

SUMA 31

junio 1999

Un clásico de la geometría

CURSO DE GEOMETRÍA MÉTRICA

Tomo 1: Fundamentos. Tomo 2: Complementos.

Pedro Puig Adam

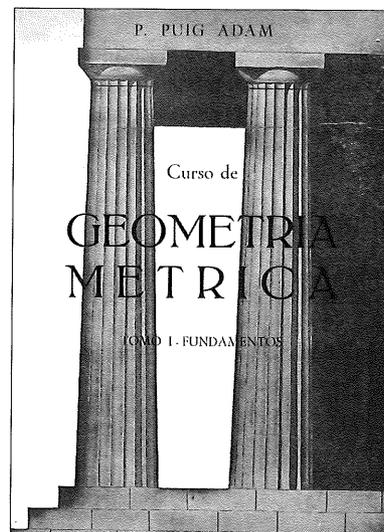
Euler Editorial

Madrid, Decimotercera edición, 1986.

ISBN: 84-85731-06-9.

Tomo 1: VIII + 372 páginas

Tomo 2: VIII + 324 páginas



Las obras pedagógicas de Pedro Puig Adam (1900-1960) han influido de forma decisiva y directa en la formación de una buena parte de los ingenieros y científicos españoles desde 1930 hasta nuestros días. Además, su forma de exponer las matemáticas y sus inquietudes pedagógicas han marcado la manera de hacer y de enseñar esta disciplina de muchos matemáticos españoles.

La vida de estudiante de matemáticas de Puig Adam en la Universidad de Barcelona está enmarcada por un hecho de vital importancia para la vida científica del país: la visita de muchos científicos a esa Universidad entre las que debe destacarse la de Einstein, invitado por el profesor

RECENSIONES

de la Universidad de Barcelona Esteban Terradas (1883-1950). Este profesor organizó, entre los años 1920 y 1923, la visita a Barcelona de algunos físicos y matemáticos de vanguardia, todos ellos invitados en el marco de Cursos Monográficos. Tullio Levi-Civita (enero de 1921), Jacques Hadamard (abril de 1921), Hermann Weyl y Arnold Sommerfeld (los dos en marzo de 1923) y B. Kerékjarto (mayo-junio de 1923). Entre todas las visitas la que más expectación despertó fue la de Einstein, pero la acumulación de tantos científicos de renombre ponía de manifiesto las inquietudes y la actividad científica de la Universidad de Barcelona al comenzar la tercera década del siglo XX.

Las visitas de estos sabios fructificaron ya que asentaron relaciones personales entre científicos españoles con profesores de distintas universidades europeas. Así el profesor José M. Plans y Freire (1878-1934) mantuvo una abundante correspondencia con Levi-Civita y tanto de sugerencias suyas como de copias de artículos y del inmenso interés que tenía Plans por la obra del italiano se beneficiaron algunos estudiantes suyos para los que extrajo temas para sus tesis doctorales. Entre los estudiantes de Plans estaban Fernando Lorente del No, Fernando Peña, María del Carmen Martínez Sancho y Pedro Puig Adam.

Puig Adam siempre guardó un recuerdo emocionado por sus profesores y compañeros en la Universidad de Barcelona como lo prueba la entrañable y agradecida evocación que hizo, desde el prólogo de la primera edición de su *Curso Teórico-práctico de Ecuaciones Diferenciales* en 1950, a su maestro y amigo Esteban Terradas.

Cuando, terminada la licenciatura, Pedro Puig Adam fue a Madrid a hacer el doctorado en Ciencias Exactas, no es extraño que presentase una memoria de tesis titulada *Resolución de algunos problemas elementales en Mecánica relativista restringida*, que era un tema de investigación, marcado por Levi-Civita, moderno y mucho más brillante y oportuno después de la confirmación de la Teoría de la Relatividad General en las observaciones del eclipse total de Sol de 1919 realizadas por Dyson y Eddington.

Las actividades pedagógicas de Puig Adam comenzaron en 1926, cuando obtuvo por oposición la cátedra de Matemáticas del Instituto San Isidro de Madrid. A partir de esa fecha y hasta la guerra civil escribió, en colaboración con Julio Rey Pastor (1888-1962), una serie de libros de texto para el Bachillerato del Plan de 1903, estas obras son *Nociones de Aritmética intuitiva*, *Nociones de Geometría intuitiva*, *Elementos de Aritmética intuitiva*, *Elementos de Geometría intuitiva*, *Lecciones de Aritmética y geometría*, *Elementos de geometría racional*, *Álgebra y Trigonometría*. Los libros tuvieron excelente acogida y se hicieron muchas ediciones.

