

Fiayaz en la clase de matemáticas: ambiente de resolución de problemas en un aula multicultural*

**Núria Planas i Raig
Xavier Vilella i Miró
Núria Gorgorió i Solà
Montse Fontdevila i Martí**

La multiculturalidad en aumento en nuestras aulas es una realidad que exige investigar en búsqueda de un currículo integrador y de un modelo metodológico adecuado para todos.

Cualquier alumno, sea cual sea su procedencia cultural, posee en potencia recursos y estrategias para enfrentarse a problemas y situaciones matemáticas. La legitimación del conocimiento matemático de origen no escolar favorece la interpretación de las matemáticas como producto cultural. Por otro lado, la aceptación de valores y expectativas asociados a las matemáticas y un enfoque «enculturizador» en el aula repercuten positivamente en todos los alumnos independientemente del grupo cultural al que pertenecen.

* Esta experiencia ha sido beca da en las I Jornadas estatales de Experiencias Educativas (Universitat Autònoma de Barcelona, 8-10 de septiembre de 1998).

Profesora: Vamos a resolver el problema en la pizarra. Mohamed, ¿quieres hacerlo tú?

Alumno 1: ¡Mohamed no! No ha hecho nada, ni ha empezado.

Alumno 2: Déjalo, nunca hace nada. No se entera de nada. Éste es tonto.

[...]

En nuestras aulas no es fácil detectar los conocimientos matemáticos de los alumnos magrebíes. Tampoco resulta fácil detectar los recursos y las estrategias matemáticas de los alumnos paquistaníes. Con los alumnos de aquí, ocurre algo parecido. Nuestros alumnos, unos y otros, manejan con éxito prácticas matemáticas fuera de clase y, sin embargo, no es fácil integrar dichas prácticas en el contexto escolar.

La experiencia que presentamos responde a una actuación en el aula de matemáticas llevada a cabo en el IES Miquel Tarradell. Este centro, con apenas dos años de vida, está situado en pleno barrio de El Raval de Barcelona y da por primera vez servicio a una población que mayoritariamente no tenía acceso a estudios secundarios. La experiencia se ha desarrollado con un grupo clase de 18 alumnos de 4.º curso de ESO durante el año académico 97-98, en el marco de un crédito variable.

El grupo clase se caracteriza, por una parte, por la heterogeneidad lingüística y cultural y, por otra, por la gran diversidad de historias escolares de los alumnos. La heterogeneidad lingüística y cultural es debida a la presencia de diferentes minorías étnicas de primera generación, 4 alumnos magrebíes, 1 dominicano, 5 paquistaníes, 1 fili-

pino y 1 peruano, junto a 2 catalano-hablantes y 4 castellano-hablantes, entre ellos un gitano.

Esta experiencia forma parte de un proyecto más global *Multiculturalitat i Matemàtiques*, cuyo objetivo es profundizar en el conocimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar en aulas de matemáticas multiculturales. Dicho proyecto está siendo patrocinado por el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya y la fundación Fundació Propedagògic.

Justificación de la experiencia

Esta propuesta aparece con el fin de abordar la educación matemática de alumnos culturalmente diversos y es fruto de algunas constataciones fundamentales:

- ***Es necesario asumir los retos de la creciente diversidad cultural en nuestras aulas***

Profesor 1: El tema está de moda, ahora todo el mundo se apunta a ser intercultural, a pesar de que el porcentaje de inmigración no llega ni a un 2% de la población. ¡No hay para tanto!

Profesor 2: Pues yo creo que sí, te invito un día a visitar mi clase. No hay ningún apellido que cueste pronunciar, pero ¡qué diferentes son todos! Para Albert, un libro es necesariamente un libro de texto, de sociales, de matemáticas. Para Jordi, en cambio, un libro es lo que impide cada sábado por la tarde que su padre juegue con él.

La multiculturalidad en aumento en nuestras aulas es una realidad que exige investigar en búsqueda de un currículo integrador y de un modelo metodológico adecuado para todos. Entre un gran grupo de alumnos pertenecientes a una cultura mayoritaria, encontramos alumnos sujetos a varios procesos paralelos de desculturación, separados de su cultura de origen y pertenecientes, en su mayoría, a una cultura excluida del sistema escolar.

Desde nuestro punto de vista, los alumnos inmigrantes se encuentran en algún punto entre su cultura de origen, que no es uniforme, y la cultura que los acoge, que tampoco lo es. Por lo tanto, su educación debería contribuir a la construcción de sus identidades sociales y psicológicas con el fin de establecer un continuo entre ambas culturas. Además estos alumnos acumulan, a menudo y en diferente grado, distintos handicaps: déficit lingüístico, dificultades de aprendizaje, situación de riesgo social...

Esta realidad ha puesto de manifiesto la falta de adecuación del sistema educativo, en general, y de la enseñanza

de las matemáticas, en particular, a una situación que varía de multicultural a altamente multicultural según las zonas. Por otra parte, entendemos que cualquier proceso favorecedor de «enculturar» el aula de matemáticas revierte positivamente en todos los alumnos, independientemente de si éstos pertenecen al grupo cultural mayoritario o minoritario.

- ***Es necesario reconocer y rehabilitar el conocimiento matemático asociado a toda cultura***

(Se le enseñan dos fotografías a Mourad, una con un hombre vestido a la manera occidental, otra con un hombre musulmán)

Entrevistadora: ¿Cuál sabe más matemáticas, Mourad?

Mourad: Éste *(señala al hombre occidental)*.

Entrevistadora: ¿Por qué?

Mourad: Este hombre es de un país rico.

[...]

La aculturalidad del conocimiento matemático resulta ya insostenible. La dimensión cultural de la práctica matemática aparece en numerosas ocasiones en las que se ponen de manifiesto diferencias culturales en los conocimientos matemáticos concretos y también en las destrezas cognitivas básicas: percepción, abstracción, generalización, deducción, conclusión, razonamiento y resolución de problemas, imaginación, intuición y otras.

