

SUMA 30

febrero 1999, pp. 89-96

Geometría en la ciudad: un recorrido matemático por Zaragoza

José María Sorando Muzas

LA PRÁCTICA docente más habitual en las clases de Matemáticas en ESO consiste en el desarrollo lineal de los temas previstos para cada curso siguiendo, casi siempre, esta secuencia: Aritmética, Álgebra, Geometría, Funciones, Estadística y Azar (si se llega...). No es ésta la única opción didáctica posible (me remito a los artículos publicados en SUMA), y no entraré en considerar si es la más aconsejable, pero desde luego es la más extendida.

Se justifica comenzar con Aritmética y Álgebra considerando que serán necesarias para los cálculos, planteamientos y desarrollos que surgirán en los temas posteriores. Su enseñanza y aprendizaje rara vez se apoyan en otros recursos metodológicos que los tradicionales: explicaciones en pizarra y libro, tomas de apuntes y ejercicios en la pizarra y el cuaderno. A veces se plantean problemas, que ofrecen la posibilidad de una verdadera búsqueda, no ya la simple repetición, pero su resolución se desenvuelve en el mismo circuito: pizarra y cuaderno.

Aunque los enunciados de esos ejercicios y problemas se refieran a hechos de la vida cotidiana, para muchos alumnos no dejan de ser abstracciones que, por ser planteadas y resueltas siempre en el ámbito académico, difícilmente relacionan con su mundo. En tal caso, cuando se aproxima la primera evaluación se desvanecen los buenos propósitos del comienzo de curso y los deseos de aprender ceden ante las estrategias de supervivencia escolar.

Nuevas oportunidades con la Geometría

En el 2.º trimestre, antes o después, suele aparecer la Geometría y con ella se nos ofrecen nuevas posibilidades. Es posible la manipulación de materiales didácticos: espejos, centicubos, mosaicos, construcciones poliédricas, etc.

En esta experiencia, realizada con escolares de 3.º ESO, se les ha propuesto identificar cuerpos y diseños geométricos presentes en el paisaje urbano, clasificarlos y resolver problemas a partir de ellos, conocer hechos y anécdotas vinculados a cada lugar, así como practicar la fotografía, todo ello trabajando en equipo; en suma, un aprendizaje interdisciplinar donde el aula es la ciudad. Los buenos resultados obtenidos alientan para su repetición en nuevos recorridos matemáticos.

**IDEAS
Y
RECURSOS**

Y también es posible el aprendizaje con objetos y en contextos «reales»: simetrías en logotipos publicitarios, propiedades de las formas y optimización en los envases, semejanza en los planos de nuestra casa o del instituto, trigonometría en el paisaje y edificios de nuestro barrio, etc.

Hacer uso de estas posibilidades en cierto modo «rompe» con la ortodoxia o rutina académica anterior. Los propios profesores saludan con ironía al profesor de Matemáticas que, en ausencia de un aula-materia, recorre los pasillos cargado de poliedros, cartulinas y otros cachivaches inusuales o que despliega a sus alumnos por el patio para que midan ángulos y distancias. Y también algunos alumnos acogen estas novedades como algo anecdótico (hasta que comprueban que también son objeto de evaluación).

Pero el principal cambio se produce en la percepción de los alumnos hacia la asignatura. Diríase que se les ha cambiado el terreno de juego y ahora algunos que anteriormente se desenvolvían con desgana se sienten más motivados y, en consecuencia, más hábiles. También se da en algún caso la situación inversa (el desconcierto del «alumno aplicado» ante las novedades) pero la aceptación es rápida. La clase se revitaliza.

Si tras la manipulación y la experimentación se realiza la reflexión, individual y en grupo, sobre lo aprendido así como su abstracción y formalización, se integrarán los nuevos conocimientos con aquellas Matemáticas más «áridas» del comienzo de curso. Es tarea del profesor conducir este proceso para que los alumnos no perciban partes totalmente separadas dentro de la misma asignatura y tampoco asocien importancia con seriedad, banalidad con diversión.

