SUMA 31
junio 1999, pp. 19-26

El papel de los esquemas en la resolución de problemas de enunciado verbal*

Pearla Nesher

En el artículo se pretende demostrar que la capacidad para resolver problemas de matemáticas depende de los niveles de esquemas y de las estructuras que tienen los chicos y chicas. Se sugiere que si los profesores son conscientes de los esquemas necesarios para asentar cada nivel de aprendizaje y presentan los problemas a los alumnos de la forma más general posible, eso facilitará la resolución.

ME GUSTARÍA hablar del papel de los esquemas en general y demostrar cómo pueden ayudar en el aprendizaje de los problemas aritméticos de enunciado verbal. Las definiciones incluidas en el artículo fueron elaboradas por Fischbein (1997) y se basan en la noción de esquema de Piaget.

Rumelhart escribió «...con toda seguridad, los esquemas son los bloques con los que se construye la cognición. Son los elementos fundamentales de los que depende todo el procesamiento de la información. Los esquemas se emplean en el proceso de interpretación de los datos sensoriales (tanto de los lingüísticos como de los no lingüísticos), en la determinación de objetivos y subobjetivos y en la dirección del flujo de procesamiento del sistema» (Rumelhart, 1980, pp 33-34).

Fischbein opina que un esquema también es una estrategia para resolver una cierta clase de problemas. Acentúa el aspecto conductual de los esquemas: para él, son un plan de acción. Tenemos un ejemplo sencillo: la apertura de una puerta con su manilla, es decir, el esquema consiste en saber que debemos bajar la manilla y empujar la puerta o tirar de ella. No le damos importancia ya que para nosotros es una acción instintiva, pero cuando nos encontramos frente a otro sistema que no reconocemos, como me ocurrió en los trenes españoles, (pulsar el botón verde para abrir la puerta...) debemos construir un nuevo esquema de acción.

A continuación me referiré al papel de los esquemas en la resolución de problemas de enunciado verbal.

En particular quisiera resaltar la presencia cada vez mayor de los esquemas como ayuda para resolver problemas de matemáticas. Me referiré a los esquemas aditivos pero se podría aplicar también a otros más avanzados. En primer lugar quisiera demostrar que las dificultades de los alumnos cuando se enfrentan a la resolución de problemas de enunciado verbal son de carácter cognitivo y de alguna manera universales.

* Conferencia leída en Tarragona el 12 de febrero de 1998, con motivo del proyecto TIEM98 patrocinado por el Centre de Recerca Matemàtica, Institut d'Estudis Catalans.

Traducción: Julio Sancho

ARTÍCULOS

Nombre de la categoría	Características	Ejemplo
1. Combinación	Implica relación estática entre conjuntos. Se pregunta sobre el conjunto unión o sobre uno de los dos subconjuntos disjuntos.	*Hay 3 chicos y 4 chicas. ¿Cuántos son entre todos juntos?*
2. Cambio	Describen incrementos o disminuciones en un estado inicial para producir un estado final.	*Juan tiene 6 canicas. Pierde 2 de ellas. ¿Cuántas canicas tiene Juan ahora?*
3. Comparación	Implica comparación estática entre dos conjuntos. Se pregunta sobre el conjunto diferencia o sobre uno de los conjuntos cuya diferencia se conoce.	*Tomás tiene 6 canicas y José tiene 4. ¿Cuántas canicas más tiene Tomas que José?*

Tabla I. Las tres categorías semánticas generales de problemas de adición y sustracción

Los investigadores han comenzado a estudiar qué hay detrás de las grandes dificultades a las que se enfrentan los alumnos. En un primer momento los investigadores (Carpenter, Moser y Romberg, 1982; De Corte y Verschaffel, 1981; Kintsch, Kozminsky, Streby, Mckoon y Keenan, 1975; Nesher y Katriel, 1977; Nesher y Teubal, 1975; Riley, 1983; Riley y Greeno, 1988; Vergnaud, 1988) establecieron distinciones entre los diferentes problemas aditivos y los agruparon en tres categorías principales: la investigación se hizo en varios países y en todos ellos se coincidió en la misma categorización de los problemas de enunciado verbal. La tabla I presenta estas tres categorías.