En estas obras didácticas de primera época esbozó los principios prácticos del «método heurístico» que coinciden con las estrategias pedagógicas expuestas por G. Polya, en 1953 en, *Mathematics and Plausible Reasoning* (Editorial Tecnos 1966), obra en la que apostó por la intuición en Matemáticas en el sentido siguiente:

*En estas obras
didácticas
de primera época
esbozó
los principios
prácticos
del «método
heurístico»
que coinciden
con las estrategias
pedagógicas
expuestas
por G. Polya...*

Hay que intuir un teorema matemático antes de probarlo, así como la idea de la prueba antes de llevar a cabo los detalles: hay que combinar observaciones, seguir analogías y probar una y otra vez.

Puig Adam mantuvo esta línea didáctica hasta el final de su carrera. En 1955 marcó esta orientación participando activamente en las Comisiones de Enseñanza Media en la sección para la mejora del Bachillerato, comisiones que marcaron la orientación científica del Plan del Bachillerato de 1957. De esa época son publicaciones docentes tales como *Decálogo de Didáctica de la Matemática*, *Didáctica de la Matemática Heurística*, obras que culminan con la publicación de *La matemática y su enseñanza actual*.

El *Curso de Geometría Métrica* de Puig Adam lo escribió para preparar adecuadamente el ingreso en las Escuelas de Ingenieros Industriales en un tiempo, año 1947, en el que la selección se hacía mediante el cómodo recurso (para el seleccionador) de proponer a los aspirantes una tanda de problemas y admitir como futuros alumnos a los que más habían resuelto. Este método, podía tener una cierta objetividad, pero no era una situación en la que se seleccionaran los mejores alumnos en matemáticas, sino la aquellos aspirantes que habían acumulado (ellos o las academias preparatorias) buenas colecciones de problemas de las partes de la Matemática más variadas, generalmente de Teoría de Números o de Geometría.

La situación de los aspirantes a las Escuelas de Ingenieros era sobradamente conocida por Pedro Puig Adam, pues en 1931 acabó la carrera de Ingeniero Industrial y desde 1934 hasta su muerte tuvo a su cargo la Cátedra de Cálculo de dicha Escuela.

Puig Adam manifestaba en el prólogo del primer tomo de la *Geometría Métrica* que, aunque el examen con el que se encontraban los aspirantes a las Escuelas y el método de selección que se llevaba a cabo con los mismos era muy duro no se conseguía que los alumnos alcanzaran una formación óptima, tal y como se desprende de sus propias palabras:

Pero, a una técnica examinadora, se adapta siempre una técnica preparadora. Para el preparador y el preparado se trata, ante todo, de asegurar el éxito o de aumentar su probabilidad. Vengan, pues, millares de problemas y ejercicios: regístrense y archívense codiciosamente las soluciones, cuantas más mejor, aunque la teoría quede reducida a un segundo plano, aunque los conceptos fundamentales terminen deslavazados y desvaídos en la mente del escolar. Lo que importa es ingresar. Y la pretendida formación científica del futuro técnico resulta, en definitiva, convertida en una gimnasia contraproducente y deformadora por defectuosa alimentación.

La propuesta de Puig Adam era volver discretamente a la teoría y dar normas seguras para los problemas prácticos. Para ello redactó un libro en el que quedaban patentes los principios de la Geometría, destacando la estructura conceptual interna de la misma y haciendo uso práctico de sus métodos para orientar, con criterio científico, la solución de los problemas. En sus propuestas pedagógicas manifestaba que la ciencia del ingeniero debía ser práctica. A continuación seleccionamos unas palabras del prólogo a la primera edición que ponen de manifiesto cómo suponía el autor del *Curso de Geometría Métrica* que debe ser la formación del ingeniero:

La ciencia del ingeniero debe ser práctica, pero no empírica. El empirismo termina en rutina y la rutina en ceguera. El ingenio se cultiva también con la luz de la razón cuando la intuición no lo ilumina bastante y la matemática que necesita el técnico debe proporcionar, no sólo los conocimientos pragmáticos, los útiles de trabajo, sino también el hábito de manejarlos con buen criterio.

