar su uso. Son los problemas «ejercicios», los más usados en la enseñanza.
>
> 4º Vigilar el aprendizaje del alumno. Problemas de pruebas o «exámenes».
>
> 5º Comprobar la eficacia de los métodos de enseñanza. Problemas «experiencias», en cierto modo análogos a los precedentes, pero cuyos sujetos no son ya los individuos, sino los colectivos.

Añade lo artificioso de la mayoría de los problemas que se usan en clase: «Exceptuados la minoría de los problemas llamados de "situación" ("desgraciadamente muy poco usados aún") se acostumbra a hacer de los otros asunto de corrección y calificación que condiciona los enunciados y les da el carácter artificial». Y concluye afirmando:

> Estimo que hay, en resumen, toda una interesante tarea a proponer y realizar, reconsiderando cuidadosamente los problemas en uso en nuestra enseñanza, poniendo en primerísimo plano su finalidad esencialmente educativa y desligándola de la de calificación que le ha sido añadida artificiosamente. Una vez bien asegurado este deslinde, es de desear que una mayor libertad de selección y de combinación deje manifestar y desarrollar facultades creadoras del alumno fuera de los términos habituales de los enunciados y aun invirtiéndoles de forma que se consideren como metas o soluciones a alcanzar los enunciados que hay que proponer.

Comentaremos para terminar algunos aspectos del capítulo VI titulado *El Material.* Como hemos señalado a lo largo de este artículo, Puig Adam estaba verdaderamente interesado en el material didáctico para la enseñanza de la matemática, tanto el fabricado por el profesor y el alumno en la clase o en casa, como el aprovechamiento de materiales cotidianos diseñados con otra utilidad básica, pero que pueden servir de apoyo para la experimentación de ideas y conceptos matemáticos. En un segundo plano, pero resaltando también su utilidad, deja el material comercializado con finalidad directamente didáctico-matemática. Fruto de esta preocupación suya es el tema de la XI Reunión de la CIEAEM, celebrada en Madrid entre el 21 y el 27 de abril de 1957, que fue el material didáctico para la enseñanza de las matemáticas. Esta reunión fue acompañada de dos exposiciones de material didáctico, la elaborada en el mismo Instituto San Isidro, por Puig Adam y sus alumnos, y la exposición internacional paralela a las sesiones de la reunión.

Puig Adam estaba verdaderamente interesado en el material didáctico para la enseñanza de la matemática, tanto el fabricado por el profesor y el alumno en la clase o en casa, como el aprovechamiento de materiales cotidianos diseñados con otra utilidad básica, pero que pueden servir de apoyo para la experimentación de ideas y conceptos matemáticos.

Este material: modelos, films, filminas, visto por los matemáticos situados desde la elevada perspectiva abstracta son meras concreciones ilustradoras, simple ropaje conveniente para facilitar, momentáneamente, comprensiones dificultosas; pero, para el educador matemático que no pierda la perspectiva de los procesos iniciales de abstracción, este material es mucho más; representa algo sustancial en su función educativa. Este material estructurado en forma de modelos tiene no sólo la función de traducir ocasionalmente ideas matemáticas, sino también la de originarlas, de sugerirlas.

En la segunda sección de este capítulo aborda algunas ideas sobre el uso y el diseño de modelos manipulables. Señala las ventajas de la creación y realización de los modelos sobre su simple utilización y el valor añadido de la realización de proyectos técnicos sometidos a determinadas condiciones, que sean maquetas a escala de problemas reales.

Al calcular y realizar así sus propios proyectos y maquetas, los alumnos jugarán a ser anticipadamente ingenieros. Su interés por los problemas que realizan aumentará considerablemente, beneficiándose con ello de la calidad de su trabajo, ya que los cálculos que para ello desarrollan no tienen por meta la obtención de unos resultados numéricos que les dejan indiferentes, sino de las medidas que necesitan para llevar a término una realización tangible efectiva.

