

SUMA 30

febrero 1999, pp. 37-45

Evolución de las destrezas básicas para el cálculo y su influencia en el rendimiento escolar en matemáticas

Santiago Hidalgo Alonso**Ana Maroto Sáez****Andrés Palacios Picos**

SON de candente actualidad los informes negativos respecto del rendimiento de los escolares españoles en Matemáticas. Según un estudio reciente del Ministerio de Educación «los alumnos no dominan las Matemáticas» (MEC, 1997). Datos recogidos con una muestra de escolares de 12 años por investigadores del INCE permitirían afirmar que más de la mitad de los chicos y chicas de este país tienen problemas importantes de comprensión en dicha asignatura. Nada novedoso, por otra parte, puesto que este fenómeno es una constante en los últimos años.

Así, en 1981, J. Delval y otros (1981) elaboran un estudio: «La conexión de la enseñanza de la Matemática y la Física en la 2.^a etapa de EGB» en el que constatan un bajo nivel en esos escolares y una gran desconexión entre la realidad y la enseñanza en Matemáticas presentando un elevado confusiónismo en los conceptos aprendidos.

Posteriormente, J. Arnal (1985), una vez puestos en funcionamiento los programas renovados para el Ciclo Medio de EGB, realiza un extenso trabajo sobre el rendimiento en Matemáticas en ese ciclo, en el que demuestra un bajo aprovechamiento matemático de esos escolares. En esta línea de trabajo se encuentra otro estudio: «Pruebas de diagnóstico cualitativo para el rendimiento aritmético en el 3.^{er} curso de EGB» realizado por M. García y otros (1983) en los que se proponen una modificación en el tipo de pruebas matemáticas que deben realizar los escolares para aumentar el rendimiento en esta disciplina. Más recientemente, y con la entrada en vigor de la nueva ley orgánica de educación (LOGSE), surgen estudios comparativos respecto del nivel de conocimientos matemáticos de los escolares. L. Balbuena y otros (1994) efectúan un trabajo, «Prueba sondeo sobre conocimientos matemáticos», en el que tomando como punto de partida los resultados obtenidos en 1978 por una muestra de escolares de

Los factores que determinan el rendimiento escolar en matemáticas son diversos. En el presente artículo se analiza la importancia que, a este respecto, tienen ciertas aptitudes básicas y se estudia su evolución en los últimos años en una muestra de escolares de tercer ciclo de Primaria. Nuestros datos confirman que los alumnos calculan ahora con mayor lentitud y mayores errores que antes pero han aumentado sus aptitudes espaciales. Todo esto afectaría al rendimiento en matemáticas de manera bien diferente.

ARTÍCULOS

los primeros cursos de BUP y FP en una determinada prueba de conocimientos matemáticos los comparan con los obtenidos en 1994 constatando un acusado retroceso y una notable torpeza en el manejo de conceptos que deberían conocer con soltura.

Como han señalado correctamente algunos autores (Rico y otros, 1983), parece que estamos en presencia de un problema siempre vigente. Periódicamente cunde la voz de alarma de un descenso considerable en los rendimientos en Matemáticas; entonces, se intensifican las recomendaciones, aparecen nuevos materiales y se redactan listas de objetivos, destrezas y dificultades con las correspondientes estrategias. Pasado el susto, y con la recomposición del programa aritmético escolar enmendado en algún que otro punto, la inercia y estabilidad vuelven a adueñarse del trabajo en el aula, continuando con los mismos conocimientos salvo ligeras modificaciones, la mayor parte de ellas de vocabulario.

Buscar la causa de esta situación no es sencilla por una razón muy simple: estamos en presencia de un problema complejo. Esta complejidad del problema se pone de manifiesto al considerar el número de variables que intervienen. Se combinan factores de política educativa, de entre los que destacan los vaivenes ministeriales con respecto a qué tipo de matemáticas hay que enseñar, con qué método y con qué secuenciación, junto a otros de tipo epistemológicos (García y otros, 1984) o los más directamente relacionados con el propio alumno y la sociedad que le ha tocado vivir (Peralta, 1995; Hidalgo y otros, 1997a; Hidalgo y otros, 1997b), por citar sólo algunos.

Planteamiento: las aptitudes humanas, el modo de vida y su influencia en el rendimiento escolar en Matemáticas

En el trabajo que presentamos a continuación ponemos el énfasis en estos últimos factores centrados en el alumno y su entorno social. Nuestro planteamiento puede ser resumido de la siguiente manera: *en lo que respecta a las Matemáticas, los alumnos trabajan peor ahora que antes porque los alumnos de ahora operan con mayor lentitud y con más errores que antes.*

No es nuestro objetivo analizar en estos momentos las causas de esta situación, pero no nos resistimos a señalar algunas ideas al respecto.