Después de estas consideraciones de carácter general sobre el tipo de conocimientos científicos que debe adquirir el ingeniero a lo largo de su etapa formativa pasaba a justificar la razón de haber elegido determinados temas y el enfoque dado a los mismos. Según sus propias palabras en la estructuración de la obra siguió un camino que calificó de personal, en la medida que hacía

...redactó un libro en el que quedaban patentes los principios de la Geometría, destacando la estructura conceptual interna de la misma y haciendo uso práctico de sus métodos para orientar, con criterio científico, la solución de los problemas.

...se decantó por una axiomática que establecía las propiedades del movimiento frente a las que se fijaban en congruencias de segmento y de ángulos, cosa habitual en la mayor parte de los tratadistas de la época.

adaptaciones originales con el fin de facilitar los estudios geométricos y poder llegar de forma directa a los temas prácticos y a las cuestiones metodológicas que necesitaban los ingenieros.

Así, en los axiomas, se decantó por una axiomática que establecía las propiedades del movimiento frente a las que se fijaban en congruencias de segmentos y de ángulos, cosa habitual en la mayor parte de los tratadistas de la época. Y dice:

Más educativo parece, sobre todo para técnicos, caracterizar desde un principio los movimientos, las transformaciones típicas de la Geometría y ligar a cada figura aquellas transformaciones que pone de manifiesto sus propiedades.

De este modo encuadró la Geometría Métrica en el marco de la clasificación general de las Geometrías dada por Félix Klein (1849-1925) en su famoso Programa de Erlangen. De igual manera habían enfocado la Geometría Elemental treinta años antes Julio Rey Pastor y Puig Adam en la obra de matemática elemental para niños *Elementos y complementos de geometría* al introducir métodos intuitivos en la enseñanza de la matemática elemental española. Faltaba, a juicio del autor, ampliar estas ideas en plan racional para recoger los frutos de los planteamientos intuitivos anteriores y esto fue lo que hizo en el Tomo primero, que se ocupó de los fundamentos de la Geometría.

Aunque optó por un camino personal a la hora de exponer la Geometría dio una sucinta bibliografía y, según sus propias palabras, había huido de transcripciones más o menos disimuladas y utilizó los libros citados para delimitar temario y para contrastar procedimientos demostrativos. Las obras citadas son las de: Hilbert *Grundlagen der Geometrie*, Klein *La Matemática elemental desde un punto de vista superior*, Enriques *Questioni riguardanti le Matematiche elementari*, Berzolari *Enciclopedia delle Matematiche elementari*, Thieme *Die Elemente der Geometrie*, Hadamard *Leçons de Géométrie élémentaire*, Torroja *Tratado de Geometría de la Posición y sus aplicaciones a la Geometría de la medida*, Rouché Comberouse *Traité de Géométrie*, Deltheil *Géométrie*, Schwan *Elementaire Geometrie*, Zacharias *Elementargeometrie der Ebene und des Raumes*, Halsted *Géométrie Rational*. A toda esta bibliografía añadió las enseñanzas de quienes fueron sus maestros Antonio Torroja, Miguel Vegas y Julio Rey Pastor.

En el primer tomo se ocupa de todas las cuestiones fundamentales metodológicas y por hacer una obra comprensible, dada la cantidad de temas tratados, tuvo que optar muchas veces por enfoque personales y originales en temas tales como en los problemas de orientación, tanto en el plano como en el espacio, (introdujo la noción de haz abierto), la adición del axioma III (de rigidez) a los axiomas de movimiento, la deducción de las propiedades de los movimientos especiales y las primeras relaciones métricas, así como la definición de equivalencia de polígonos y demostraciones derivadas de él y la demostración del teorema de Jordan para polígonos simples y para curvas cerradas cuyo número de puntos de intersección con cualquier recta es finito.

No ha sido mi propósito escribir un libro de Geometría pura, sino métrica, aun en el sentido etimológico de la palabra y, por tanto, he introducido en el momento oportuno la noción de medida con el objeto de operar cuanto antes con medidas de segmentos, en lugar de instituir un cálculo segmentario autónomo desvinculado de la Aritmética, como se hace en los modernos tratados alemanes.

En el primer tomo se debe destacar el enorme cuidado que puso el autor en la descripción de los procedimientos geométricos que se deben adquirir y que consideraba más importantes que la propia demostración de los teoremas. Puede observarse, en este sentido, el cuidado que tuvo en la explicación de la metodología de las construcciones geométricas. Y en los argumentos, reflexiones y consideraciones que aportó sobre el hermoso método de resolución de problemas que es la inversión, a la que colocó después de las homotecias, aunque no fuera una transformación del grupo métrico.