La siguiente sección se titula *Algunos ejemplos de material dinámico polivalente.* Incluye en este capítulo algunas fotografías que acompañan las descripciones de materiales. Señalaré entre ellos y como pequeño homenaje simbólico a la personalidad de Puig Adam su descripción de la construcción del *Omnipoliedro gigante*, que, en una versión reducida fue la idea que la Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas propuso a todos los centros para celebrar el pasado 12 de mayo, precisamente el día en que se cumplía el centenario del nacimiento de Pedro Puig Adam, el primer Día Escolar de las Matemáticas.

Dice Puig Adam:

Con treinta varillas de madera, iguales, terminadas en hembrillas circulares que permitan atarlas de cinco en cinco, concurrentes en un mismo vértice, y encadenarlas tres a tres en una misma cara, formaremos rápidamente un icosaedro regular desmontable.

La construcción de este modelo surgió de un comentario en clase, después de haber aparecido destrozados antiguos modelos de dodecaedro y de cubo regulares (construidos con varillas de metal soldadas) mientras el tetraedro, octaedro e icosaedro, de la misma colección, se conservaban en buen estado. La diferencia de resistencia, no debida al azar sino a la rigidez estática del triángulo, originó una alusión instructiva a las estructuras reticuladas triangulares corrientes en la técnica (puentes, postes, etcétera). En efecto, los alumnos comprobaron la rigidez del icosaedro como estructura triangular, obtenida como hemos dicho, sin necesidad de soldar los vértices, sino de atarlos simplemente.

En cambio, un dodecaedro construido de análoga manera carece de rigidez. Para dársela hubo que sostenerle mediante un icosaedro formado por aristas que cruzaran ortogonalmente las del dodecaedro en sus puntos medios. Es fácil obtener la relación entre las aristas de uno y otro poliedro: la arista del dodecaedro es la sección áurea de la del icosaedro cruzado.

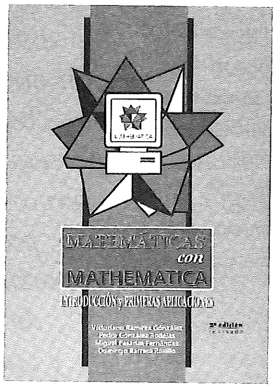
Para obtener análogamente un cubo rígido bastará insertar en sus caras las seis diagonales formando las aristas de un tetraedro regular inscrito en él. Si se inscribe un cubo en el dodecaedro antes formado (sostenido por el icosaedro correspondiente), en el cubo un tetraedro, como hemos dicho, y en un tetraedro el octaedro regular cuyos vértices son los seis puntos medios de sus aristas (es decir, los centros de las caras del cubo), obtendremos un modelo rígido desmontable de los cinco poliedros regulares sostenidos mutuamente y que pueden destacarse entre sí pintando las aristas de colores bien diferenciados. Las longitudes de estas aristas están en la relación: cubo, 1; tetraedro, $\sqrt{2}$; octaedro, $\sqrt{2}/2$; dodecaedro $(\sqrt{5}-1)/2$; icosaedro, 1. Este modelo fue bautizado con el nombre de «omnipoliedro regular» por los propios alumnos que lo construyeron, en el Instituto de San Isidro.

...y como pequeño homenaje simbólico a la personalidad de Puig Adam su descripción de la construcción del Omnipoliedro gigante...

La última sección de este capítulo está dedicada a *Los films matemáticos.* Nuevamente adelantándose a su tiempo recoge las ideas fundamentales del uso de los medios audiovisuales en la enseñanza de la matemática.

Finalmente, no me queda nada más que recomendar vivamente la lectura de este libro para aquellos afortunados que puedan tener acceso a un ejemplar y sugerir a los demás que esperen, ya que como hemos señalados probablemente será reeditado dentro de no mucho tiempo.

Francisco Martín Casalderrey



MATEMÁTICAS con MATHEMATICA
Victoriano Ramírez, Pedro González, Miguel Pasadas y Domingo Barrera
Proyecto Sur de Ediciones
Granada, 1997
ISBN: 84-8254-107-2
286 páginas + 1 disquete

La obra constituye la primera parte del material para prácticas con ordenador impartidas por el Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Granada.

E1 libro contiene una colección de 10 prácticas que corresponden a diversas ramas de las Matemáticas: Álgebra Lineal, Cálculo Matemático, Cálculo Numérico y Estadística.