Título	Descripción general	Porcentaje de éxito (%)
Combinación 1	Pregunta sobre el conjunto unión (total)	79-86
Combinación2	Pregunta sobre un subconjunto (parte)	46-52
Cambio 1	Aumento, pregunta sobre el conjunto final	79-82
Cambio 2	Disminución, pregunta sobre el conjunto final	72-75
Cambio 3	Aumento, pregunta acerca del cambio	62-72
Cambio 4	Disminución, pregunta acerca del cambio	75-77
Cambio 5	Aumento, pregunta sobre el conjunto inicial	28-48
Cambio 6	Disminución, pregunta sobre el conjunto inicial	39-49
Comparación 1	Usando «más», pregunta sobre el conjunto diferencia	76-85
Comparación 2	Usando «menos». pregunta sobre el conjunto diferencia	66-75
Comparación 3	Usando «más», pregunta sobre lo «comparado»	65-80
Comparación 4	Usando «menos», pregunta sobre lo «comparado»	66-81
Comparación 5	Usando «más», pregunta sobre el referente	43-60
Comparación 6	Usando «menos», pregunta sobre el referente	35-54

Tabla II. 14 tipos de problema de enunciado verbal de adición y sustracción (categorías semánticas y posición del término desconocido)

Investigaciones adicionales sobre el nivel de dificultad en cada tipo han conducido a una distinción más sutil entre los problemas de cada categoría que se presenta en la Tabla II.

Como se puede observar, cada uno de los 14 problemas presenta un diferente nivel de dificultad. Los problemas de Cambio 5 y 6, en los que se dan el conjunto final y el cambio y el conjunto inicial es el desconocido, son los más difíciles en todos los niveles.

Como en el caso de los problemas de Cambio, la dificultad de los problemas de Combinación y Comparación también varía dependiendo de lo que es desconocido. Los problemas de Combinación 2, por ejemplo, son significativamente más difíciles que los de Combinación 1. Los problemas de Comparación en los que el referente es desconocido son más difíciles que cualquier otro problema de Comparación.

Los inicios

Cuando los niños empiezan a describir el mundo con números, forman la noción de conjunto (Fuson, 1992; Greeno, 1978; Nesher, Greeno y Riley, 1982*b*). Su primer paso matemático será contar objetos. Cuando el niño comienzan la escuela podemos admitir que tiene ya los siguientes esquemas:

En el Nivel 1: El niño ya ha construido los esquemas para contar (*predicativos* y *cardinalidad*) y puede identificar conjuntos a partir de diversas descripciones verbales (nombres de conceptos, localizaciones, situación temporal, posesiones, etc.): esto incluye la capacidad para hacer operaciones simples como añadir o eliminar objetos de los conjuntos y entender que cambia el número de objetos del conjunto. La competencia aritmética consiste en contar y encontrar el cardinal de un conjunto dado (Nesher y otros, 1982*b*). Con este tipo de esquemas, pueden resolver diversos tipos de problemas, contandolo todo, y siempre desde el principio.

En el Nivel 2: El niño es capaz de *encadenar* acontecimientos por causa y efecto y anticipar resultados de acciones descritas en lenguaje ordinario. Decimos que ha construido el *esquema de cambio*. En aritmética, las operaciones "+" y "–" son distintas, no relacionadas y el signo "=" se entiende como una señal para ejecutar un procedimiento. Está subyacente el esquema de cambio.

En el Nivel 3: El niño es capaz de formar un *esquema parte-parte-todo*, que puede usarse para representar relaciones entre conjuntos en las que se desconoce el cardinal de uno de ellos que está definido por comprensión (predicados). Un conjunto puede también definirse mediante comparaciones relativas. Los esquemas en este nivel están relacionados con la comprensión de la inclusión.

En aritmética, en este nivel, la estructura aditiva es reversible e incluye el signo "=" para denotar una relación de equivalencia. Obsérvese que el esquema parte-parte-todo en el nivel 3 es reversible e incorpora además la relación aditiva, que ahora incluye las operaciones "+" y "–" como operaciones inversas que operan sobre la misma estructura.

En el Nivel 4: El niño puede usar el esquema reversible para relaciones no simétricas ((lo que ya se había iniciado en el nivel 2). Puede manejar descripciones direccionales, (ordenadas, por ejemplo «más» o «menos») de una forma más flexible. La artimética, en este nivel, incluye la capacidad de establecer desigualdades y la capacidad de igualar desigualdades mediante sumas o restas.