Estos planteamientos pueden ser desarrollados y afianzados en los siguientes temas (Funciones, Azar y Estadística) que ofrecen buenas posibilidades para compaginar la experimentación y la manipulación con el cálculo y la abstracción.

Cómo surgió la idea

Entre logros y tropiezos, así se iban desarrollando mis clases en 3.º ESO cuando llegó al instituto la convocatoria del «Concurso de fotografía matemática Andaluza» que es convocado cada año por el IES Andaluza de Zaragoza y va dirigido a los estudiantes de Secundaria de la Comunidad Autónoma de Aragón.

Informé del concurso a mis alumnos, animándoles a participar. Su reacción fué de sorpresa: «¿Fotografías matemáticas? ¿Qué es eso?». Tuve que mostrarles algunas fotos realizadas por mí, para que vieran que era posible esa extraña combinación. Tras lo cual les pregunté: «¿Conocéis algún lugar de la ciudad donde sea posible realizar algu-

na fotografía matemática?... nuevo engimamiento de hombros.

Había que ponérselo aún más fácil, con un ejemplo: «¿En qué lugar de Zaragoza habéis visto, juntas, una esfera y tres pirámides de gran tamaño?... ni idea. Esto ya era demasiado, pues tal lugar es muy transitado, casi a la puerta de unos grandes almacenes de todos conocidos. Conclusión: estos chicos no conocen su ciudad o la miran sin ver. Así que, atando todos los cabos anteriores, urdí las actividades que a continuación se describen.

Planteamiento de las actividades

Se entregó a los alumnos la hoja adjunta («Geometría en tu ciudad») en la que se les informaba sobre el sentido, el contenido y las condiciones de realización de las actividades. Cuando, tras su lectura, un grupo de alumnos solicitaba participar, se les entregaba otras cuatro hojas (también se adjuntan) en las que se les planteaban los objetivos que había que localizar y las pruebas en cada uno de ellos. Añadiré algunos comentarios a las mismas:

- Se plantean diez objetivos o lugares que hay que visitar, situados en cuatro plazas muy conocidas de la ciudad, fácilmente accesibles desde el barrio donde viven los alumnos, a pie o con transporte público. Se renunció a otros objetivos posibles que, aunque interesantes, estaban peor comunicados.
- La presentación de cada objetivo mediante un sencillo acertijo no añade apenas dificultad, pero sí un pequeño matiz investigador y aventurero.
- Las pruebas que se deben realizar en cada objetivo incluyen siempre: hacer una fotografía, que constituye la prueba de que el objetivo fue alcanzado, una cuestión sobre conocimiento de la ciudad y un problema matemático. Son pruebas

*Si tras
la manipulación
y la
experimentación
se realiza
la reflexión,
individual
y en grupo,
sobre lo aprendido
así como
su abstracción
y formalización,
se integrarán
los nuevos
conocimientos
con aquellas
Matemáticas
más «áridas»...*

accesibles para todos los grupos aunque, según se vio, no para todos los alumnos. Se pretende proponer un trabajo que estimule a la participación porque se perciba como posible y sea realizable, contando con las aportaciones de cada uno.

- En esta ocasión apenas se incidió en tratar con los alumnos algunos aspectos de la fotografía como técnica y como medio de expresión y creación. Es una ampliación pendiente.
- Las cuestiones sobre la ciudad tratan desde su gran historia hasta lo anecdótico y obligan a leer rótulos, a consultar la biblioteca o a veces simplemente a preguntar, en un intento por dar significado a cada lugar y así conocer mejor Zaragoza.

La realización de las actividades en grupo se establece como un estímulo para alumnos poco decididos.

- Los problemas tratan sobre: clasificación de cuerpos geométricos, comprobación de sus propiedades, estimación de medidas, cálculo de costes y relaciones, técnicas de recuento, visión espacial y cálculo de superficies y volúmenes.
- El carácter voluntario y extraescolar de esta experiencia viene dado por su dificultad de organización colectiva en horario escolar: desplazamientos, horarios, control de los grupos; pero también es un requisito necesario para que los alumnos «descubran» los objetivos por sí mismos, sin ir conducidos por el profesor, y resuelvan las pruebas sin imitar a otros compañeros.
- La realización de las actividades en grupo se establece como un estímulo para alumnos poco decididos. Se trata así de un tiempo de trabajo por la calle con amigos, lo cual llega a parecerse bastante a un tiempo de ocio.