Cada uno de los capítulos comienza con una explicación detallada de la práctica que desarrolla. Presenta el resultado de los ejercicios en la pantalla después de procesarlos, y acaba con la propuesta de nuevos ejercicios relacionados con el tema de la práctica. Así mismo, el libro, constituye un sencillo manual del programa MATHEMATICA y su entorno de programación, con la inclusión de un apéndice que describe las principales órdenes de MATHEMATICA con ejemplos de cada una. En el disquete se encuentran los programas y la relación de los ejercicios.

Según manifiestan los autores con la utilización del programa se ha conseguido: acortar los tiempos de aprendizaje; abordar problemas reales, que no se podían resolver manualmente, debido al gran número de datos y cálculos requeridos y mejorar el rendimiento académico de los alumnos.

La utilización de los programas de cálculo simbólico, en la enseñanza de las matemáticas, facilita el aprendizaje ya que evita las tareas mecánicas que el alumno debe desarrollar a mano, y permite plantearse objetivos pedagógicos mas ambiciosos. El alumno dispone de más tiempo para trabajar los métodos y estrategias de resolución de los problemas y no necesita centrar su trabajo en la realización de operaciones y cálculos elementales.

MATHEMATICA es un programa de calculo simbólico creado en lenguaje C, dirigido a matemáticos, físicos e ingenieros, disponible para diferentes plataformas de *hardware* y con grandes posibilidades gráficas en dos y tres dimensiones.

Las prácticas desarrollan los temas habituales en la enseñanza de las matemáticas en los cursos de Bachillerato y primer año de carreras Técnicas, de Ciencias, Empresariales y Económicas.

Comienzan por el cálculo numérico, para el que el programa dispone de más de 750 funciones implementadas, continúa con cálculo simbólico, matrices, sistemas de ecuaciones lineales, cálculo diferencial e integral, resolución de ecuaciones y estadística descriptiva.

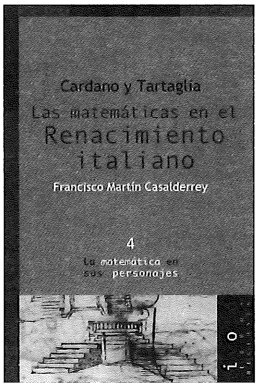
La práctica 3 aborda la representación gráfica, que permite dibujar en dos o tres dimensiones, elegir las perspectivas, los puntos de vista, los sistemas de represen tación, el sistema de coordenadas, etc.

La práctica 4 estudia las posibilidades de MATHEMATICA como lenguaje de programación en los tres niveles que permite:

- Programación procedimental, con uso de bloques, ciclos e iteraciones, recursividad, etc.
- Programación funcional, con la de funciones, operadores funcionales, etc.
- Programación declarativa, basada en reglas que indican cómo operar o trasformar las expresiones simbólicas o funcionales.

Estos dos aspectos del trabajo con MATHEMATICA, permiten un mayor control de los cálculos y de las imágenes resultantes. Aunque trabajar con este programa es complicado, y se necesita el conocimiento de gran cantidad de órdenes y parámetros, la potencia de los resultados hace que su rendimiento sea superior a otros programas de cálculo simbólico.

Félix Matute



CARDANO Y TARTAGLIA.
LAS MATEMÁTICAS
EN EL RENACIMIENTO ITALIANO
Francisco Martín Casalderrey
Ed. Nivola libros y ediciones S.L.
Madrid, 2000
ISBN: 84-930719-5-1
190 páginas

Hay momentos de la historia de las matemáticas en los que los procesos de creación y de descubrimiento de nuevos métodos están fuertemente implicados en la vida personal y cotidiana de los matemáticos. Tal es el caso del descubrimiento de las fórmulas de resolución de las ecuaciones algebraicas de tercer y cuarto grado que se realizó en la primera mitad del siglo XVI italiano teniendo como escenarios principales las ciudades de Bolonia, Venecia y Milán y como protagonistas a Scipione del Ferro (1465-1526), Niccolo Tartaglia (1499-1557), Gerolamo Cardano (1501-1576) y Ludovico Ferrari (1522-1565).