Si se aceptan las matemáticas como una ciencia que emana de la sociedad, y se reconoce la parte que está modelada por las raíces culturales e históricas de esa sociedad, se amplían los significados de las ideas matemáticas. La educación que tiene en cuenta que el proceso de elaboración del conocimiento matemático tiene lugar en la cultura se entiende como enculturación matemática y exige un desarrollo curricular acor-

*La
multiculturalidad
en aumento
en nuestras aulas
es una realidad
que exige
investigar
en búsqueda
de un currículo
integrador
y de un modelo
metodológico
adecuado
para todos.*

de con la génesis cultural de las ideas matemáticas (Bishop, 1988). La aceptación de la naturaleza cultural de las matemáticas tiene claras implicaciones educativas, en particular, reconocer las matemáticas como un producto cultural es un primer paso para aprovechar la diversidad cultural de los alumnos como fuente de riqueza para el aprendizaje de las matemáticas escolares.

La creencia en la aculturalidad del conocimiento matemático ha llevado a que los educadores matemáticos no sientan la necesidad de considerar la diversidad, diversidad en relación a contenido, destrezas y estrategias cognitivas. Sin embargo, la relación entre, por una parte, cultura y matemáticas y, por otra parte, cultura y cognición, corrobora la posibilidad de identificar diferentes potencialidades y estrategias matemáticas según las diferentes culturas y/o civilizaciones (Saxe, 1990). En nuestra experiencia hemos observado que los alumnos con escolarización irregular, procedentes en general de otras culturas, disponen de un cierto bagaje de recursos y estrategias para enfrentarse a problemas de matemáticas, bagaje que ponen de manifiesto siempre que se les permita hacerlo.

Por otra parte, la afirmación de la «universalidad» de las matemáticas se ha asociado a la afirmación de la «neutralidad» de las matemáticas escolares. Las matemáticas han sido consideradas durante demasiado tiempo como una materia desligada de los valores sociales y culturales. Sin embargo, en la actualidad son ya demasiado numerosos los estudios y ejemplos para que la comunidad educativa pueda seguir ignorando la importancia de los valores sociales y culturales en el aula de matemáticas. Estudios y ejemplos que ponen de manifiesto no únicamente que los valores y expectativas de los alumnos interfieren en su aprendizaje matemático, sino también que el acto de enseñar matemáticas es un acto de transmisión de valores además de conocimiento.

*...reconocer
las matemáticas
como un producto
cultural
es un primer paso
para aprovechar
la diversidad
cultural
de los alumnos
como fuente
de riqueza para
el aprendizaje de
las matemáticas
escolares.*

- ***Es necesario favorecer la entrada de conocimientos y procedimientos matemáticos de fuera de la escuela***

[...]

Entrevistadora: ¿De qué trabaja tu padre, Anna?

Anna: Tenemos un bar aquí cerca, todos trabajamos en el bar. Yo ayudo cuando puedo.

Entrevistadora: ¿Te encargas algunas veces de cobrar, de dar el cambio a los clientes, de hacer cuentas, Anna?

Anna: ¡Sí! ¡Yo aprendí antes a sumar en el bar que en la escuela!

El conocimiento matemático no es exclusivo del ámbito escolar, aunque es cierto que la escuela debe incidir sobre él y en algunos casos concretos introducirlo. La escuela es uno más de los muchos contextos donde se produce aprendizaje y para muchos grupos culturales no necesariamente el más decisivo (Lave, 1988). El conocimiento matemático procedente de fuera de la escuela no debe considerarse como un estadio pre-científico que debe ser erradicado, sino un punto de partida y un complemento al conocimiento matemático que encontramos dentro de la escuela.

Según las teorías de la cognición situada, se aprende y se conoce en una cultura, pero además se actúa según el entorno concreto más inmediato. El conocimiento matemático y las diferentes capacidades cognitivas se desencadenan según el momento y el lugar donde se haga necesario resolver una determinada situación matemática. Así, en la matemática de la vida diaria el alumno activa unas estrategias distintas que en la matemática escolar, aunque hay mecanismos didácticos para aproximar unas estrategias a las otras.

Actualmente uno de los problemas importantes de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es el del desarrollo de significados de las ideas matemáticas junto con el de la necesaria introducción del elemento humano. Una vez aceptado el hecho que el conocimiento humano forma parte de la cultura donde se desarrolla, si se persigue la significatividad del aprendizaje, hace falta aceptar que es necesario introducir en el aula el conocimiento matemático no escolar usado por la persona o grupo humano. Desde este punto de vista, es importante legitimar la práctica matemática de fuera de la escuela, sus estrategias de éxito y sus procedimientos. La práctica matemática, lejos de ser patrimonio de unos pocos, está en el uso cotidiano de todos, y esto es algo que la escuela no puede ignorar.

Por todo ello, en nuestra experiencia, con todas las limitaciones del contexto escolar, hemos intentado permitir la

entrada de prácticas matemáticas no escolares usadas por los alumnos. A lo largo de este curso, hemos observado que los alumnos con escolarización irregular, procedentes en general de otras culturas, disponen de un cierto bagaje de recursos y estrategias para enfrentarse a problemas de matemáticas. Dichos alumnos tienen mayor tendencia a contextualizar capacidades, habilidades y contenidos, aportando conocimientos de fuera de la escuela siempre que el contexto sea receptivo a sus aportaciones. Los alumnos que han recibido una escolarización continuada muestran una mayor tendencia a separar las prácticas escolares aprendidas de las prácticas no escolares. Entendemos pues que la matemática escolar no siempre está preparada para aprovechar el conocimiento matemático no formalizado académicamente.