A continuación se destacan algunos detalles que ponen de manifiesto la orientación metodológica de la obra y su originalidad:

- a) Para generalizar la ordenación establecida en la recta al plano definió la noción de haz abierto. Concepto que se basa en la eliminación de un rayo del haz completo al cual tomamos como origen con lo que, dado un rayo cualquiera, se pueden definir rayos precedentes y siguiente a él. Resumiendo al eliminar un rayo de un haz se consigue un conjunto abierto, denso y linealmente ordenado.
- b) En la equivalencia de áreas de polígonos parte de la transformación de un polígono en otro de igual área, pero de un lado menos, para concluir deduciendo la equivalencia geométrica de áreas demostrando que dos polígonos son geométricamente equivalentes si es posible transformar uno en otro agregando y restándole polígonos congruentes dos a dos.
- c) Es destacable la elegante demostración del teorema de Jordan sobre curvas que cortan a una recta cualquiera en un número finito de puntos.

En el segundo tomo, dedicado a temas complementarios de geometría, insistió en el carácter práctico de la obra con estas palabras:

Alguien ha dicho con frase esquemática que la formación del técnico consiste en aprender a «ver» y a «pensar»: Aunque la Matemática más parece destinada a esta segunda misión no hay que divorciarla de la primera. Mejor que «ver» y «pensar» yo diría «ver pensando» y «pensar viendo»; en términos más precisos. Aprender a ver el contenido matemático abstracto de los hechos reales y a proyectar en el campo de lo concreto los resultados de los razonamientos abstractos.

En el segundo tomo el autor complementó los recursos analíticos desarrollados en el primero con el manejo de funciones, tablas trigonométricas y recursos gráficos. Junto con un visión teórica de los temas tratados aplicó la trigonometría a los más variados temas que van desde la Astronomía, la Mecánica y la Topo-

En el primer tomo se debe destacar el enorme cuidado que puso el autor en la descripción de los procedimientos geométricos que se deben adquirir y que consideraba más importantes que la propia demostración de los teoremas.

En el segundo tomo el autor complementó los recursos analíticos desarrollados en el primero con el manejo de funciones, tablas trigonométricas y recursos gráficos.

grafía hasta la resolución de ecuaciones algebraicas. Aplicó la proyectividad a los sistemas de representación, a la obtención de perspectiva de un edificio o a la restitución de la planta a partir de una fotografía. Pero, además del gran número de aplicaciones que realizó en este segundo tomo, dio un curso casi completo de Geometría Proyectiva en el que estaban incluidos los teoremas de Staudt, la identidad de las cónicas métricas y proyectivas, y los teoremas de Legendre y Steiner. No contento con hacer un curso lleno de indicaciones prácticas y con indicaciones teóricas de gran nivel (las cuestiones teóricas de mayor nivel y las anotaciones a los diferentes temas las pone en letra pequeña) hizo una selección de problemas históricos que han ocupado a los matemáticos durante más de dos mil años y justificaba en el prólogo esta decisión con las siguientes palabras:

El gran interés teórico e histórico de algunos problemas que han tenido en jaque a la Humanidad durante veintitantos siglos me ha inducido a cerrar este Curso con dos apéndices: uno sobre irresolubilidad de problemas geométricos y otro sobre la indemostrabilidad del postulado de Euclides. Ambos constituyen la concesión final a la curiosidad científica del lector. Hemos procurado elementalizar todo lo posible las demostraciones contenidas en ellos, con todo, su lectura exige un nivel algo más elevado que el resto de la obra, fácilmente alcanzable tras el estudio de una pocas cuestiones de Álgebra.

Los capítulos que abarca cada tomo son los siguientes:

Tomo I

1. Enlace, ordenación y sentido en el plano.
2. Congruencia y paralelismo en el plano.
3. Primeras relaciones métricas entre figuras planas.
4. Continuidad y construcciones fundamentales con regla y compás.
5. Medida y proporcionalidad.
6. Homotecia y semejanza.
7. Relaciones métricas derivadas de la semejanza.

8. Inversión y polaridad en el círculo.
9. Equivalencia y áreas.
10. Medida de figuras circulares.
11. Metodología de las construcciones geométricas.
12. Enlace, ordenación y sentido en el espacio.
13. Los movimientos y las congruencias en el espacio.
14. Propiedades métricas de los anguloides y de los poliedros.
15. Cuerpos redondos.
16. Homotecia, inversión y polaridad en el espacio.
17. Las áreas en el espacio.
18. Los volúmenes.
19. Apéndice: Concepto de curva, tangente, longitud de una curva y área de un recinto curvo. Teorema de Jordan.