El tema de este libro es el proceso de cómo se descubrieron las fórmulas de resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado. El autor nos ofrece, además de cómo se llevaron a cabo las deducciones de las fórmulas, un hermoso paseo por el estado de las matemáticas en el Renacimiento italiano y la demanda de conocimientos en esta materia por la sociedad comercial emergente. Francisco Martín destaca la importancia que tenía para los profesores hacer descubrimientos, que luego no compartían con nadie, con el fin de brillar en disputas públicas, ya que se consideraba que conocer algo era como tener un seguro contra la adversidad. El análisis de esta costumbre y de algunas más nos permite profundizar en el conocimiento de muchos aspectos de la vida académica de la época. Por último, aporta una relación precisa de la agria polémica que mantuvieron Tartaglia y Cardano sobre el descubrimiento de la fórmula de la ecuación cúbica y cómo acabó, a su vez, con la disputa pública mantenida entre Tartaglia y Ferrari en 1557, que finalizó con la derrota del primero y con su reclusión voluntaria en Brescia, su ciudad natal.

El libro está publicado por la editorial Nivola en la colección «La matemática a través de sus personajes» de la que este libro es el número 4 y Antonio Pérez Sanz su director. En el Prólogo del libro, Antonio Pérez se lamenta de que con las grandes obras de la matemática no ocurre como con las obras artísticas o con las literarias, que son conocidas por cualquier persona con un mínimo nivel cultural. Las grandes obras matemáticas entre las que se encuentran *Ars Magna* (1545) de Cardano o el *Álgebra* (1567-1560) de Bombelli, son desconocidas no solamente por el gran público, sino por buena parte de matemáticos.

La obra *Cardano y Tartaglia* está dividida en siete capítulos que le permiten al autor describir, de forma clara y amena, aspectos tan relevantes de la matemática del Renacimiento como la transición de la matemática medieval a la renacentista, la historia del descubrimiento de las fórmulas de resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado o las nuevas perspectivas que se presentaron en la matemática tras el descubrimiento de esas fórmulas.

Capítulo 1. De la Edad Media al Renacimiento. En este capítulo se describen las dos principales influencias que recibió la matemática medieval. La primera, la de las escuelas de traductores como la Escuela de Toledo, que pretendían recuperar el saber clásico, que se había ido perdiendo por el abandono del griego como lengua culta. La segunda, la aportación de la matemática árabe que transmitió la numeración hindú, la cual tuvo una excelente acogida entre los comerciantes que precisaban de un método rápido de cálculo para transformar pesos y medidas de distintos países, así como para realizar el cambio de moneda. La numeración romana no resultaba manejable para estos menesteres. Esta última corriente fue recogida en el *Liber Abaci* (1202) de Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci (1170-1240), obra en la que se trataba de la notación arábiga, la aritmética con cifras, la resolución de ecuaciones, aritmética comercial y contabilidad.

Capítulo 2. Las escuelas de Ábaco. Describe que estas escuelas eran los lugares donde se estudiaba el cálculo y las operaciones aritméticas con las cifras arábigas. La formación de un futuro comerciante debía consistir en dos años para aprender a leer y escribir y dos años en una Escuela de Ábaco. Cada maestro de Escuela de Ábaco solía elaborar sus manuscritos, de los cuales se han conservado algunos como el del Maestro Benedetto de Florencia. La importancia que adquirieron los tratados de ábaco fue enorme dentro del panorama de las matemáticas útiles, por eso no es extraño que el primer libro de matemáticas impreso en Italia fuera un libro de ábaco de autor desconocido llamado *Aritmética de Treviso* (1478).

Capítulo 3. Las matemáticas en Italia al comenzar el siglo XVI. La aportación más brillante la aportó Lucca Paccioli en su obra escrita en italiano en 1487 y publicada en 1494 *Summa de Arithmetica, geometria, proportioni et proportionalità.* Supuso la culminación de los libros de ábaco y en ella se comenzó con la notación llamada sincopada para las ecuaciones algebraicas que superaba, en cierta medida, las demostraciones y fórmulas verbalista de los libros de ábaco anteriores. También se describen en el libro las obras de Regiomontano (1436-1476), Piero della Francesca (1416-1492) y la labor que se hizo, en 1528, para la reforma del calendario gregoriano.