Según un estudio del Consejo de Europa citado por Ferrés (1994), los jóvenes europeos pasan una media de 25 horas semanales ante el televisor. La TV y, en general, los medios de comunicación de masas imponen al espectador sus propias reglas y lenguajes. El televidente se acomoda de forma pasiva al aluvión de cosas que se le vienen enci-

*Periódicamente
cunde la voz
de alarma
de un descenso
considerable en
los rendimientos
en Matemáticas;
entonces,
se intensifican las
recomendaciones,
aparecen nuevos
materiales
y se redactan
listas de objetivos,
destrezas
y dificultades
con las
correspondientes
estrategias.*

ma según el estilo y modo que el creador del programa haya pensado.

Como dice McLuhan (1964), cualquier invención técnica puede ser considerada como una extensión o prolongación de alguna facultad humana. Pero los medios no modifican sólo una facultad. Al modificar esta facultad, a través del mensaje al que la someten, acaban modificando todo el complejo físico y psíquico de la persona.

Aunque puede resultar difícil demostrarlo, es fácil descubrir la dirección de este cambio: ausencia de pensamiento reflexivo, gusto por la hiperestimulación sensorial (sobre todo icónica), pasividad, poco gusto por la lectura (lectores perezosos), potenciación de los procesos de reconocimiento sobre los de conocimiento, parcelación de la realidad («cultura mosaico»)...

Pero la TV y los medios de comunicación no son los únicos que están produciendo cambios importantes. Las máquinas electrónicas, los ordenadores, los juegos electrónicos de bolsillo y las calculadoras están cambiando áreas, modos de trabajo y ocio que, en el caso que nos ocupa de las Matemáticas, puede tener una gran importancia. «Ya casi nadie sabe hacer raíces cuadradas», se dice con frecuencia. Pero tampoco operar con decimales o dividir por más de tres cifras.

Ahora se opera con lentitud y con errores. Nuestros escolares, por ejemplo, dependen en grado preocupante de las calculadoras. Basta poner unas pocas «cuentas» para comprobar lo acertado de lo que acabamos de decir.

Si las calculadoras han invadido el mundo del cálculo y de la operación, el juego electrónico de bolsillo ha conquistado el ocio de nuestros pequeños. Desde muy temprano, estos hermanos pobres de los juegos de ordenador se convierten en acompañantes de los ratos libres de una gran parte de nuestra juventud. Juegos tan populares como el «tetris» sirven de entretenimiento y diversión a amplias capas de la población que pasa muchas horas

(quizá demasiadas) intentando colocar ese «ladrillo electrónico» sobre el muro de su visor portátil.

Sabemos que las aptitudes humanas no son estáticas. Aumentan o disminuyen en función del tipo de ejercicio mental que se realice. Si como hemos indicado anteriormente, nuestros alumnos no se ejercitan en destrezas de cálculo simple es lógico pronosticar un importante descenso de estas destrezas.

Del mismo modo, no es difícil imaginar que, si nuestros alumnos dedican parte de su ocio a jugar al «tetris», estén desarrollando, sin querer, ciertas aptitudes espaciales; al menos, las relacionadas con la capacidad de mover imaginariamente figuras geométricas en el espacio.

Podríamos decir, pues, que de ser ciertas nuestras previsiones, los nuevos tiempos y los nuevos hábitos estarían desarrollando ciertas aptitudes y atrofiando otras.

Este cambio en la estructura aptitudinal tendría un fiel reflejo en el rendimiento escolar. Más concretamente en el caso de las Matemáticas, podríamos suponer que se ha producido una disminución en las destrezas para el cálculo elemental por el uso abusivo de las máquinas de calcular y un desarrollo de las aptitudes espaciales como consecuencia de la frecuente utilización de máquinas de juego con importante presencia de lo «espacial».

Es un objetivo de nuestro trabajo presentar datos que demostrarían este cambio en el perfil aptitudinal de nuestros alumnos y alumnas. Dichos datos los exponemos en la primera parte del artículo. Dejamos para una segunda parte el análisis de la importancia que estos factores, que suponemos cambiantes, tienen en el rendimiento en Matemáticas.