Partimos, en primer lugar, de la necesidad de favorecer la entrada en el aula de conocimientos matemáticos de fuera de la escuela y, en segundo lugar, de la necesidad de su legitimación y su integración en el contexto escolar para su formalización. Esta apertura al conocimiento de fuera de la escuela facilitará no únicamente la comprensión del conocimiento matemático como un producto cultural, sino también la explicitación de los valores y expectativas que los alumnos asocian a su aprendizaje.

Características y desarrollo de la experiencia

El objetivo principal de la experiencia es concebir el aula de matemáticas no como un lugar donde se hacen matemáticas, sino como un lugar donde los participantes se comunican y discuten significados matemáticos. Bajo este objetivo, el bloque de actividades se estructura en dos partes diferenciadas, todas organizadas por trabajo en grupos de 3 o 4 alumnos. El alumno trabaja activamente en su grupo pequeño y a su vez en el grupo clase. Para la formación de los grupos se han seguido criterios de homogeneidad lingüística debido a la presencia en el grupo clase de alumnos de incorporación tardía sin dominio de la lengua vehicular de aprendizaje. Dichos alumnos necesitaban que en su grupo hubiera un compañero que les hiciera el papel de traductor.

Introducción al bloque de actividades

Al inicio de las actividades queremos explicitar la dinámica social que regirá el resto de sesiones. En un contexto multicultural de aprendizaje es importante que todos los participantes conozcan las normas de funcionamiento. La clase de matemáticas existe dentro de una institución, institución que es parte de una sociedad, a su vez inmersa en una cultura. De ahí que los comportamientos en el

*Cuando
en un aula
de matemáticas
hay miembros
de diferentes
grupos culturales
con diferentes
referentes,
la norma social
no se entiende
por defecto
y debe ser
aclorada.*

aula de matemáticas no estén libres de valores ni permanezcan aislados de la cultura en que ocurren, sino que reflejan el comportamiento del marco social en que se inscriben.

El comportamiento de los alumnos está modelado por valores, costumbres y normas (Abreu, 1995). Ciertos comportamientos son esperados y tolerados, mientras que otros no. Las interacciones y el rol que cada uno espera del otro, la relación con la norma social, afectan directamente los procesos de aprendizaje. Cuando en un aula de matemáticas hay miembros de diferentes grupos culturales con diferentes referentes, la norma social no se entiende por defecto y debe ser aclarada. Aparece la necesidad urgente de, por un lado, explicitar la norma social en el aula de matemáticas y, por otro lado, negociar las bases que la rigen.

Entrevistadora: Tu profesora me ha dicho que no te gusta mucho ir a clase, Sajid.

Sajid: Sí me gusta

Entrevistadora: Pero no te gusta mucho estudiar.

Sajid: ...Paquistán pegar. Paquistán estudiar. Aquí no pegar...

Por todo ello, en primer lugar y con la finalidad de explicitar la norma social del aula, dedicamos una sesión a elaborar un mural-decálogo, fruto de la negociación, de aquello que estará permitido hacer en clase. En ningún caso se dan por sobreentendidas estas normas, se asume que deben ser minimizados los implícitos en los comportamientos y en la dinámica de actuación de todos los participantes en el crédito.

En este mural, presentamos 10 puntos negociados que tratan 4 aspectos fundamentales:

- La relación de los miembros de la clase de matemáticas con el conocimiento (los significados construidos por cada alumno y por el conjunto de la clase).

- El papel del profesor en el aula (control, toma de decisiones, apoyo, mediación...).
- La relación alumno-profesor (las decisiones, e incluso parte de la evaluación, están repartidas, el profesor actúa orientando, y puede adaptar secuencias programadas a las necesidades de los alumnos).
- El papel del alumno en el aula de matemáticas (trabaja activamente con otros alumnos y con el profesor).

Normas del aula de Matemáticas

- Este mural no se puede arrancar.
- En esta clase todos hemos usado antes matemáticas.
- En esta clase todos participamos activamente.
- En esta clase todos podemos hacer preguntas.
- En esta clase todos podemos opinar.
- En esta clase todos podemos tomar decisiones.
- En esta clase la profesora facilitará tu trabajo.
- En esta clase tú eres miembro de un grupo.
- La profesora también es miembro de este grupo.
- En esta clase todos evaluamos.

Otro de los objetivos de las primeras sesiones es facilitar la explicitación de valores asociados a las matemáticas. Para ello, ambientamos el aula con fotografías donde aparecen diferentes actividades humanas a fin de iniciar una discusión sobre la presencia de aspectos matemáticos en las actividades de fuera de la escuela.

Entre las fotografías que presentamos hay la de una mujer ante un ordenador, la de unos obreros de la construcción, la de un carpintero en su taller y la de un cocinero preparando su receta. Las fotografías van acompañadas de un listado de las actividades matemáticas presentes en toda cultura: contar, medir, explicar, diseñar, jugar y localizar (Bishop, 1988). Los alumnos trabajan en grupo, y tienen una tabla en la que deben indicar la presencia de actividades matemáticas con una o más

cruces. La intervención de la profesora consiste en orientar la discusión, ofreciendo sugerencias a los alumnos para que descubran aspectos matemáticos no evidentes para ellos. Como conclusión de la sesión se elabora una tabla conjunta a partir de la puesta en común de los distintos grupos.