Las grandes obras matemáticas entre las que se encuentran Ars Magna *(1545) de Cardano o el* Álgebra *(1567-1560) de Bombelli, son desconocidas no solamente por el gran público, sino por buena parte de matemáticos.*

Capítulo 4. La aventura de la ecuación cúbica. En este capítulo Francisco Martín describe el descubrimiento de la fórmula de la ecuación de tercer grado, en su versión el cubo más la cosa igual a un número, por Scipione del Ferro, con anterioridad a 1515, y el descubrimiento independientemente hecho por Tartaglia para responder a una disputa provocada por Antonio María del Fiore en 1535, el cual propuso a Tartaglia treinta problemas que podían resolverse conociendo la fórmula de resolución de la cúbica. Luego, fue Cardano quien publicó las fórmulas de resolución de la ecuaciones cúbica y cuadrática en todos sus casos y se produjo una polémica con Tartaglia sobre la apropiación indebida de la fórmula por parte de Cardano.

Capítulo 5. La resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado. En este capítulo se describe la demostración y los pasos seguidos para deducir las fórmulas de las ecuaciones de tercer grado por medios geométricos. Comienzan a dominar los cálculos algebraicos literales sobre los geométricos y aparecen nociones de cambio de variable que permitieron a Ferrari resolver la ecuación de tercer grado y eliminar el coeficiente de segundo grado en la ecuación general de tercer grado y el de tercer grado en la de cuarto, etc. También aporta demostraciones de Bombelli y la aparición y manejo, por primera vez, de los números complejos por este autor.

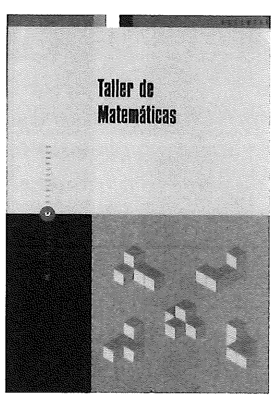
Capítulo 6. Los protagonistas de esta historia. Describe la biografía científica de los Scipione del Ferro, Niccolo Tartaglia, Gerolamo Cardano, Ludovico Ferrari y Rafael Bombelli destacando sus aportaciones y su implicación en la sociedad.

Capítulo 7. Puntos suspensivos. En este capítulo destaca el autor los caminos que abrió la resolución de las ecuaciones cúbica y cuártica para los matemáticos posteriores al intentar resolver la ecuación de quinto grado por radicales tal y como habían sido resueltas las de grados inferiores y describe someramente las aportaciones de Leonard Euler (1707-1783), Etienne Bezout (1730-1783), Joseph Louis Lagrange (1736-1813) y las de Paolo Ruffini (1765-1822) y Herick Abel (1802-1829) que demostraron la imposibilidad de resolver por procedimientos algebraicos la ecuación de quinto grado.

En suma, es un libro escrito de forma clara y bien estructurado, que pone a disposición del público, y de forma amena, en este Año Mundial de las Matemáticas, una de las páginas más hermosas del libro de la historia de las matemáticas. La amenidad del libro sirve de envoltorio a un rigor histórico y matemático que está presente a lo largo de toda la obra. El libro es particularmente útil para la enseñanza de la historia de las matemáticas en todos los niveles y, en particular, en la enseñanza media, a la que puede aportar, además de los aspectos técnicos de la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, puntos de vista nuevos, tales como la importancia de las matemáticas en la formación de los comerciantes renacentistas y de cómo, poco a poco, la matemática fue impregnando la ciencia y la sociedad. En definitiva nos encontramos ante un libro útil, ameno e *bene trovato*.