Tomo 2

TRIGONOMETRÍA

1. Los problemas clásicos de la geometría rectilínea.
2. Propiedades de las funciones circulares.
3. Los problemas clásicos de la trigonometría esférica.

NOCIONES DE GEOMETRÍA PROYECTIVA

4. Invariantes métricos de la proyectividad.
5. Proyectividad entre figuras de primera categoría.
6. Proyectividad entre figuras de segunda y tercera categoría.
7. Ideas generales sobre sistemas de representación y sus aplicaciones.

LAS CÓNICAS

8. Estudio métrico de las cónicas.
9. Estudio proyectivo de las cónicas.
10. Apéndice 1: Sobre la irresolubilidad de algunos problemas.
11. Apéndice 2: Sobre la indemostrabilidad del postulado de Euclides.



Cada uno de los capítulos anteriores está subdividido, a su vez, en dos, tres o cuatro lecciones, según palabras de Puig Adam la división en lecciones la hizo, más que para facilitar el estudio de los lectores, para poder acotar mejor los temas.

El segundo tomo acaba con los enunciados de los problemas de Geometría propuestos en los exámenes de ingreso de distintas Escuelas Especiales de Ingeniería, casi todos del curso 1946-47 (Aeronáuticos, Agrónomos, Caminos Canales y Puertos, Industriales, Minas, Montes, Navales y Telecomunicación) lo que contribuye a mantener el tono de ser *Curso de Geometría Métrica* un libro para preparar a los estudiantes para el ingreso en las Escuelas de Ingenieros, pero la obra de Puig Adam se eleva sobre eso y aporta a los libros de Geometría españoles originalidad en la exposición, belleza en las demostraciones, reglas claras de construcción de figuras y métodos de resolución de problemas geométricos además de información sobre muchos problemas históricos y exposición de métodos utilizados en distintas etapas de la evolución del saber matemático.

Es esta obra, en suma, una obra clara para acercarse a los estudios de Geometría en los que el lector puede encontrar, además de un hilo conductor, que une los diferentes temas tratados en la obra con enorme brillantez y claridad, diferentes métodos de construcciones geométricas minuciosamente explicados y hermosos ejemplos y problemas resueltos en los diferentes apartados que hacen que la obra sea fuente de inspiración para los profesores actuales. En suma, esta obra es un clásico de la literatura matemática y como tal siempre que alguien la estudie sacará ideas, inspiración y provecho.

Javier Arenzana Romeo

Víctor Arenzana Hernández

CÁLCULOS MATEMÁTICOS POR ORDENADOR CON MAPLE V.5

E. Roanes Macías • E. Roanes Lozano



Ed. Rubiños-1860 S.A.

CÁLCULOS MATEMÁTICOS POR ORDENADOR CON MAPLE V.5

E. Roanes Macías

E. Roanes Lozano

Ed. Rubiños-1860

Madrid, 1999

ISBN: 84-8041-112-0

444 páginas

y un disquete de 3,5".

En la actualidad, los sistemas informáticos de cálculo simbólico están siendo muy utilizados tanto por los que se dedican a la enseñanza de las Matemáticas como por los que investigan en ellas o las utilizan como auxiliar en el desarrollo de las más diversas disciplinas científicas o tecnológicas.

Entre los distintos sistemas de cálculo simbólico existentes, MAPLE V ocupa un lugar muy destacado que lo ha conseguido, tanto por la enorme extensión de los campos de las matemáticas a que se aplica (algunos muy especializados), como por su cómodo y simple manejo. Este último aspecto es tan notable, que la introducción al uso del MAPLE V para tareas sencillas, apenas requiere aprendizaje ni lectura de manuales, bastando la consulta ocasional de las excelentes «ayudas en línea» que suministra el mismo sistema y de los «tutoriales» que lo acompañan.

No obstante, los usuarios no informáticos que tengan que utilizar cálculos matemáticos en sus trabajos científicos, técnicos o docentes, desearán, sin duda, profundizar más, conociendo a fondo la valiosa ayuda que puede ofrecerles el sistema MAPLE V, sin limitarse a esa simple introducción. Pero precisamente la riqueza de posibilidades que ofrece ese sistema en su enorme repertorio de comandos y procedimientos y, sobre todo, en lo que contienen los numerosos «paquetes» especializados de su biblioteca compartida, hacían que, hasta ahora, fuese bastante penoso conseguirlo con la simple consulta de los manuales disponibles. Además, aquellos que vayan a hacer un uso intenso del sistema, agradecerían la posibilidad de entrenarse mediante un repertorio adecuado de ejercicios.