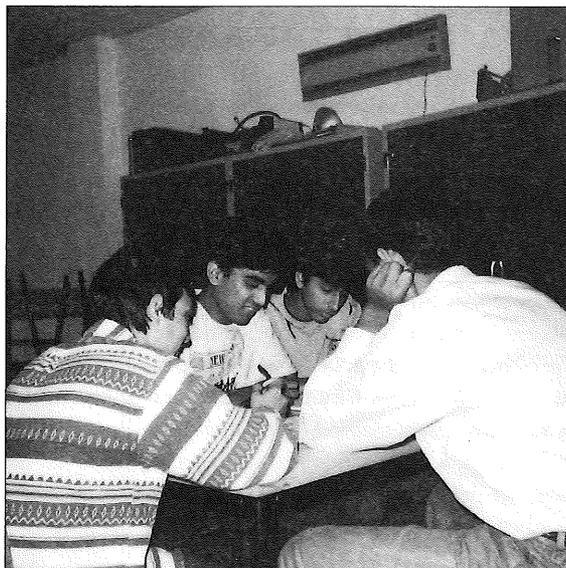
Durante la sesión, los alumnos manifiestan una actitud de disponibilidad para ampliar el campo de aquello que tradicionalmente se considera conocimiento matemático. Sin caer en el extremo de la omnipresencia de las matemáticas, descubren multitud de aspectos matemáticos en nuestras acciones cotidianas: estimación, razonamiento proporcional, visualización... Además, la observación de las discusiones en grupo nos permite conocer alguno de los valores que los alumnos asocian a «saber matemáticas» y, en algunos casos, descubrir las expectativas de los alumnos en relación a su aprendizaje.

Las actividades de las sesiones iniciales, la elaboración del mural y la discusión alrededor de las fotografías, generan en la clase un ambiente de motivación e interés, causado en parte por los elementos de novedad y extrañeza. Este ambiente resulta muy positivo para establecer un primer contacto con algunos de los alumnos que «iban a un crédito de matemáticas» y tenían pocas expectativas de «pasarlo bien».

Núcleo del bloque de actividades

Nuestro planteamiento responde a la intención de enseñar las matemáticas en un ambiente de resolución de problemas (Schliemann, 1984).

La pauta de las sesiones tiene cinco tiempos. Se inicia la sesión con el planteamiento de un problema por parte de la profesora. A continuación, el alumno debe hacer una



breve reflexión individual, para trabajar después en pequeño grupo. Posteriormente los resultados se comparten en una puesta en común general. La actividad termina con la recopilación de la sesión, dirigida por la profesora, en la que los alumnos toman sus notas («¿Qué he aprendido?»). La duración de cada tiempo es muy variable según sea la reacción de los alumnos al problema propuesto.

Al introducir el problema, la profesora responde las preguntas de los alumnos aclarando aquellos aspectos que se le piden, evitando, sin embargo, dar instrucciones que puedan encasillar la resolución. Mientras los grupos trabajan, la profesora interviene cuando es estrictamente necesario para hacer alguna aportación o para dinamizar algún grupo. A lo largo de la experiencia hemos observado que los miembros de cada grupo, en un primer momento, hablan entre ellos pero no de contenidos matemáticos (la salida que harán la próxima semana, el partido de fútbol...); sin embargo, a medida que el problema va tomando forma en su imaginario van sustituyendo el motivo de las interacciones por cuestiones relativas al problema.

A lo largo de la puesta en común de las diferentes estrategias usadas por parte de los grupos, éstos se relacionan entre ellos y hay lugar para el debate y el intercambio. La descontextualización del problema se hace con cautela y en cada caso acorde al grado de dificultad que conlleva. La profesora interviene buscando diferentes aportaciones individuales, valorando las diferentes resoluciones, abriendo preguntas y aportando sugerencias, introduciendo la discusión científica y resaltando la capacidad científica del propio alumno. También interviene cuando quedan aspectos esenciales sin tratar y provoca la generalización de la situación propuesta cuando sea conveniente. Además, la profesora, como facilitadora y animadora de la actividad del grupo, toma parte para legitimar diversos enfoques en el tratamiento de los problemas matemáticos, estimulando la corrección del error, cuando lo haya, y, a su vez, integrándolo en el proceso mismo de resolución.

Considerando la socialización como generadora de aprendizaje hemos querido destacar el papel socializador de la clase de matemáticas. De ahí que el modelo didáctico escogido esté centrado en la interacción social fomentando la capacidad de trabajo en grupo mediante la resolución de problemas. Por otra parte, el modelo curricular escogido es básicamente de integración en el entorno. Planteamos la experiencia utilizando el entorno como factor motivador. El profesor tiene el papel de mostrar problemas y ayudar a resolverlos, y los alumnos de explorar el entorno y resolver los problemas. Al principio, los alumnos, en su mayoría, piden un modelo directivo con una mayor presencia del profesor, pero a medida que van avanzando las sesiones se sienten más cómodos y van aceptando la norma de dinámica social establecida, van

*...problemas ricos:
ricos
para el alumno,
para el profesor y
para la detección
de información
sobre valores,
creencias
y naturaleza de
las matemáticas.
Se trata
de problemas
de contexto
que fomentan
el uso
de estrategias
diversas
y que no generan
el uso mecánico
de un algoritmo.*

entendiendo que las clases deben ser muy participativas y que ellos son los protagonistas.

La secuencia de problemas que hemos escogido la hemos definido como una secuencia de *problemas ricos*: ricos para el alumno, para el profesor y para la detección de información sobre valores, creencias y naturaleza de las matemáticas. Se trata de problemas de contexto que fomentan el uso de estrategias diversas y que no generan el uso mecánico de un algoritmo. Hemos intentado que sean problemas proyectivos en el sentido de facilitar en su resolución la exteriorización de la cultura del alumno, y su bagaje de conocimientos. También hemos querido que sean problemas donde el principal objetivo perseguido no sea necesariamente el del academicismo sino el de la eficacia. Algunos de estos *problemas ricos* son clásicos, otros han sido creados por nosotros mismos. Destacamos que en un momento avanzado del bloque de actividades proponemos que sean los propios alumnos los que creen un *problema rico* y lo planteen a sus compañeros.