Víctor Arenzana Hernández
Javier Arenzana Romeo

TALLER DE MATEMÁTICAS
Andrés Ruiz de Elvira,
Miguel Blanco
y Abilio Corchete
Junta de Extremadura,
Consejería de Educación
y Juventud
Mérida, 1998
ISBN: 84-923779-0-9
173 páginas



Por desgracia, cuando se oye hablar desde las diversas administraciones de la necesidad y urgencia por reforzar el aprendizaje de las áreas instrumentales, también se escucha que existe una excesiva optatividad, especialmente en la etapa secundaria, y que por tanto ese refuerzo se hará a costa de la supresión o reducción del espacio de optatividad. Parece que el Taller de matemáticas tiene los días contados...

Las grandes editoriales comerciales ya habían apostado por ello, hace algún tiempo y buena señal de ello es que pocas de ellas (por no decir que ninguna) han apostado por la edición de materiales para el Taller. No son rentables...

Por estos motivos nos debemos de congratular de la aparición de libros como el que voy a comentar, que nacen de la iniciativa pública –en este caso de la Junta de Extremadura–, y de la labor de profesores que creen en las inmensas posibilidades educativas del Taller. En efecto, este espacio, que parecía que habíamos ganado, proporciona la posibilidad de reforzar el aprendizaje de una de las áreas instrumentales –la nuestra–, permite atender la demanda de los alumnos que disfrutan con las matemáticas y nos deja a los profesores la posibilidad de compartir el tiempo con alumnos para los que «hacer matemáticas» es una actividad gratificante. Además, el trabajo en el Taller, resulta una fuente de inspiración para las clases «normales» de matemáticas, pues se trata de un interesante laboratorio de experimentación de nuevas actividades que perderemos si llega a desaparecer.

Los autores de esta interesante propuesta han escogido una orientación para el Taller en la que se privilegia el fortalecimiento de las relaciones entre las matemáticas y el mundo real, a través de la aplicación de contenidos y métodos del razonamiento matemático a situaciones prácticas. Además, creen que debe ayudar a mejorar las habilidades de comunicación, las actitudes hacia el trabajo personal y el respeto a los demás expresado a través de la discusión y el trabajo cooperativo.

El libro proporciona a los lectores tanto aspectos de la programación de la asignatura como orientaciones para la evaluación o anotaciones metodológicas fruto de la experiencia que proporciona el uso de los materiales, por los autores en sus aulas, desde hace algunos años.

A mi entender, el núcleo más interesante del libro se encuentra en la selección de actividades. Tiene la virtud de ser muy razonable, basada en la adaptación de materiales bien conocidos en su mayoría, y en un enfoque bien estructurado que refleja una elección consciente de los objetivos que se persiguen. Debe agradecerse a los autores que citen a las fuentes que utilizan para su inspiración, hecho que lejos de restarles méritos, refleja su convicción de que el papel del profesor está más en la selección y adaptación de los materiales que en la generación de nuevas ideas de forma permanente.

Las actividades se agrupan en nueve unidades y pertenecen a dos tipos: unas –sobre todo, orientadas al estudio de algunas características de objetos geométricos–, tienen un enfoque fundamentalmente descriptivo; en las otras se persigue la resolución de alguna cuestión planteada dentro de situaciones reales. La aplicación de técnicas matemáticas conocidas, la construcción de modelos, etc. permite avanzar hacia la solución. En los dos tipos de actividades se fomenta el trabajo en pequeños grupos y las puestas en común. Las actividades culminan con la presentación de un informe individual, en el que los alumnos deben comunicar los resultados obtenidos, las ampliaciones hechas al estudio, las impresiones,...

En definitiva, un trabajo muy recomendable, que puede resultar de ayuda y modelo a los profesores que deban enfrentarse con el Taller de matemáticas, mientras éste todavía exista formalmente.

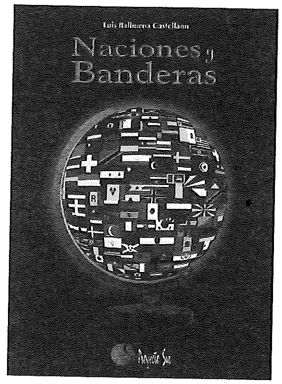
Julio Sancho

En resumen, estamos ante un libro curioso, original, muy bien editado, que pone en evidencia la «existencia» de las matemáticas en algo cotidiano y que, sin duda, será de gran utilidad para los profesores que quieren salirse en sus clases de la rutina escolar.