Son estos deseos los que viene a satisfacer la obra que comentamos hoy. A lo largo de sus 26 capítulos, nos proporciona una completísima colección de ejemplos y ejercicios, con los que se puede ir aprendiendo cómo utilizar todas las prestaciones de MAPLE V, en forma cómoda y agradable. Estos ejemplos están presentados con gran sentido didáctico, ordenados en forma adecuada para un aprendizaje progresivo y clasificados por las partes de las matemáticas a las que se aplican, de tal modo que el lector puede escoger los que sean de su interés inmediato o recorrerlos todos, si desea tener un panorama general de las posibilidades del sistema.

Cada capítulo, además de ejemplos ilustrativos, contiene un elevado número de ejercicios, cuyas soluciones detalladas aparecen al final. Estos ejercicios no forman un simple repertorio de enunciados para entrenamiento, sino que constituyen en sí mismos una introducción didáctica que sustituye por completo a cualquier estudio de manuales.

El libro va acompañado de un disquete de 3,5" en el que, entre otras cosas, se encuentran los archivos *.mws correspondientes a los ejemplos de cada uno de los capítulos, lo que, si el usuario lo desea, le evita el trabajo de teclear los enunciados; no obstante, para el principiante puede ser aconsejable hacerlo manualmente, para habituarse a la ortografía y sintaxis propias del sistema. También se dan en el disquete listas de datos que se utilizan en algunos de los ejercicios y que sería tedioso introducir directamente a través del teclado.

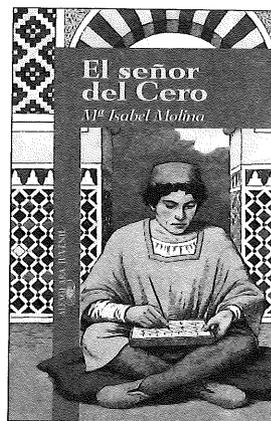
El sistema MAPLE V, además del repertorio extensísimo de comandos contenido en su núcleo y en la biblioteca compartida, ofrece las posibilidades propias de un lenguaje de programación, permitiendo al usuario la construcción de «procedimien-

tos». Muchos de estos procedimientos, contruidos por otros, están disponibles en «paquetes» que se añaden a la biblioteca compartida o incluso han sido incorporados a ella. En el libro que comentamos, ya en su capítulo 4, se puede aprender fácilmente como se construyen estos procedimientos y, a largo de todo él, se hace uso de este recurso cuando resulta conveniente.

Los autores del libro han desarrollado varios paquetes de procedimientos, de gran utilidad en ciertas áreas de las matemáticas, como son: Resolución de ecuaciones por diversos métodos específicos, Automatización de la discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales, Reducción de una matriz a la forma canónica de Jordán y ajuste de la matriz de paso, Aplicaciones lineales en el espacio euclídeo de dimensión 2, Isometrías, semejanzas, afinidades y proyecciones en 3 dimensiones, Geometría de la tortuga.

Al final del libro se incluye una tabla con todos los comandos mencionados en él, que son más de 600, para facilitar las consultas sobre su uso. Entre ellos están incluidos los propios de los paquetes desarrollados por los autores.

Julio Fernández Biarge



EL SEÑOR DEL CERO
Mª Isabel Molina
Col. Alfaguara Juvenil
Alfaguara
Madrid, 1996
ISBN: 84-204-4447-2
153 páginas

Esta breve novela está dirigida preferentemente al lector joven (a partir de 12 años), por su prosa clara y sencilla y su tono didáctico, completado

con un glosario de nombres propios y términos históricos.

Se narra la peripecia de José Ben Alvar, un joven mozárabe de la Córdoba califal del siglo X donde conviven las Tres Culturas. Su condición de cristiano no es obstáculo para que José se eduque en la Escuela del Califá,

donde destaca por su talento matemático, que le gana el apodo de Sidi Sifrn, «El Señor del Cero». Pero, víctima de envidias, debe huir del Califato hacia los condados catalanes de la Marca Hispánica, refugiándose en el Monasterio de Santa María de Ripoll. Allí, como en el resto de la Europa cristiana, todavía se usa el sistema de numeración romana y se desconoce el Álgebra. José se integra en la vida monástica, dedicándose a la traducción de la obra de Al-Kowarizmi que ha traído consigo. Desde la intolerancia y cerrazón religiosas, algunos juzgan que esos extraños símbolos (las cifras indo-árabes) que José utiliza son signos de herejes y que la gran rapidez de cálculo que permiten ha de deberse a conjuros diabólicos. Por segunda vez, José se verá en peligro, siendo su único «delito» el conocimiento.