Un problema es un *problema rico* no sólo por sí mismo sino por el trato que se le da y por cómo es planteado ante el grupo de alumnos. Sin embargo, cuando un problema promueve determinados requisitos el terreno ya está preparado para que sea un *problema rico*. Conseguir integrar en un problema varias de las características citadas a continuación es un enorme logro. Aunque somos conscientes de la casi imposibilidad de englobarlas todas, intentarlo resulta un reto que nos hemos propuesto.

Un *problema rico* será aquél que:

- Genera buenas preguntas.
- Fomenta la toma de decisiones.
- Integra el contexto escolar y el familiar o local.
- Se adecua a lo que el alumno sabe.
- Conecta diferentes tipos de conocimientos matemáticos.

- Incluye puntos concretos del currículo intencional.
- Puede relacionarse con otras áreas de conocimiento.
- Activa la curiosidad y creatividad del alumno.
- Es accesible a todos los alumnos.
- Posibilita una gradación según diferentes ritmos de aprendizaje.
- Permite incorporar los conocimientos matemáticos de fuera de la escuela.
- Deja aflorar los valores culturales del alumno.
- Amplía la imagen de las ideas matemáticas y desarrolla significados.

Ejemplo de problema rico

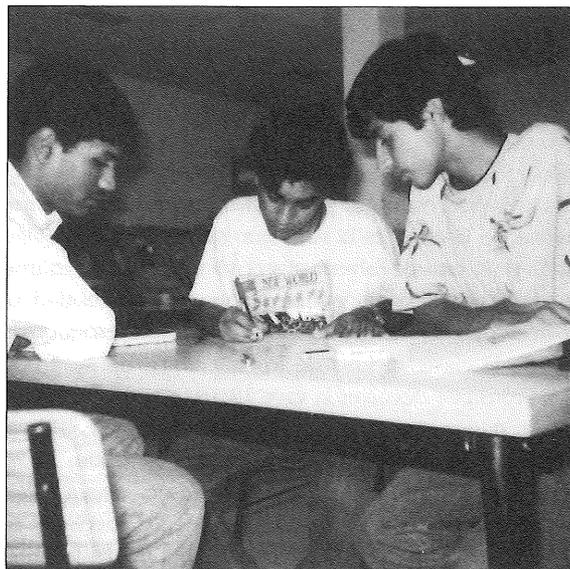
Un granjero muere y deja sus animales, 17, a sus tres hijos. A su hijo mayor le deja la mitad de sus animales, a su segundo hijo una tercera parte y a su hijo menor una novena parte.

¿Cómo se repartirán los 17 animales los tres hijos del granjero?

A continuación presentamos el desarrollo de la sesión basada en este problema.

En primer lugar, el problema se escribe en la pizarra. Dejamos que los alumnos escojan el referente de las 17 unidades. Tras la intervención de un alumno, todos los grupos parecen estar de acuerdo en que los animales van a ser vacas, ya que en los demás casos propuestos el problema carece de sentido real. Se produce una breve discusión sobre el reparto de la herencia; unos alumnos parecen estar de acuerdo en que los tres hijos reciban partes desiguales, mientras que otros alumnos parecen disgustarse por el trato discriminatorio que recibe el hijo menor del granjero. Este breve debate provocado por la profesora permite que todo el grupo se apropie de la situación, que cada alumno incorpore sus referentes culturales a través de apreciaciones

Con el objetivo de no entrometerse en exceso en la tarea de los grupos, la profesora va escuchando las conversaciones que tienen lugar y sólo hace algunas aclaraciones concretas...



personales, y que se establezca una primera relación vivencial con la situación matemática planteada.

La profesora atiende los diferentes grupos, haciendo aclaraciones puntuales y animando el trabajo. Con el objetivo de no entrometerse en exceso en la tarea de los grupos, la profesora va escuchando las conversaciones que tienen lugar y sólo hace algunas aclaraciones concretas: todas las vacas deben ser repartidas sin que sobre ninguna, es preferible no matar ninguna vaca al repartirlas, el problema sí tiene solución... Todos los grupos parecen estar de acuerdo en que una simple división es una solución poco válida en este contexto.

Tras unos veinte minutos de trabajo en pequeños grupos se abre el debate al grupo entero; la profesora anima a que algún grupo muestre sus dificultades y dé una aproximación a una posible solución. Esmilde, habla representando a su grupo y dice que hay que dividir y, ante la aparición de decimales, quedarse con el número entero que mejor aproxime al decimal. Desde otro grupo, Fiayaz no parece estar muy de acuerdo. Transcribimos parte de su protocolo de resolución:

Profesora: Fiayaz, ¿cómo lo harías?

Fiayaz: ...¿Alguna vaca embarazada?

Profesora: ¿Por qué lo preguntas?

Fiayaz: Si hay vaca embarazada, 18 vacas y fácil.

Profesora: Lo siento, Fiayaz, no hay ninguna vaca embarazada.

Fiayaz: ¿Hay más vacas en el pueblo?

Profesora: Sí, supongo que sí.

Fiayaz: Ya está, el pueblo ayuda al padre, ahora el pueblo tiene 18 vacas y fácil.

No todos están de acuerdo con la propuesta de resolución de Fiayaz; para la mayoría de alumnos hay recursos poco matemáticos. Fiayaz no sólo no recurre a la división de una manera clara sino que necesita más información para poder resolver con éxito el problema. Aquí interviene la profesora para legitimar la aportación de Fiayaz y para provocar una mayor discusión. El principal inconveniente según la mayoría de la clase es la vaca que se pide, puesto que si se pide hay que devolverla. Esto no supone ningún contratiempo para Fiayaz, no siente ninguna necesidad de devolverla pero, ante la insistencia de la profesora, y del resto de la clase, incluso de los miembros de su grupo, Fiayaz consigue devolver la vaca 18, usando una estrategia de éxito que sorprende a la profesora. Sin embargo, Fiayaz es incapaz de justificar matemáticamente el éxito de su estrategia y sólo con la ayuda de la profesora llega a entender que esto es debido a que la suma de las fracciones no es la unidad. A pesar de la argumentación Fiayaz, legitimada por la profesora, algunos de los alumnos creen que su resolución no tiene carácter matemático.