En la descripción de los anteriores niveles de desarrollo suponemos que, al menos, están involucradas dos tipos distintos de estructuras de conocimiento:

...el crecimeinto lógico-matemático del chico no puede entenderse divorciado de su experiencia con objetos físicos.

a) el conocimiento del mundo que tiene el niño, y

b) su conocimiento de las estructuras lógico matemáticas.

Las fuentes de estas dos estructuras del conocimiento, tal como indicó Piaget (1971, 1976), no son las mismas. Desde luego, el crecimeinto lógico-matemático del chico no puede entenderse divorciado de su experiencia con objetos físicos. No obstante, el mecanismo de este crecimiento es diferente como se indica en las referencias de Piaget a la «abstracción simple» y a la «abstracción reflexiva» (Piaget, 1968; Piaget, 1971 (1967); Piaget e Inhelder, 1969).

Comprensión de los niveles de actuación en la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal

En la sección anterior hemos hecho un bosquejo de los tipos generales de conocimiento que suponemos subyacen a la resolución de problemas aritméticos. Ahora nos fijaremos en los descubrimientos empíricos y mostraremos cómo se pueden entender a la luz de los niveles de desarrollo anteriores. La Tabla III presenta este desarrollo en dos ámbitos diferentes: el conocimiento empírico del mundo y el conocimiento lógico-matemático.

Nivel	*Conocimiento empírico*	*Operaciones matemáticas*
1 Recuentos	Se refiere a conjuntos, a añadir y quitar elementos a conjuntos. Comprensión de «poner», «dar», «tomar», etc. que denotan cambio en la localización o posesión.	Capacidad para contar y encontrar el cardinal de un conjunto. Ordenación de números $2<5<8$
2 Cambio	Capacidad de encadenar acontecimientos por causa y efecto. Se refiere a la cantidad de cambio. Comprensión de una secuencia de acontecimientos ordenados en el tiempo de forma no reversible.	Comprensión de la suma y resta como procedimientos. "+" y "-" son distintas $a + b \rightarrow c$ $a - b \rightarrow c$
3 Parte-Parte-Todo	Se dispone de un esquema reversible y puede usarse para encontrar la parte desconocida en una secuencia de acontecimientos. Comprensión de la relación de inclusión.	Comprensión de la relación entre tres números en una ecuación ("="). Conexión entre suma y resta: si $a+b=c$ entonces $c-b=a$ y $c-a=b$
4 Relaciones direccionales	Reversibilidad de relaciones no simétricas. Habilidad para manejar descripciones direccionales (más/menos) y cuantificar una relación (comparación relativa).	Capacidad para manejar la desigualdad y su relación con la igualdad, igualandola por adición o sustracción: si $a>b$ entonces $a-c=b$ y $b+c=a$

Tabla III. Aspectos del desarrollo

Explicaremos cómo funcionan de forma coordinada. En referencia a la Tabla III, el nivel 1 se define por la capacidad para representar y operar en conjuntos sencillos. El conocimiento que puede aprovecharse para representar información sobre conjuntos incluye esquemas para identificar conjuntos y la capacidad para representar el cardinal de un conjunto (Riley, 1983; Riley y Greeno, 1988).

Estos esquemas son suficientes para resolver problemas de Cambio 1 y 2 y Combinación 1. Éstos comparten dos características principales:

(1) La estrategia requerida para resolver el problema puede seleccionarse a partir de información parcial y local, y

(2) la solución se puede obtener directamente contando lo elementos del conjunto en el momento en que se hace la pregunta.

Por ejemplo, consideremos como en el nivel 1 un niño puede resolver un problema de Combinación 1:

José tiene 3 canicas.

Tomás tiene 5 canicas.

¿Cuántas canicas tienen entre José y Tomás?

La comprensión de la primera frase requiere que el niño use su conocimiento del verbo posesivo «tener» para representar el conjunto de canicas que tiene José. A partir de ahí, el niño selecciona una manera de representarlo y cuenta un conjunto de tres objetos. Este procedimeinto se repite para la segunda frase. Para dar la respuesta, el niño sólo necesita contar el conjunto reunión. Así, resolver una situación de Combinación 1 supone tres acciones aisladas de recuento de conjuntos bien definidos.