(C) J.M^o SORANDO

ÁREA: MATEMÁTICAS	CURSO 3 ^o E.S.O.
TEMA: GEOMETRÍA	SERIE: Convocatoria
U. DIDÁCTICA: Geometría en la ciudad	HOJA: 1

GEOMETRÍA EN TU CIUDAD (Un recorrido matemático por Zaragoza)

• Esta actividad es **voluntaria**. Se trata de una sugerencia que libremente puedes seguir o no. Si no la realizas, ello no influirá para nada en la clase ni en la evaluación. Si la realizas, influirá positivamente en ambas.

- Se desarrolla en el día o días que elijas, fuera del horario escolar, en diversos lugares de la ciudad y sin acompañamiento del profesor. Por ello, antes de decidirte, coméntalo con tus padres y házlas sólo si cuentas con su conformidad.
- Se realiza en grupos, de tres alumnos cada uno, que podéis formar como queráis.

• ¿Qué se pretende?...

- Que te diviertas, a la vez que aprendes.
- Que conozcas un poco mejor la ciudad en que vives: localizando lugares y aprendiendo cosas nuevas sobre ellos.
- Que descubras algunos aspectos matemáticos de los edificios y de los monumentos.
- Que resuelvas pequeños problemas sobre los lugares que visitas.
- Que practiques la fotografía.
- Que trabajéis en equipo.

• ¿Qué hay que hacer?

- Píntete de acuerdo con otros dos compañeros para formar un grupo. Consigue una cámara fotográfica (con carrete).
- Presentaos al profesor como grupo y él os dará las hojas con las pistas y las pruebas a realizar.
- Las pistas os van a enviar a cuatro lugares de la ciudad fácilmente accesibles (andando o en bus): Pza. de Europa, Pza. del Pilar, Pza. de Paraíso, Estadio de La Romareda. En cada uno de esos lugares deberéis localizar varios objetos (edificios o monumentos; diez en total) a través de sencillos acertijos.
- Como prueba de que habéis alcanzado cada objetivo, deberéis hacerle una fotografía. Esto os obliga a ir a una hora en que haya suficiente luz natural.
- En cada uno de los objetivos, además se os plantearán otras dos pruebas:
 - buscar alguna información sobre él
 - resolver algún sencillo problema matemático relacionado con él
- Una vez cubiertos todos los objetivos que hayáis podido alcanzar, elaboráis un informe en el que se incluyan las fotos y las respuestas a las pruebas.
- Al acabar la actividad, los compañeros de clase conocerán los resultados de vuestro trabajo y de los demás grupos.

• ¿Hasta cuándo se puede hacer?: **hasta el 27 de Marzo** (tenéis cinco semanas para hacerlo), pero...

- Si hacéis éas u otras fotos que decidáis presentar al Concurso de Fotografía Matemática "Andalán", el plazo termina el día 11 de Marzo.

¡Anímate a recorrer Zaragoza con "ojos matemáticos"!

(C) J.M ^o SORANDO	
ÁREA: MATEMÁTICAS	CURSO 3 ^o E.S.O.
TEMA: GEOMETRÍA	SERIE: Prueba
U. DIDÁCTICA: Geometría en la ciudad	HOJA: 1

En la Plaza de Europa

Objetivo 1: Doce pequeñas estrellas al gran obelisco. Cuatro grandes estrellas dan luz a toda la plaza.

Pruebas:

- 1.a. Fotografiad cualquiera de estas estrellas.
- 1.b. ¿Por qué son doce las estrellas en el centro de la plaza?
- 1.c. Este cuerpo geométrico se llama *Stella Octángula*.
 - ¿Es un poliedro?
 - ¿Sus caras son polígonos regulares? ¿Cuántas tiene?
 - ¿Cuántos vértices tiene? ¿Cuántas aristas?
 - ¿Se cumple la relación "caras + aristas = vértices + 2"?
 - ¿Es un poliedro regular?