Por último, la profesora pide a los alumnos que escriban en su dossier la resolución de Fiayaz. En este caso ha habido una única resolución consensuada, pero no en todos los problemas ocurrirá. Se comenta con los alumnos la variedad de aspectos curriculares que se han tratado, hablando de los contenidos que han aparecido, no únicamente de contenidos conceptuales sino también, y muy especialmente, de contenidos referentes a actitudes matemáticas. Entre los contenidos conceptuales tratados en este problema aparecen razonamiento proporcional, fracciones y decimales, estimación y aproximación, la noción de unidad y su desarrollo en suma de fracciones.

Las estrategias no esperadas usadas por los alumnos confirman nuestra hipótesis: cuando se permite a los alumnos introducir en el aula el conocimiento de fuera de la escuela, aparecen capacidades y potencialidades no esperadas. Además el proceso de legitimación de las diversas aportaciones favorece el desarrollo de nuevos conocimientos.

Otros ejemplos de problemas ricos¹

Tenemos una receta de cocina para 6 personas, pero nosotros debemos cocinar para 20 personas. Hay que decidir las cantidades que se necesitan de cada ingrediente para ir a comprarlas.

En este problema la profesora no da la receta, sino que en la sesión anterior ha pedido que alguien pregunte en su casa alguna receta. Sobre la receta traída, pastel de carne para 6 personas, se construye el problema. Hay grupos que usan para su resolución decimales, índices de proporcionalidad y otras complicaciones parecidas. Otros

...cuando se permite a los alumnos introducir en el aula el conocimiento de fuera de la escuela, aparecen capacidades y potencialidades no esperadas. Además el proceso de legitimación de las diversas aportaciones favorece el desarrollo de nuevos conocimientos.

grupos se implican más en el problema y ven en él una situación real donde la eficacia y la economía son factores importantes. Un alumno propone hacer la receta para 24 personas y dividir lo que sobre entre los 20 platos. Otro alumno propone comprar en la tienda los ingredientes necesarios aproximadamente, haciendo una estimación superior teniendo en cuenta que nada de lo que sobre será desperdiciado.

A medida que el problema va avanzando y los grupos van tomando decisiones, aparecen tímidamente algunas características de la práctica matemática de fuera de la escuela que contrastan con las características esenciales del aprendizaje escolar. Así observamos que se utilizan conocimientos no estrictamente matemáticos, se acepta que la práctica acostumbra a ser casi siempre correcta y exitosa, se busca fundamentalmente la eficacia y los procedimientos se van inventando según se van necesitando. La cognición individual, el razonamiento puro o la manipulación simbólica dejan de ser los únicos recursos para la resolución del problema considerados como legítimos por los alumnos.

Éste es un caso donde se aceptan como válidas diferentes resoluciones por ser todas ellas razonables tras las explicaciones de los grupos que las defienden. La diferencia básica entre las dos grandes categorías de procesos de resolución recogidos surgen de la consideración del problema como un objetivo por sí mismo o como parte de un objetivo mucho más amplio.

El responsable de un restaurante tiene que encargar la carne que necesitará en una semana.

En el congelador cabe una cantidad determinada de carne y cada vez que el repartidor llega con carne hay que pagarle el viaje.

Se trata de disponer de la mayor cantidad de carne posible pagando el mínimo por su transporte.

¹ La idea de estos problemas surge de la lectura de Masinjala, Davidenko y Prus-Wisniewska (1996)

Este problema es un problema de restricciones y de optimización. Hay muchas variables a tener en cuenta y los alumnos pronto lo advierten: restricciones de espacio para almacenar la carne, el coste de la distribución y la eficacia en el pedido de carne ya que no debe pedirse más carne de la que se usará.

El problema se va concretando con la ayuda de uno de los alumnos de la clase que ayuda siempre que puede en el bar que regenta su familia. Pregunta en su casa, y al día siguiente nos da información relacionada con el contexto del problema. Sus aportaciones contribuyen a que al concretar el problema no nos alejemos excesivamente de una posible situación verídica. En particular, nos hace observar que se puede pedir más carne de la que cabe en el congelador debido a que para su descongelación se almacena en el frigorífico, hecho que no había sido tenido en cuenta por ningún alumno.

La resolución de este problema requiere de una sesión extensa y de bastante ayuda por parte de la profesora. La mayoría de los alumnos lo abordan confeccionando un calendario con los días de la semana para ir haciendo pruebas y simulando diferentes resoluciones. Queremos hacer notar que inicialmente la resolución de este problema es realmente difícil para nuestros alumnos, tanto desde el punto de vista matemático como desde el punto de vista práctico. Por una parte, en el nivel en que trabajamos no disponen todavía de los instrumentos matemáticos necesarios para resolverlo. Por otra, en la práctica cotidiana corresponde a una situación real que solo los expertos pueden resolver a partir de su experiencia.

Sin embargo, todos los grupos llegan a una respuesta razonable, y lo que es más importante, el proceso de resolución es un proceso rico. El problema genera buenas preguntas y pone en movimiento los conocimientos de los alumnos, ampliando la imagen de las ideas matemáticas y desarrollando significados. El problema es apropiado rápidamente por los alumnos, ya que

En un momento avanzado del bloque de actividades, proponemos que sean los propios alumnos los que creen un problema rico y lo planteen a sus compañeros.

despierta su curiosidad y permite incorporar conocimientos de fuera de la escuela.