Tras su lectura, la obra da pie a ricas sugerencias interdisciplinares para desarrollar con los estudiantes de Secundaria. Por una parte, desde las Matemáticas, la reflexión sobre el avance que supuso la numeración arábica sobre la romana, así como la resolución de algunos problemas (los que aparecen en la novela y otros clásicos similares) enunciados bajo la forma de poemas orientales. También permite adentrarse en una época de la historia de nuestro país cuyo brillo universal con frecuencia se olvida: el Califato de Córdoba, su refinamiento cultural y poder político. Y al mismo tiempo, en el significado e influencia de los monasterios en la Baja Edad Media, junto a las pugnas de los obispos y condes catalanes por independizarse de los francos del norte. Más allá de la novela, los escolares pueden investigar qué ocurría en su ciudad o en su región en aquel tiempo, a qué mundo cultural y religioso pertenecía, qué huellas han quedado. Muchas sorpresas pueden aguardarles. Aunque, sobre todo, es una obra que abre posibilidades en el terreno ineludible (por acción u omisión) de la educación en valores. Permite, al hilo de una historia lejana en el tiempo, abrir el pensamiento de los escolares sobre cuestiones que siguen hasta hoy vigentes: la intolerancia religiosa frente a la ciencia, la aleatoria condición del «extranjero», la necesidad del diálogo entre culturas, etc.

En definitiva, considero que es una lectura recomendable para nuestros alumnos y su uso didáctico por los profesores de las áreas implicadas puede producir valiosas experiencias. Afortunadamente abundan los títulos de divulgación y pasatiempos matemáticos, pero no así las obras literarias en que las Matemáticas se relacionan con la historia y la vida. Animo a que éstas se divulguen a través de las Recensiones de SUMA. Pueden ser de gran utilidad en nuestra tarea educativa.

José María Sorando



ACTAS DAS 'III XORNADAS DE MATEMÁTICA RECREATIVA'
Manuel Pazos Crespo (Ed.)
CEFOCOP da Coruña
Coruña, 1999
ISBN: 84-8416-954-5
444 páginas

En el indudable despertar de las Matemáticas recreativas en nuestro país (al menos entre una amplia minoría del profesorado) hay algunos eventos (y las personas que hay detrás) con una especial relevancia. Entre ellos, en un lugar destacado, hay que situar las Xornadas

de Matemática Recreativa que se celebran en A Coruña. Y ello porque con una infraestructura mínima pero con mucho trabajo, entusiasmo y dedicación, Manuel Pazos ('Coque' para los que tenemos la fortuna de ser sus amigos) pone en marcha a cientos de enseñantes de todo Galicia y durante tres días les propone una oferta variada, rica y motivadora de distintos aspectos de la matemática recreativa que se hace en los diferentes rincones del Estado español. Y no es tarea pequeña (aunque como en tantas otras ocasiones de mérito no siempre sea reconocida por los estamentos oficiales), y más en estos tiempos de tanto hastío entre los enseñantes, juntar a unos 750 asistentes (¡sólo de Galicia, además!) a los que se les ofrecen sesenta talleres, cuatro conferencias plenarias, diez y ocho comunicaciones, diez muestras..., y un enorme ambiente lúdico y de intercambio de experiencias. Por resumir, una suerte de megaferia del placer matemático, preparado y listo para llevar al trabajo diario en las aulas de los diferentes niveles primario y medio.

Aunque ese clima sea difícil de transmitir a la letra impresa, quedan bastantes efluvios del mismo en las Actas de esas III Xornadas celebradas en junio de 1998 y que ahora aparecen editadas. Más allá de la inevitable heterogeneidad de una publicación de este tipo, recogen un interesante abanico de sugerentes propuestas aplicables a nuestras clases, en la que seguro que encontramos algunas con las que conectamos..., y podemos lograr que nuestros alumnos también lo hagan. Un buen filón del que sacar ideas para hacer que el próximo año,

en que se conmemora el Año Internacional de la Matemáticas, sea inolvidable para nuestros alumnos. ¡Ánimo Coque, y a por las IV Jornadas!