De forma análoga, los problemas de Cambio 1 y 2 pueden resolverse a partir de características locales del problema que especifican acciones de recuento aisladas.

Por ejemplo, consideremos el siguiente problema de Cambio 1:

José tiene 3 canicas.

Entonces Tomás le da 5 canicas más.

¿Cuántas canicas tiene José ahora?

La primera frase de este problema es idéntica a la primera del ejemplo anterior. La segunda frase requiere que el niño, antes de nada, entienda que el verbo «dar» se refiere en este caso a incrementar el conjunto inicial en un número apropiado de canicas. La respuesta, de nuevo ,supone contar los elementos del conjunto descrito por la pregunta. Contándolos todos como una tarea separada de las otras.

El conocimiento que puede aprovecharse para representar información sobre conjuntos incluye esquemas para identificar conjuntos y la capacidad para representar el cardinal de un conjunto.

En contraste, consideremos lo que ocurre cuando la solución no puede determinarse sólo por referencia a la posesión final, como en el caso del Cambio 3:

José tiene tres canicas.

Tomás le da algunas canicas más.

Ahora José tiene 8 canicas.

¿Cuántas canicas la ha dado Tomás a José?

Resolver este problema supone contar el conjunto inicial de 3 canicas, a continuación añadirle 5 canicas en respuesta a la frase «Ahora José tiene 8 canicas». En este punto, la representación del problema, de un niño en el nivel 1, es simplemente el conjunto final de canicas que tiene José. O bien el conjunto de las canicas agrupadas. Así que cuando se pregunta «¿Cuántas canicas ha dado Tomas a José?» el niño responde «ocho» u «once» y no la respuesta correcta, «cinco».

Así que nuestro análisis no sólo explica cómo los niños en el nivel 1 resuelven ciertos problemas con éxito, sino que también por qué en ese nivel fallan al resolver otros problemas que requieren la capacidad de encadenar acontecimientos (como en el caso de los problemas de Cambio 3). Este es el conocimiento que atribuimos a los niños en el nivel 2. Discutiré ahora, con detalle, los otros niveles que aparecen en la tabla. El lector interesado puede buscar más información en Nesher y otros (1982*b*).

La capacidad para resolver problemas como los de Cambio 5 o Cambio 6 en el nivel 3 introduce una de las más poderosas predicciones de nuestro modelo teórico. En estos problemas, los esquemas semáticos que se originan, a través de la experiencia del niño con el lenguaje ordinario, *contradicen* la semántica recientemente aprendida de la suma y resta ("+" y "–"). Por ejemplo, consideremos un problema del tipo Cambio 5:

Daniel tiene algunas canicas.

Encuentra 5 canicas más.

Ahora tiene 8 canicas.

¿Cuántas canicas tenía al principio?

La experiencia del niño con el lenguaje natural le induce a sumar («encontrar» significa «sumar»). Que escoja restar (para llegar a la solución correcta) puede conseguirse sólo si la semantica del lenguaje natural y del lenguaje matemático están diferenciadas como sistemas autónomos, de manera que cada una de ellas pueda, además, desarrollarse para alcanzar la coordinación necesaria entre los dos sistemas. Resolver problemas de Cambio 5 supone interpretar el «estado inicial», el «cambio» y el «estado final» del problema anterior de una forma no temporal sino como una relación parte-parte-todo. De manera que si se conoce una parte y el total, la segunda parte se encuentra restando.

Así que, en este nivel, el niño es capaz de establecer conexiones entre su conocimiento del lenguaje natural y su conocimiento matemático, no sobre la base de señales linguisticas aisladas, sino más bien a partir de la comprensión de la semántica subyacente en ambos lenguajes. Ahora es capaz de imponer la estructura lógico-matemática, que es reversible e independiente del tiempo en una situación secuenciada temporalmente descrita en lenguaje natural.

En resumen, nuestra hipótesis respecto a los niveles de desarrollo explica qué tipo de problemas puede resolver un niño en un determinado nivel. Esto se resume en la Tabla IV.

Estructuras matemáticas más complejas

Una vez el niño ha alcanzado el esquema parte-parte-todo, ya ha adquirido una estructura matemática aditiva autónoma que puede servir en todos los contextos en los que se necesita sumar o restar. Esta estructura puede representarse en un diagrama que consiste en tres componentes relacionados (Figura 1). Nótese que, aunque uno de los componentes sea incompleto (o insaturado, es decir, que tiene sólo la descripción del conjunto pero no su cardinal), se puede asignar a cada componente un papel en la relación aditiva (estructura). En el diagrama, las dos cajas superiores representan subconjuntos, mientras que la caja inferior representa la unión de los dos subconjuntos.