Objetivo 2: Tras el fondo Sur del estadio, está el que llaman "El Cubo de Urbanismo".

En La Romareda

Pruebas:

- 2.a. Fotografiadlo.
- 2.b. ¿Pero realmente se trata de un cubo? Fijáos en las fachadas y razonad...
- 2.c. En las inmadaciones de este lugar, en los últimos veinte años, han sucedido varios acontecimientos televisados a toda España y a otros países (no son los partidos del Real Zaragoza!). ¿Cuáles han sido?

(C) J.M ^o SORANDO	
ÁREA: MATEMÁTICAS	CURSO 3 ^o E.S.O.
TEMA: GEOMETRÍA	SERIE: Prueba
U. DIDÁCTICA: Geometría en la ciudad	HOJA: 2

En la Plaza del Pilar

Objetivo 3: En el extremo Este de la plaza, un edificio recubierto con placas de un curioso mineral de color entreverado (es ónice, traído de Irán)

Pruebas:

- 3.a. Fotografiadlo.
- 3.b. En su interior, una escalera desciende al subsuelo de la plaza. ¿Qué se encuentra allí debajo? ¿Qué importancia tuvo este lugar hace 2000 años?
- 3.c. También a este edificio se le llama a veces "El Cubo". Pronto veréis que no lo es. ¿De qué cuerpo geométrico se trata? ¿Cuánto costó el material para su recubrimiento, sabiendo que cada placa de ónice valía 200.000 ptas.? ¿Con cuántas pesetas contribuyó tu familia a ese gasto (a través del presupuesto municipal)?

Objetivo 4: Este negro edificio sí es un cubo.

Pruebas:

- 4.a. Fotografiadlo.
- 4.b. ¿Qué uso se da a este edificio?
- 4.c. Calculad de forma aproximada, pero razonada, cuál es su volumen.

Objetivo 5: Sitíate en la Delegación del Gobierno y verás, junto al negro cubo el blanco cilindro.

Pruebas:

- 5.a. Fotografiadlo.
- 5.b. Calculad de forma aproximada, pero razonada, cuál es su volumen
- 5.c. ¿Además de la citada Delegación del Gobierno, qué otros organismos oficiales e instituciones residen en la plaza?

(C) J.M ^o SORANDO	
ÁREA: MATEMÁTICAS	CURSO 3 ^o E.S.O.
TEMA: GEOMETRÍA	SERIE: Prueba
U. DIDÁCTICA: Geometría en la ciudad	HOJA: 3

En la Plaza del Pilar

Objetivo 6: La esfera del mundo, en bormigón.

Pruebas:

- 6.a. Fotografiadla.
- 6.b. ¿En qué año se realizó la última remodelación de esta plaza? Cerca de aquí está grabada la solución.
- 6.c. Calculad de forma aproximada, pero razonada, el volumen de esta esfera. Si los edificios de los objetivos 4 y 5 anteriores fuesen también macizos y de bormigón, para su construcción, ¿cuántas veces se hubiera necesitado en cada uno de ellos el material empleado para esta esfera?

Objetivo 7: En el extremo Oeste de la plaza, ya fuera de ella, un gran rectángulo de cristal azul.

Pruebas:

- 7.a. Fotografiadlo.
- 7.b. Calculad de forma aproximada, pero razonada, cuántos m² de cristal hay aquí.
- 7.c. Al otro lado, hacia la plaza, cae el agua por una rampa quebrada, hasta un estanque peculiar. Fuente y estanque conforman una forma irregular. ¿Qué representan estas extrañas formas? (Lo veréis si os subís al banco que hay junto al extremo inferior del estanque).

(C) J.M ^o SORANDO	
ÁREA: MATEMÁTICAS	CURSO 3 ^o E.S.O.
TEMA: GEOMETRÍA	SERIE: Prueba
U. DIDÁCTICA: Geometría en la ciudad	HOJA: 4

En la Plaza de Paraíso

Objetivo 8: Una fuente con dieciocho cubos en aparente equilibrio, a la sombra de la gran Caja.