Parte primera: evolución de las aptitudes básicas para las Matemáticas

Hipótesis

Como hemos indicado anteriormente, es nuestra intención poner a prueba la

...podríamos suponer que se ha producido una disminución en las destrezas para el cálculo elemental por el uso abusivo de las máquinas de calcular y un desarrollo de las aptitudes espaciales como consecuencia de la frecuente utilización de máquinas de juego con importante presencia de lo «espacial».

afirmación antes comentada de que algunas destrezas básicas para las Matemáticas se han desarrollado en los últimos años de manera diferente. Más concretamente, suponemos que nuestros alumnos cada vez operan peor en cálculos sencillos y trabajan mejor en lo relacionado con lo espacial.

Materiales y pruebas

Para poder contrastar estas hipótesis nos hemos servido de un test factorial con cinco subescalas de las que ahora comentamos los datos obtenidos con sólo dos. Este tipo de pruebas estandarizadas de uso frecuente en orientación escolar son una fuente de datos bastante peculiar para el tema que nos ocupa. Muchas de ellas se llevan utilizando desde hace bastantes años y se siguen aplicando los mismo baremos que se encontraron entonces con muestras de escolares.

Si suponemos que esos baremos eran representativos de la población escolar de aquel entonces, disponemos como de una fotografía de cuán rápidos y eficaces eran dichos escolares. Faltará hacer una nueva fotografía de los actuales y comprobar si son más veloces en la realización de cálculos elementales. Necesitamos, en resumen, una nueva muestra representativa de escolares y de ella un nuevo baremo que nos permita realizar inferencias estadísticas de diferencia entre ambas.

De las diferentes pruebas o test estandarizados nos hemos servido, en esta ocasión, del denominado test «AMPE-F» o test factorial de inteligencia (Secadas, 1986); más concretamente de las escalas «N» o de cálculo y «E» o espacial. Se trata de un test fiable y de alta validez y del que se poseen baremos de años pasados. Es, además, una forma paralela de otro muy conocido como es el PMA de Thurstone, lo que facilita la medición en varios momentos con pruebas diferentes aunque idénticas sin los efectos del aprendizaje y/o de la memoria.

La subescala numérica mencionada está compuesta por un conjunto de operaciones sencillas; todas ellas sumas de cuatro sumandos de no más de dos dígitos. La tarea consiste en revisar estas operaciones e indicar si el resultado es correcto. Hay un tiempo límite, por lo que se mide eficacia (se restan los errores) y rapidez (cuantas más sumas comprobadas, mejor puntuación). La subescala «E» o de aptitudes espaciales consta de 20 elementos, cada uno de los cuales presenta un modelo geométrico plano y seis figuras similares; el sujeto debe determinar, en un tiempo determinado, cuáles de estas últimas, presentadas en diferentes posiciones, coinciden con el modelo aunque hayan sufrido algún giro sobre el mismo plano.

Muestra

La muestra que hemos utilizado en esta investigación está compuesta por un total de 440 alumnos de 6 colegios,

públicos y privados (concertados), de Segovia capital del tercer ciclo de Primaria (5.º y 6.º). Su distribución por cursos y edades la mostramos en la tabla 1.

Edad	N.º alumnos	Curso	N.º alumnos
10	113	5.º	237
11	197	6.º	203
12	130	total	440

Tabla 1. Distribución de la muestra por edades y cursos

Resultados

Los resultados de las pruebas de rapidez de cálculo los presentamos resumidos en la tabla adjunta. En él, además de los resultados obtenidos con nuestros escolares, hemos anotado los encontrados con la misma prueba en el año 1989.

	10 años		11 años		12 años	
	1989	1996	1989	1996	1989	1996
Media	17,00	13,18	19,00	13,19	21,00	14,10
D. típ.	7,03	5,33	5,33	6,05	5,21	5,94
Tamaño	112	113	445	197	1.121	130

Tabla 2. Datos más relevantes del test de cálculo

La comparación entre unos y otros datos arroja resultados claros: *hay un retroceso en el rendimiento de las pruebas de rapidez de cálculos elementales, en los tres grupos de edad estudiados.*

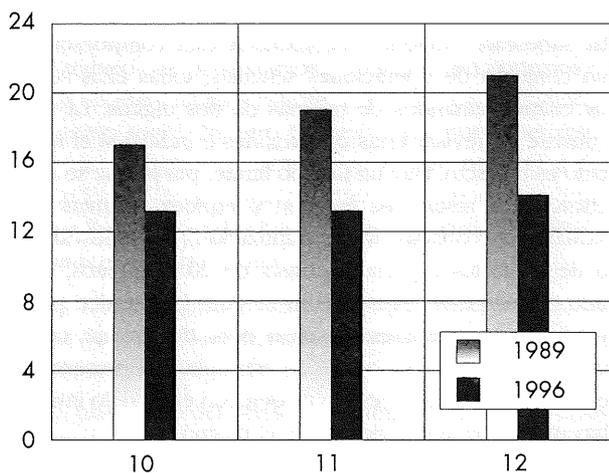


Gráfico 1. Medias en el test de cálculo por años y edades (años 1989-1996)