...nuestra hipótesis respecto a los niveles de desarrollo explica qué tipo de problemas puede resolver un niño en un determinado nivel.

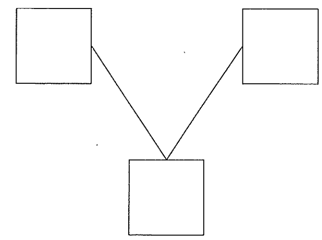

Figura 1: Esquema parte-parte-todo

Considerando el anterior esquema como un objeto matemático se pueden construir jerarquías matemáticas superiores que pueden servir como esquemas para situaciones más complejas.

Por ejemplo, en la figura 2 se presentan esquemas que muestran las posibles situaciones para problemas de dos pasos.

Tipo de problema	*Nivel 1*	*Nivel 2*	*Nivel 3*	*Nivel 4*
Combinación 1	X			
Combinación 2			X	
Cambio 1	X			
Cambio 2	X			
Cambio 3		X		
Cambio 4		X*		
Cambio 5			X	
Cambio 6			X	
Comparación 1			X	
Comparación 2			X	
Comparación 3			X	
Comparación 4			X	
Comparación 5				X
Comparación 6				X

Tabla IV

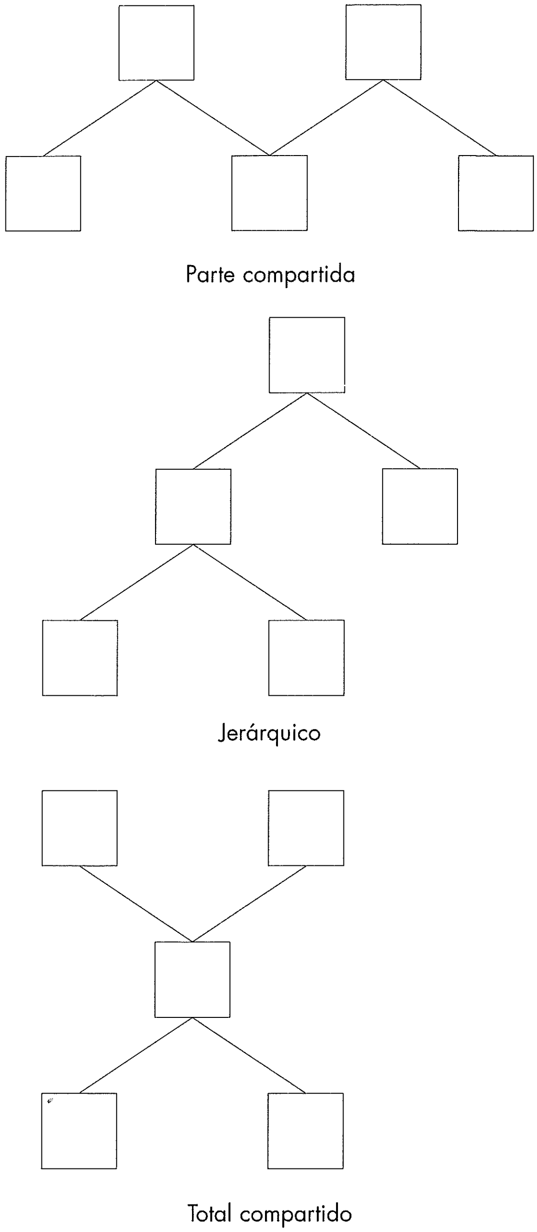

Figura 2. Esquemas más complicados para problemas de dos fases

El hecho de que los esquemas que se usan en matemáticas son un número limitado, aunque corresponden a muchas situaciones en las que pueden aplicarse, debería conducirnos a enseñar las matemáticas vía los esquemas generales.

Vamos a describir ahora algunas situaciones que se pueden modelar con los esquemas anteriores.

Situación I

Consideremos, por ejemplo, los problemas siguientes:

Problema 1: Un total de 35 flores se distribuyen en 7 floreros. En cada florero hay 3 tulipanes y el resto son rosas. ¿Cuántas rosas hay en cada florero?