Pruebas:

- 8.a. Fotografiadlos.
- 8.b. Calculad de forma aproximada, pero razonada, cuántas ventanas tiene este gran edificio.
- 8.c. Esta plaza está dedicada a D, Basilio Paraíso. ¿Quién fue ese hombre?

Objetivo 9: Tres altas pirámides custodian una esfera.

Pruebas:

- 9.a. Fotografiadlas.
- 9.b. ¿Qué significado tienen en este monumento estos cuerpos geométricos?
- 9.c. La forma de estas pirámides es algo diferente a las pirámides de Egipto. ¿De qué tipo son estas pirámides?

Objetivo 10: Cuatro sabios custodian una puerta sobre la escalinata. Veinte metros a la derecha, sobre la fachada... un triángulo y tres cuadrados forman un esquema geométrico que debes conocer.

Pruebas:

- 10.a. Fotografiadlo.
- 10.b. ¿Qué conocido resultado geométrico se representa con este esquema?
- 10.c. ¿Quiénes son los cuatro sabios de la puerta? ¿A qué se dedicó cada uno de ellos? Si están aquí es porque algo tienen que ver con este edificio. ¿Qué fue y qué es en la actualidad?

Los objetivos que hay que localizar

Para quienes no conozcan nuestra ciudad comento brevemente cada una de las diez localizaciones (ver también las fotos adjuntas).

Objetivo 1: En la Plaza de Europa las grandes torres de iluminación y las pequeñas farolas son columnas coronadas en cada caso por una Stella Octangula. El conjunto reproduce el diseño de la bandera de la Comunidad Europea. Dicha estrella no es un cuerpo geométrico que conocieran los alumnos previamente y debían razonar sobre él a simple vista.

Objetivo 2: Junto al estadio de la Romareda hay un edificio prismático rectangular, popularmente mal llamado «cubo». Su apariencia engaña, ¡las caras no son cuadradas!

La última remodelación de la Plaza del Pilar (1991) la sembró de formas geométricas.

Objetivo 3: Un controvertido prisma romboidal que da acceso a los restos del Foro Romano de Caesaraugusta. Al estar ubicado en una esquina de la plaza y no ser visible su planta, surgen las dudas: ¿es un rectángulo?, ¿es un rombo?, ¿hay lados iguales?, ¿hay lados paralelos?...

Objetivo 4: La Oficina Municipal de Turismo es un hexaedro o cubo.

Objetivo 5: El acceso a un aparcamiento subterráneo es un cilindro.

Objetivo 6: Una esfera terrestre conmemora los viajes de Colón.

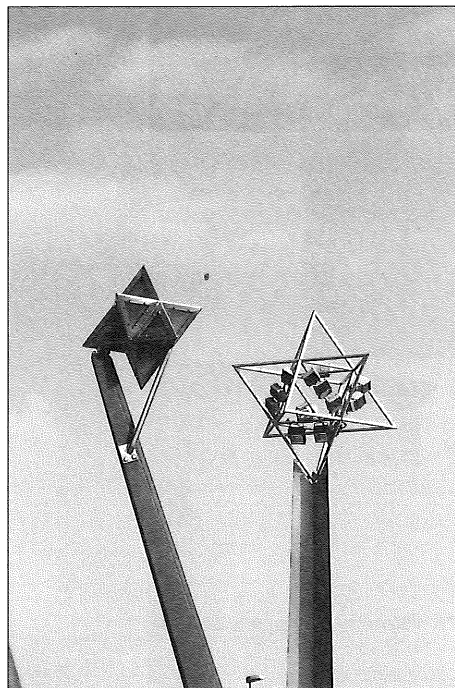
Objetivo 7: La Fuente de Hispanoamérica, según el punto de observación que se tome, parece un falso prisma triangular o es un bajorrelieve del mapa americano.