Se observa, asimismo, una importante tendencia a decrecer los rendimientos comparados a medida que aumenta la edad de los alumnos: la diferencia entre una media y otra a la edad de 10 años es de algo menos de 4 unidades, esta misma diferencia es de algo menos de 6 unidades a los 11 años y aumenta a las 7 unidades a los 12 años. En otras palabras, asistimos a un retroceso en la rapidez de cálculo de nuestros alumnos comparados con otras generaciones más acusado a medida que aumenta la edad. En términos gráficos, se produce un desplazamiento a la izquierda de la distribución de las puntuaciones en la prueba de rapidez de cálculo correspondiente al año 1996.

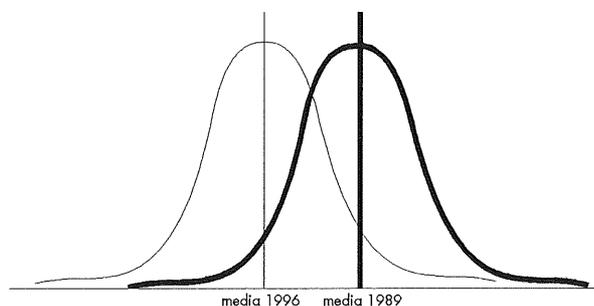
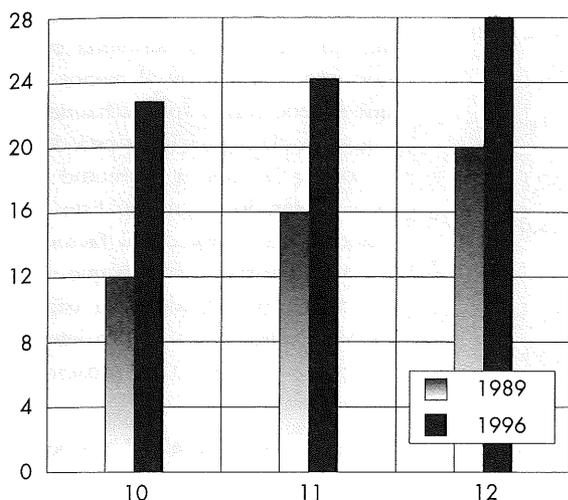


Gráfico 2. Distribución de los resultados del test de aptitudes numéricas (años 1986-1996)

Los resultados de la prueba espacial los presentamos resumidos por edades en el siguiente cuadro:

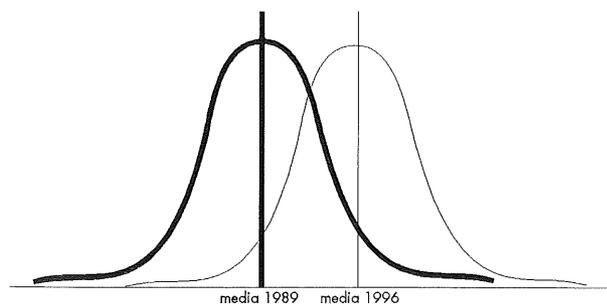
	10 años		11 años		12 años	
	1989	1996	1989	1996	1989	1996
Media	12,00	22,81	16,00	24,22	20,00	28,18
D. típ.	11,02	10,65	10,13	13,00	7,28	15,44
Tamaño	112	113	445	197	1.121	130

Tabla 3. Datos más relevantes del test espacial



Gráfica 3. Medias en el test de aptitudes espaciales por años y edades (años 1989-1996)

Se constata en los tres grupos de edad una mejoría ostensible en los niveles aptitudinales espaciales que oscila entre los 8 y 10 puntos. Podemos representar de forma gráfica este resultado de la siguiente manera:



Gráfica 4. Distribución de los resultados del test de aptitudes espaciales (años 1986-1996)

Conclusiones

Como habíamos supuesto, los datos obtenidos podrían apoyar la hipótesis de un importante cambio en los perfiles aptitudinales de los escolares actuales.

La dirección del mismo dependería del factor considerado: aumento del valor promedio en los espaciales, disminución en la rapidez de cálculo. Lo que confirmaría nuestros planteamientos iniciales.

Segunda parte: aptitudes básicas y rendimiento en Matemáticas

Hipótesis

Como hemos sugerido en la primera parte, existen indicios razonables de la importancia de ciertas destrezas básicas para el rendimiento en matemáticas.