Problema 2: Un total de 35 flores se distribuyen en floreros. En cada uno de ellos hay 3 tulipanes y 4 rosas. ¿Cuántos floreros hay?

Problema 3: Se ditribuyen flores en 7 floreros. En cada uno de ellos hay 3 tulipanes y 4 rosas. ¿Cuántas flores hay entre todos los floreros?

Problema 4: Un total de 35 flores se distribuyen en 7 floreros. En cada uno de ellos hay 4 rosas y el resto son tulipanes. ¿Cuántos tulipanes hay en cada florero?

Cada uno de los problemas anteriores tiene la misma estructura. Es la misma situación, pero se pregunta cada vez sobre un componente distinto. Lo representa la siguiente figura:

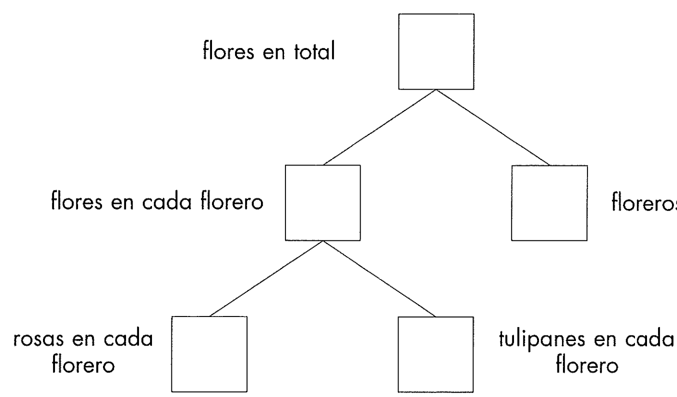

Figura 3. Esquema de la Situación 1

Esta era una situación descrita mediante un esquema *jerárquico*. A continuación describimos una situación mediante un esquema de *total compartido.*

Situación II

Ilustra el esquema de *parte compartida*.

En la clase hay 30 niños. 12 de ellos son chicos y el resto son chicas. Se dividen en 5 grupos iguales. ¿Cuántos niños hay en cada grupo?

Situación III

Que ilustra el caso del esquema de *parte compartida*:

> 17 niños fueron a una fiesta. 12 eran chicos y el resto chicas. Al final de la fiesta, se repartieron 15 flores entre las chicas. Cada una de ellas recibió la misma cantidad de flores. ¿Cuántas flores recibió cada chica?

Desde luego, a partir de las situaciones II y III pueden elaborarse otros problemas, de la mism forma que se ha detallado en la situación I. Todas las situaciones anteriores comparten algunas caracteísticas comunes, que pueden ser enfatizadas cuando se enseña este tipo de problemas.

Esquemas generales y problemas abiertos

Enseñar a través de los esquemas significa enseñar mediante los casos más generales. Presentaré dos problemas diferentes como ejemplo.

> *Problema 1*
>
> Raul visitó una granja. Vio vacas y pollos. No recuerda cuántos vio pero sí se acuerda de que el guía le contó que entre todos ellos había 100 patas. ¿Cuántos vacas y cuántos pollos había allí?

Desde luego, hay más de una respuesta a esta pregunta. Se podrían acertar una o dos soluciones, aunque el proceso interesante es conocer todas la posibles respuestas y también contestar otras cuestiones como:

1) ¿Es posible que haya el mismo número de patas de pollo que de vaca?
2) ¿Es posible que haya el mismo número de cabezas de pollo que de vaca?
3) ¿Es posible que haya un número impar de pollos?
4) ¿Cuál es el mínimo número de pollos, si hay de los dos tipo de animales en la granja? ¿Y el máximo?
5) ¿Cuáles son las posibilidades si hay más vacas que pollos?
6) Haz tus propias preguntas...

Si se tiene un esquema general para este tipo de problemas, se pueden comprender fácilmente todas las posibles alternativas y responder a muchas preguntas.

> *Problema 2*
>
> Dos coches salen de Barcelona para visitar otra ciudad. El coche B salió 3 horas después que el coche A.

1) ¿Pueden coincidir en su viaje? ¿Bajo qué condiciones?
2) ¿Dónde se encontrarán?
3) ¿A qué distancia de Barcelona se encontrarán?
4) ¿Cuál sería la descripción de dos coches viajando uno al encuentro del otro?
5) Haz tus propias preguntas...