En la Plaza de D. Basilio Paraíso encontramos los restantes objetivos:

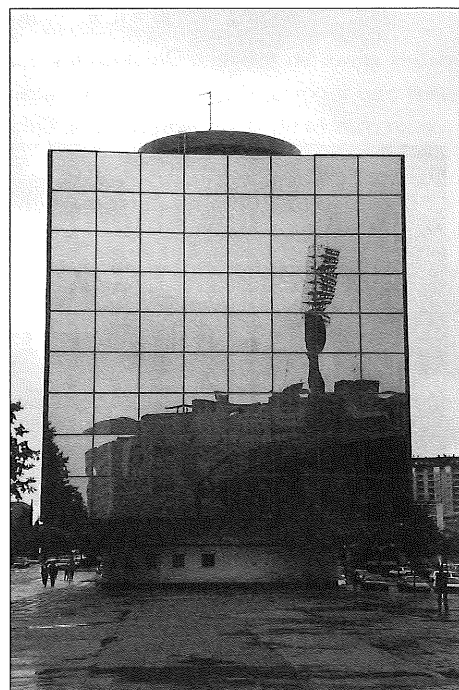
Objetivo 8: Una escultura con 18 cubos, a la puerta de un enorme edificio con más de mil ventanas, cuyo recuento se ve favorecido por las simetrías.

Objetivo 9: El monumento a la Constitución Española de 1978, simbolizada por una esfera que es custodiada por tres pirámides triangulares oblicuas que, a su vez, simbolizan los tres poderes del Estado.

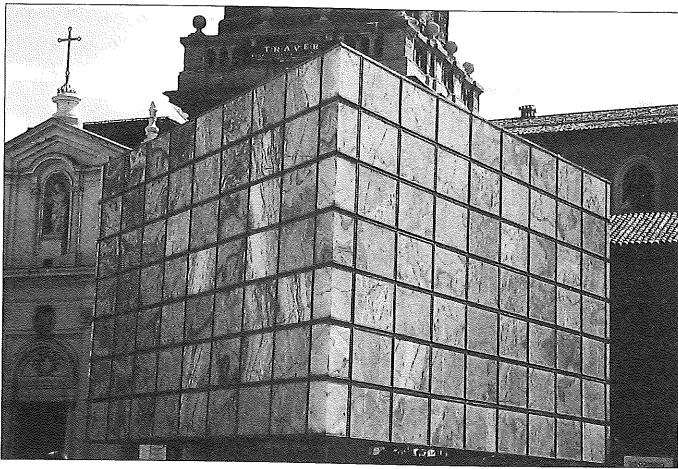
Objetivo 10: Por último, en la fachada de la antigua Facultad de Medicina y Ciencias, hoy edificio del Paraninfo de la Universidad, encontramos la representación gráfica del Teorema de Pitágoras.