Emilio Palacián

NACIONES Y BANDERAS

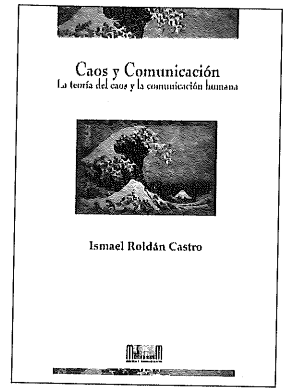
Luis Balbuena Castellano
Proyecto Sur de Ediciones
Granada, 1999
ISBN: 84-8254-941-3
274 páginas



Estamos ante un libro que trata, el título no deja lugar a confusión, de banderas. Según la Academia de la Lengua, la disciplina que estudia las banderas se denomina «vexilología» y «vexilólogos» a los que la cultivan. Muchos lectores que conocen sobradamente al autor, Luis Balbuena, se preguntarán qué hace metido a vexilólogo, qué relación existe entre su quehacer profesional, dedicado a la enseñanza de las matemáticas, y las banderas. Yo también me lo preguntaba, hasta que en una ponencia que le escuché sobre los talleres de matemáticas y, como ejemplo de lo mucho y bueno que se podía tratar en ellos, expuso un breve resumen de lo que es posible hacer en una clase de matemáticas de ESO con las banderas de los distintos países.

El libro, editado magníficamente en color por Proyecto Sur, está articulado en dos partes claramente diferenciadas. La primera es la que tiene más peso matemático y proporciona, algunas veces de forma implícita, muchas ideas para explotar en una clase de Matemáticas, sobre todo de secundaria obligatoria. Se analizan distintas variables que definen el resultado de cada bandera: proporciones, «cargas», simetrías, distribución y número de colores, las franjas y sus combinaciones, sus diseños geométricos...

En la segunda parte de la obra, Luis Balbuena ha hecho un estudio enciclopédico, en el que ha recogido, para la bandera de cada país (cerca de dos centenares), además de una breve historia de la correspondiente nación y de la simbología de cada enseña, una recopilación de datos cuantitativos como extensión, población, nivel de alfabetismo, porcentajes de práctica de las distintas religiones, edad promedio y esperanza de vida. Es una información que permite realizar en el aula una gran variedad de actividades, a partir de datos reales. Además, es una oportunidad para llevar a cabo experiencias interdisicplinares con otras áreas, algo de lo que se habla mucho y, sin embargo, no se practica en demasía.



CAOS Y COMUNICACIÓN: LA TEORÍA DEL CAOS Y LA COMUNICACIÓN HUMANA

Ismael Roldán Castro
Editorial Mergablum
Sevilla, 1999
ISBN: 84-95118-27-0
360 páginas

¿Es posible relacionar la teoría del caos con la comunicación humana? En este libro, Ismael Roldán, propone unas bases para un modelo de la comunicación humana inspirado en uno de los paradigmas de la posmodernidad: la teoría del caos. Se trata de una lectura amena e insólita en la que se funden la imaginación, la creatividad y el rigor científico sin olvidar, en numerosas ocasiones, el sentido del humor. Tras un desarrollo divulgativo de algunas de las claves más sigtnificativas de la teoría del caos y de un recorrido a través de los modelos de la comunicación más importantes de este siglo, el autor propone un modelo comunicativo basado en la teoría del caos que constituye la aportación más novedosa en el ámbito comunicacional. Bien como nueva teoría holística o como metáfora cultural revolucionaria, lo cierto es que proporciona un enfoque diferente de la ignota realidad que nos envuelve. Además se presentan imágenes del caos que, contra todos los pronósticos, presentan una belleza singular: los fractales, el medio de comunicación del caos.

Sumario: Prólogo (Manuel Ángel Vázquez Medel). 1. La visión clásica de la ciencia. 2. Las rupturas del mecanicismo. 3. Acepciones diversas de caos. 4. Teoría del caos. 5. Aplicaciones de la teoría del caos. 6. Modelos de la comunicación. 7. Bases para un modelo caológico de la comunicación. 8. Conclusiones.