Fernando Corbalán

**JUEGOS Y MATERIALES
MANIPULATIVOS COMO
DINAMIZADORES
DEL APRENDIZAJE
EN MATEMÁTICAS**

C. Sánchez Pesquero

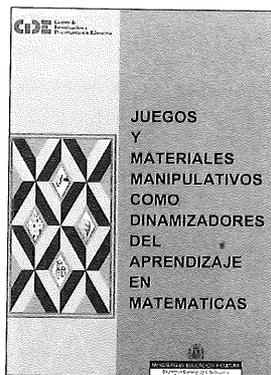
L.M. Casas García

**CIDE/Servicio de Publicaciones
del MEC**

Madrid, 1998

ISBN: 84-369-3151-3

301 páginas



Este Informe que reseñamos corresponde a un Proyecto de Innovación subvencionado por el MEC en el curso 1996/97 y llevado a cabo en dos colegios públicos de Badajoz, desde los niveles de Educación Infantil hasta el primer ciclo de la ESO. Su título responde fielmente al contenido del trabajo realizado, cuyo objetivo era «la búsqueda de caminos alternativos» para una mejor enseñanza de las Matemáticas mediante materiales elaborados por los participantes, «tomando como punto básico el juego, al considerar al mismo como elemento motivador para un posterior estudio de las mismas».

En la Introducción sitúan los conceptos de juego, de matemáticas y sus interacciones, y constatan que los juegos «pueden servir para desarrollar los contenidos conceptuales de las Matemáticas, [...] Pero nos parece que donde los juegos rinden todo su valor es a la hora de desarrollar los llamados contenidos procedimentales y actitudinales». Tras referirse a las formas de utilización de los juegos, no sólo hablan de las innegables ventajas que suponen, sino que también tratan de las dificultades de utilización de los mismos (problemas organizativos «espacios para llevarlos a cabo, ruido,...», las dificultades materiales para tener juegos en cantidad suficiente «en el presente trabajo ofrecemos alternativas para la fabricación de juegos con material de bajo coste» y también la inseguridad del profesorado a la hora de utilizarlos en clase), y en particular señalan lo poco apropiados que son los materiales comercializados (sirven para una sola cosa, son caros,...). Por eso su alternativa es la fabricación por los propios alumnos de los materiales que deben utilizar, puesto que ya hasta el propio proceso de elaboración es educativo. Desde luego que es una posibilidad utilizable en los casos en que el profesorado está motivado y transmite ese mismo ánimo a sus alumnos, pero no cabe duda que no es de fácil generalización. Y por eso pienso que sería interesante (urgente

quizás) que desde las (múltiples) administraciones educativas y también desde las Asociaciones de Profesores de Matemáticas (o de la Federación) se tomaran cartas en el asunto de fabricar líneas de materiales manipulativos asequibles y generalizables.

En este Informe se presenta una variada gama de posibilidades de materiales, como se puede ver con la simple enunciación de los capítulos de actividades (bloques lógicos, juegos de fichas, juegos de tableros, palillos, papel trama, poliminós, rompecabezas, pajitas de refrescos, tangrams, teselados y trioker). Ninguno de ellos especialmente novedoso (ni hace falta, hay que olvidar esa falsa idea tan extendida de que una enseñanza personal requiere inventar desde la nada textos, materiales, juegos,..., que más de un profesor utiliza como excusa para no hacer demasiadas cosas aparte de seguir el libro de texto), pero todas ellas bien estructuradas y presentadas, lo que indica que fueron bien trabajadas en clase. Y como consecuencia de ello son de fácil traslado a nuestras clases con pocos (o ningún) cambios. Si hubiera que destacar alguno me inclinaría por los rompecabezas y los teselados. Asimismo hay una interesante bibliografía sobre el tema, compuesta por libros accesibles y la mayoría de ellos se pueden encontrar en las librerías.

En cuanto a las conclusiones es preciso destacar que les sucedió lo que se suele siempre constatar cuando se hace una enseñanza manipulativa, que «los alumnos han trabajado las Matemáticas desde otro enfoque diferente al tradicional, sintiéndose felices en clase e interesándose por las mismas». Y que además «el Proyecto ha supuesto un trabajo muy enriquecedor tanto para alumnos como para profesores».

En resumen, una publicación interesante que da cuenta de un buen trabajo, que supone un paso más en la normalización de propuestas de aprendizaje de las matemáticas en la que los propios alumnos participan activamente y de la que se pueden extraer variadas posibilidades de introducción de materiales manipulativos en las clases de cada día.

Fernando Corbalán