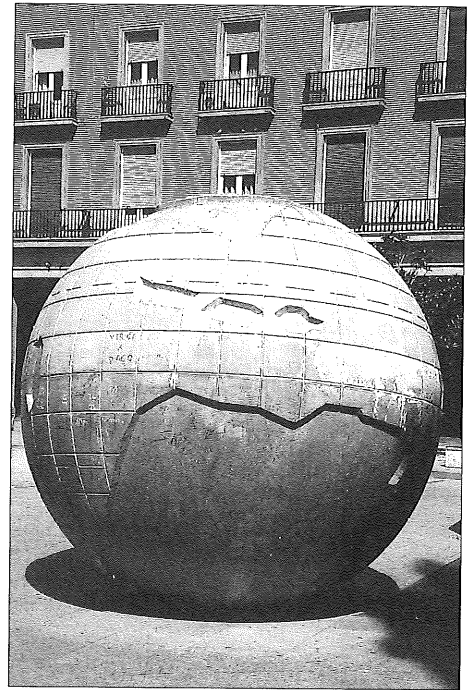
Objetivo 1



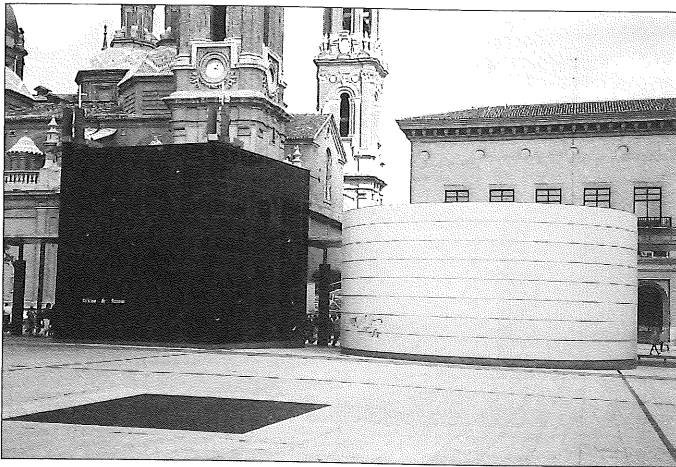
Objetivo 2



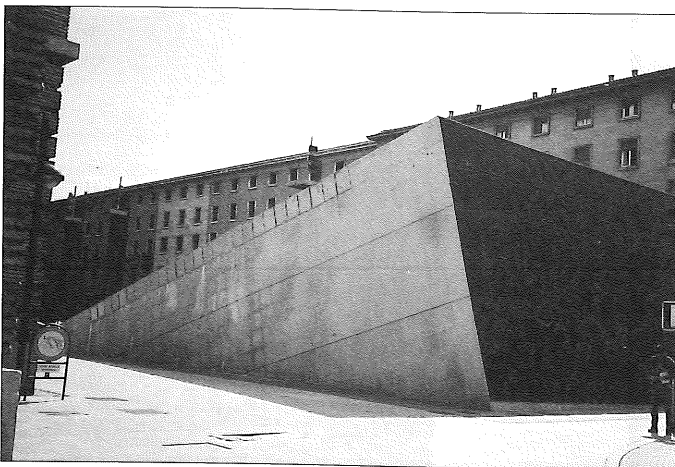
Objetivo 3



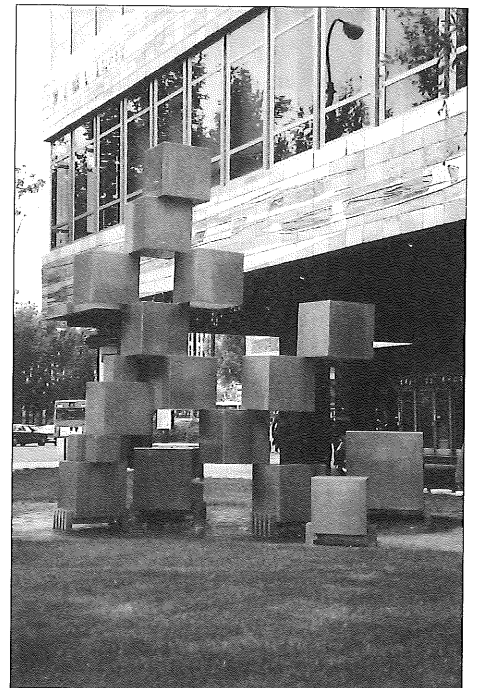
Objetivo 6



Objetivos 4 y 5



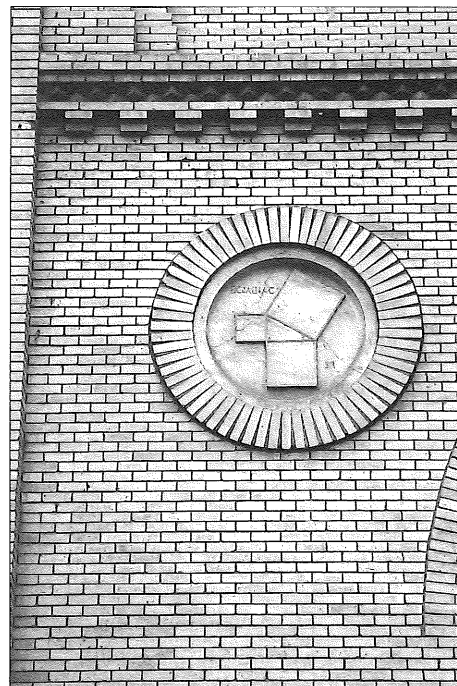
Objetivo 7



Objetivo 8



Objetivo 9



Objetivo 10

Resultados obtenidos

La experiencia fue propuesta a 62 estudiantes de 3.º ESO. La realizaron 30 (10 grupos), es decir, un 48% del total. Para valorar esta participación, se debe considerar que estos muchachos viven en un barrio alejado del centro y que debieron dedicar dos tardes a las actividades (en algún caso más, pues ¡se veló el carrete!). Y lo hicieron voluntariamente, cuando durante el resto del curso su voluntad ha sido bastante escasa... También hay que comentar que los alumnos que participaron no fueron siempre los más brillantes, habiendo de todo un poco.

En muchos casos los alumnos no resistieron la tentación de incluirse a sí mismos en las fotos matemáticas, cual cazadores orgullosos ante la pieza capturada... y como exponente del buen humor y simpatía que fueron la tónica dominante.

Se dedicó una clase al comentario de las pruebas y de sus respuestas.

Fue curioso observar cómo los grupos mantenían el secreto sobre sus avances y averiguaciones, guardándolos a salvo del «espionaje» de los demás grupos.

Los informes finales fueron presentados de forma primorosa. En la división de tareas en cada grupo a que antes aludía, cabe incluir la de escribano y la de técnico en edición informática.

El profesor evaluó y puntuó en cada informe: la localización de cada objetivo; la corrección, precisión y argumentación de la respuesta a cada prueba; y también la ortografía y la presentación. La corrección de todos esos aspectos concluyó en unas notas entre el 6,5 y el 9,5, magníficas para unos alumnos que habitualmente obtienen ¡un 50% de suspensos! (y no sólo en Matemáticas). Dichas notas fueron incorporadas por el profesor a la evaluación de los alumnos que habían realizado la experiencia.