Los alumnos crean problemas ricos

En un momento avanzado del bloque de actividades, proponemos que sean los propios alumnos los que creen un *problema rico* y lo planteen a sus compañeros. El *problema rico* creado por cada grupo sirve de punto de partida para que la profesora comente los avances producidos y se produzca intercambio entre los grupos.

Se dedica una sesión a que cada grupo solucione el problema de otro grupo. En esta situación, la ayuda debe provenir del grupo que ha creado el problema y debe ser graduada. En ningún momento el grupo resolutor puede contar con la ayuda de la profesora.

He aquí uno de los problemas creado por un grupo:

El granjero que se murió también tenía un terreno rectangular, además de las 17 vacas. Si a cada hijo le deja la misma parte de terreno que de vacas, dibuja la parte de terreno que le toca a cada hijo.



En este problema se ve la intersección de dos problemas ricos realizados previamente. El problema que hemos presentado «de las 17 vacas» y otro problema, mucho más visual, cuyo objetivo era dividir un trapecio en las partes proporcionales fijadas. De la unión de los dos problemas, este grupo crea un problema nuevo.

En general, todos los grupos se inspiraron en algún problema presentado en clase en alguna sesión anterior. Este hecho, si bien pone de manifiesto que los alumnos se sienten todavía inseguros en su creatividad, pone en evidencia que han comprendido en que consiste un problema rico, y han seguido los procesos de resolución consensuados en clase.

Evaluación

La evaluación es evaluación del proceso y del progreso y, en todo momento, es coherente con el planteamiento didáctico desarrollado. Nuestro objetivo primordial es integrar en el sistema de evaluación no sólo los contenidos matemáticos sino también los métodos y los valores. En la primera parte del bloque de actividades, la profesora ha comunicado a los alumnos los valores que se quie-

ren transmitir y cuáles son los objetivos: la participación del alumno, sus aportaciones, su productividad matemática... La explicitación de los criterios de evaluación es fundamental en las primeras sesiones.

Todas las sesiones de trabajo finalizan con una síntesis, en la que cada alumno debe resumir la evolución de sus ideas en el marco de un grupo. Se trata de unas notas, en forma de diario personal, que incluyen brevemente las ideas que se les ocurrieron en su reflexión individual primera, las que aparecieron en la interacción en el pequeño grupo, las más interesantes de la puesta en común final y, por último, las resoluciones aceptadas como válidas al final de cada sesión. Además, los alumnos, de forma voluntaria e individual, han tenido la posibilidad de llevarse problemas para pensar los fines de semana, «el problema del fin de semana», de modo que la profesora cuenta con un elemento más para evaluar.

La evaluación del proceso se lleva a cabo a través de unas plantillas de observación sistemática de los distintos productos del alumno, ya sean escritos, hablados, o dibujados, y de observación de sus actitudes. En estas plantillas la profesora toma en consideración aquellos aspectos que cree que le dan la información necesaria para el seguimiento de sus alumnos, sin olvidar que la operatividad exige que los aspectos considerados no sean excesivos. Algunos de los aspectos observados son la utilización de los propios conocimientos, la exactitud del razonamiento, la flexibilidad y capacidad de contextualizar el problema y el grado de participación mostrado.

Simultáneamente, se lleva a cabo una evaluación de progreso partiendo de la comparación de datos recogidos desde el inicio hasta el final del bloque de actividades. En la evaluación del progreso se consideran tres aspectos:

- Los contenidos matemáticos y su uso con eficacia.
- Los valores y creencias, y las actitudes positivas hacia el conocimiento matemático.
- El trabajo en grupo, y la capacidad de cohesión y participación.

El alumno también participa en los procesos de evaluación a cuatro niveles: autoevaluación inicial, evaluación de la clase, evaluación del funcionamiento del grupo pequeño, y evaluación del profesor. Los alumnos dan su valoración por escrito, teniendo libertad para tratar los cuatro aspectos, centrándose en aspectos a mejorar y cosas a cambiar, dificultades personales y logros.

[...] Un día cuando sonó el timbre del recreo ni lo oí, no había manera de repartir la leche en esas jarras. Pero la profesora me dijo que continuara el problema en mi casa.

Me ha gustado mucho más este crédito que si hubiera sido de matemáticas.

*...la profesora
ha comunicado
a los alumnos
los valores que se
quieren transmitir
y cuáles son
los objetivos:
la participación
del alumno,
sus aportaciones,
su productividad
matemática...*

Necesidad de una generalización

Aunque todas las aulas son diferentes, las dificultades y problemas a los que nos enfrentamos como profesores de matemáticas tienen muchos puntos en común. Este hecho nos lleva a pensar que es posible, e incluso necesario, analizar las experiencias desarrolladas en un contexto particular con el fin de obtener implicaciones que sean válidas en un contexto más general. Desde esta perspectiva, justificamos a continuación la necesidad de intentar generalizar nuestra experiencia.

En primer lugar, consideramos urgente educar la sensibilidad de la comunidad docente sobre la situación multicultural, para cambiar su percepción de la diferencia, con el fin de que ésta pueda ser entendida como fuente de riqueza educativa para todos los alumnos. Por otra parte, debería reconocerse la importancia de la dinámica social del aula en situaciones multiculturales y cómo la explicitación y negociación de las normas que la rigen puede favorecer el aprendizaje de todos los alumnos.

Creemos que cualquier acción educativa destinada a mejorar la educación matemática de los alumnos desde la perspectiva de la enculturación debe ser el resultado de diversas acciones, coordinadas a distintos niveles, que promuevan cambios, entre otros:

- En el currículo.
- En la gestión del aula.
- En la gestión de contenidos.
- En la dinámica de las relaciones interpersonales.