De la misma forma se puede construir un esquema general para coches que viajan en direcciones opuestas y coinciden en algún momento de su viaje, y pueden usarse los mismos esquemas en otros contextos como el trabajo, voltaje, etc.

Una vez se ha generado un esquema para estos problemas se puede ver que los problemas de los libros de texto es, tan sólo, un caso entre otros muchos, que los casos particulares no son importantes, que lo que cuenta es el esquema general.

...la capacidad para resolver problemas de matemáticas depende del nivel de los esquemas y de las estructuras de que disponen los niños y que éstos cambian con el transcurso del tiempo y del aprendizaje. Los alumnos pueden beneficiarse más si somos conscientes de los esquemas necesarios en cada nivel de aprendizaje y presentamos los problemas en su forma más general.

Algunas conclusiones

He tratado de demostrar que la capacidad para resolver problemas de matemáticas depende del nivel de los esquemas y de las estructuras de que disponen los niños y que estos cambian con el transcurso del tiempo y el aprendizaje. Los alumnos pueden beneficiarse más si somos conscientes de los esquemas necesarios en cada nivel de aprendizaje y presentamos los problemas en su forma más general.

Bibliografía

CARPENTER, T. P., M. J. MOSER y T. ROMBERG (Eds.) (1982): *Addition and Subtraction: A Cognitive Aproach*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ.

DE CORTE, E. y L. VERSCHAFFEL (1981): «Children's Solution Processes in Elementary Arithmetic Problems: Analysis and Improvment». *Journal of Educational Psychlogy*, 73(6), 765 -779.

FISCHBEIN, E. (1997): *The Concept of Schema and its Relevance for the Education of Mathematics Teachers.* (draft).

FUSON, K. (Ed.) (1992): *Research on Whole Number Addition and Subtraction*, Macmillan, New York.

GREENO, J. G. (1978): «Understanding and Procedural Knowledge in Mathematics Instruction», *Educational Psychologist*, 12(3), 262 - 283.

INHELDER, B., H. SINCLAIR y M. BOVET (1974): *Leaming and the Development of Cognition*, Harvard University Press, Cambridge, MA.

KINTSCH, W. y otros (1975): «Comprehension and Recall of Text as a Function of Content Variables», *Joumal of Verbal Leaming and Verbal Behavior*, 14(2), 196-214.

NESHER, P., J. J. GREENO y M. S. RILEY (1982*b*): «The Development of Semantic Categories for Addition and Subtraction», *Educational Studies in Mathematics*, 13, 373-394.

NESHER, P. y T. KATRIEL (1977): «A Semantic Analysis of Addition and Subtraction Word Problems in Arithmetic»., *Educational Studies in Mathematics*, 8, 251-269.

NESHER, P., y TEUBAL, E. (1975). «Verbal Cues as an Interfering Factor in Verbal Problem Solving». Educational Studies in Mathematics. 6, 41-51.

PIAGET, J. (1968): «Quantification, Conservation, and Nativism»., *Science*, 162, 976-981.

PIAGET, J. (1971 (1967)): *Biology and Knowledge* (B. Walsh, Trans.), The University of Chicago Press, Chicago.

Pearla Nesher
Universidad de Haifa.
Israel

PIAGET, J. (1985): *The Equilibrium of Cognitive Structures*, University of Chicago Press, Chicago.

PIAGET, J. y B. INHELDER (1969): *The Psychology of the Child*, Basic Books, New York.

RILEY, M. S., J. G. GREENO y J. I. HELLER (Ed.) (1983): *Development of Children's Problem Solving Ability in Arithmetic*, Academic Press, New York.

RILEY, M. S. y J. G. GREENO (1988): «Developmental Analysys of Understanding Language about Quantities and of Solving Problems», *Cognition and Instruction*, 5(1), 49-101.

RUMELHART, D. E. (1980): «Schemata: The Building Blocks of Cognition», en R. T. Spiro, B. C. Bruce y W. F. Brewer (Eds.), *Theoretical Issues in Reading Comprehension*, Erlbaum, Hillsdale, NJ.

VERGNAUD, G. (1988): «Multiplicative Structures», en R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes*, Academic Press, New York.

Plaza de España.
Roma

Foto: Luis Balbuena