Se dedicó una clase al comentario de las pruebas y de sus respuestas. Fue significativo observar el interés de los alumnos (poco acostumbrado) por las correcciones del profesor, así como la curiosidad de todos, participantes o no, por conocer el trabajo de sus compañeros.

Conclusiones

Tras considerar los anteriores resultados parece que el planteamiento general de las actividades resultó bien aceptado y que su nivel de dificultad, aparentemente bajo, era el adecuado para estos alumnos. Por ello se trata de una experiencia que intentaré repetir de nuevo, aunque, al menos durante el próximo curso, con otro recorrido, para soslayar así el «envejecimiento» de una situación didáctica demasiado reciente.

Si alguno de los lectores considera que esta experiencia puede ser aprovechable en su caso, no le resultará difícil trazar algún recorrido matemático en su ciudad. En aquellos lugares donde en la pasada década ha dejado su huella el llamado «urbanismo duro», abundan las formas geométricas. En otros ambientes urbanos siempre es posible un trabajo más centrado en los edificios, las distancias y el plano. En cualquier caso, parece que 2.º y 3.º de ESO son los niveles más aptos para realizarla, considerando no

José María Sorando
IES Élaios. Zaragoza
Sociedad Aragonesa
de Profesores de Matemáticas
«Pédro Sánchez Ciruelo»

sólo el contenido matemático, sino también la necesidad de desplazamientos de alumnos sin compañía adulta.

Esta experiencia ha sido bastante limitada, tanto en su alcance como en sus pretensiones. No representa a una propuesta global, pero muestra que es posible, y pienso que necesario, dar cabida en la clase de Matemáticas a los enfoques experimental y lúdico, en la medida que cada situación y nuestra propia imaginación lo permitan.

Las Matemáticas serán atractivas para los alumnos si éstos llegan a descubrir que están en su mundo y que pueden ser una búsqueda divertida. Nuestra tarea como profesores consiste en abrir sus ojos a esa «mirada matemática», dentro y fuera del aula.

*Boletín
de la Sociedad
Aragonesa
Pedro Sánchez Ciruelo
de Profesores
de Matemáticas*

N.º 1

Enero-Marzo
1982