Si bien una lectura positiva del currículo intencional permite y favorece la enculturación matemática, es todavía necesario que se produzcan cambios a nivel del currículo implementado. Entendemos que en el desarrollo del currículo aún falta encontrar un equilibrio entre los conocimientos procedentes de fuera de la escuela y los conocimientos escolares. Esta permeabilidad a

los conocimientos no escolares puede verse favorecida por cambios en la gestión de aula que potencien la cooperación y el trabajo en pequeños grupos, cambios en la gestión de contenidos que contemplen la interdisciplinariedad y la conexión de conocimientos y cambios en las relaciones interpersonales que faciliten las aportaciones de todos los alumnos.

La reforma nos abre la posibilidad de plantear experiencias que nos acerquen a este equilibrio sin caer en una reducción del currículo ni por un extremo ni por el otro. Nuestra propuesta es un intento de ir hacia este equilibrio en un contexto donde la urgencia de adecuar la acción educativa es, si cabe, más pronunciada. No hay nada nuevo en nuestra propuesta, excepto la insistencia por dotar de un amplio significado las ideas matemáticas más cotidianas a través de problemas reales. Por suerte, en un aula multicultural hay suficiente contraste para dar diferentes dimensiones a una misma idea matemática, y para recurrir a diferentes aproximaciones de resolución.

Finalmente, queremos insistir en que entendemos nuestras propuestas como válidas no únicamente para las matemáticas, sino para la escuela en general, y dirigidas a favorecer no únicamente el aprendizaje de los alumnos inmigrantes, sino el de todos los alumnos. Al fin y al cabo, toda aula es multicultural en diferentes grados y desde

diferentes perspectivas. De lo que se trata ahora es de que toda educación sea multicultural.

Agradecimientos

Queremos agradecer al claustro de profesores del IES Miquel Tarradell su estímulo, y al Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya y la Fundació Propedagògic el patrocinio del proyecto de cooperación *Multiculturalitat i Matemàtiques*. Nuestro agradecimiento también al Centre de Recerca Matemàtica, Institut d'Estudis Catalans, por su apoyo al proyecto TIEM98 que nos permitió trabajar con G. de Abreu, A. Bishop, K. Clements y N. Presmeg, cuyos consejos y asesoramiento nos están siendo de gran utilidad.

Bibliografía

- ABREU, G. (1995): «Mathematics in Everyday Life Versus Mathematics in School: A Question of Situated Cognition or a Question of Social Identities?», *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, vol. 11, n.º 2, 85-93.
- BISHOP, A. J. (1988): *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*, Kluwer. Dordrecht.
- LAVE, J. (1988): *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*, Cambridge University Press, Cambridge.
- MASINGILA, O., S. DAVIDENKO y E. PRUS-WISNIOWSKA (1996): «Mathematics learning and practice in and out of school: a framework for connecting these experiences», *Educational Studies in Mathematics*, n.º 31, 175-200.
- SAXE, G. B. (1990): *Culture and cognitive development: Studies in mathematics understanding*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, N.Y.
- SCHLIEMANN, A. D. (1984): «Schooling versus practice in problem solving: A study on mathematics among carpenters and carpenters apprentices», *Proceedings of International Congress on Mathematical Education*, 4, 92-95.

Núria Planas
IES Miquel Tarradell.
Barcelona

Xavier Vilella
IES Vilatzara.
Vilassar de Mar

Núria Gorgorió
Facultat de Ciències
de l'Educació.
Universitat Autònoma
de Barcelona

Montse Fontdevila
Federació d'Entitats
per l'Ensenyament
de les Matemàtiques
a Catalunya

ENVÍO DE COLABORACIONES

Revista SUMA

ICE Universidad de Zaragoza

Pedro Cerbuna, 12. 50009-ZARAGOZA

PUBLICACIONES DE LAS SOCIEDADES

Publicació d'informació sobre l'últim desenvolupament de les Matemàtiques a Catalunya

BIAIX



- Planificament i resolució de problemes en les matemàtiques escolars: Són apropiades les sèries de Polya per a les matemàtiques escolars del segle XXI?
Ken Clements
- El paper dels esquemes en la resolució de problemes d'contextual verbal
Pearla Nishi
- Les "col·leccions de problemes" en llibres de text de matemàtiques com un indicador del canvi
M^a Luz Calleja
- Situacions-reals, una manera d'organitzar els problemes de matemàtiques
Anna Pali i Francesc Barrell

Preu exemplar: 750 pta Número 13, Novembre 1998

NÚMEROS

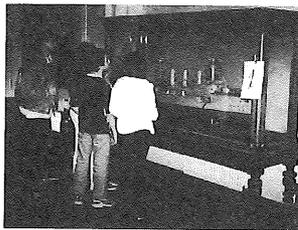
Revista de didàctica de las matemáticas
Diciembre de 1998 Volumen 36



Sociedad Canaria 'Isaac Newton' de Profesores de Matemáticas

Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas
EMMA CASTELNUOVO

Nº 13 - Otoño 1998



Epsilon

NUMERO MONOGRAFICO
«11 LECCIONES DE MATEMATICAS»



- Una lección de variable compleja con mathematica
José Ramírez Labrador
- Matrología de frecuencia y frecuencia
CN. Dr. D. Rafael Bolívar Cortés-Roca
- El problema del correo chino
F. Fernández García
J. Puerto Abandó
- Algunas «aplicaciones» del álgebra
Agustín de la Vía
- La utilización en la enseñanza no universitaria de algunos resultados no elementales
Joaquín Hernández
- Geometría y álgebra computacional
Franco J. de Castro Jiménez
- Geometría y relatividad. Una introducción a la geometría básica de la teoría
Antonio Romero
- El trabajo de los días
José Miguel Pacheco Carleao

REVISTA DE LA S.A.E.M. «THALES» / Nº 41 / VOLUMEN 14(2)