La relación entre la rapidez de cálculo y las Matemáticas ha sido asumida en los ambiente psicológicos desde hace tiempo (Yela, 1963). Desde los primeros estudios de los teóricos del análisis factorial (Thurstone, 1941) hasta nuestros días se ha dado gran importancia a la rapidez de cálculo como determinante de las aptitudes para las matemáticas. Tanto es así, que en la mayoría de los test empleados para medir dicha capacidad matemática general se utilizan ejercicios simples de sumas en los que, además de la eficacia, se mide la rapidez. En estos casos, la rapidez de cálculo se confunde con las aptitudes para las matemáticas y se habla indistintamente de «aptitudes matemáticas» o de «rapidez de cálculo».

A continuación ponemos a prueba una hipótesis tan simple como limitada en cuanto a la explicación de los bajos rendimientos en Matemáticas: *los alumnos rinden menos ahora que antes porque los alumnos de ahora operan con mayor lentitud y con más errores que antes y esto influye en el rendimiento final en Matemáticas.*

Recordamos que parte del enunciado ha sido analizado en la primera parte. Nos quedaría por demostrar que existe alguna relación entre estas destrezas y una prueba de conocimientos matemáticos. Establecida esta relación, estaremos en condiciones de concluir que, dado que hay una relación significativa entre aptitudes básicas y rendimiento en Matemáticas y que hay un claro retroceso en esas destrezas básicas en nuestros alumnos, este descenso aptitudinal podría explicar, al menos en parte, los bajos rendimientos en Matemáticas.

Material

Además del test analizado en la primera parte, en esta segunda cada alumno ha realizado una prueba de conocimientos matemáticos. Estas pruebas, una para 5.º y otra para 6.º de Primaria, pretenden medir el número de contenidos del temario del curso anterior que domina un alumno al comienzo del curso siguiente. Los ejercicios propuestos en esta prueba de conocimientos han sido elaborados teniendo en cuenta la siguiente distribución:

- a. Ejercicios de «cálculo directo»: Su resolución únicamente requiere la aplicación directa de operaciones aritméticas elementales.
- b. Ejercicios de «comprensión lógica»: Su resolución requiere un proceso previo de comprensión y de deducción lógica para finalmente realizar el cálculo directo sobre los datos deducidos en el proceso de comprensión.
- c. Ejercicios de «comprensión reglada»: Su resolución requiere un doble proceso previo antes de la ejecución: la comprensión y el conocimiento de los conceptos y reglas matemáticas marcados en este nivel educativo.
- d. Ejercicios de tipo «geométrico»: Su resolución requiere únicamente aplicar nociones topológicas y geométricas.

Muestra

La misma que en la parte primera

Resultados

Los resultados de las correlaciones entre las subescalas «N» y «E» del test factorial y las pruebas de conocimientos matemáticos los resumimos en la tabla 4 en la que, además, hemos calculado y anotado el coeficiente de determinación.

	Aptitudes numéricas				Aptitudes espaciales			
	Edad				Edad			
	10	11	12	todas	10	11	12	todas
Correlación	0,25	0,46	0,52	0,43	0,30	0,24	0,34	0,37
C. determin.	0,06	0,21	0,27	0,18	0,09	0,06	0,11	0,14

Tabla 4. Correlaciones entre aptitudes numéricas y espaciales y una prueba de conocimientos matemáticos

Las cuantías de las correlaciones son en todos los casos significativas estadísticamente. Un análisis más pormenorizado evidencia una correlación menor en las aptitudes espaciales (exceptuando en el grupo de edad de 10 años). Además, no se aprecian diferencias destacables en cuanto a la edad. No sucede así con la rapidez de cálculo: la correlación aumenta a medida que lo hace la edad. Es decir, la covariación entre conocimientos y destrezas se hace más intensa en las edades mayores de las contempladas (concretamente pasa a ser 0,52 a los 12 años). Con este último dato y el coeficiente de determinación correspondiente en la mano, podemos decir que algo más del 25% de los resultados de la prueba de conocimientos están determinados por las puntuaciones obtenidas en una prueba de rapidez de cálculos elementales y sencili-

llos. Aplicando este razonamiento al ámbito escolar nos permitiría concluir que una cuarta parte al menos de lo que sucede con el aprovechamiento en una clase de Matemáticas está determinado por la rapidez o lentitud con la que operan los alumnos. Este mismo razonamiento aplicado al factor espacial nos llevaría a concluir que un 15% del resultado obtenido en la asignatura de Matemáticas podría estar determinado por las capacidades espaciales de los alumnos.

Un análisis más detallado nos permitirá confirmar este dato y conocer otros nuevos. Para ello, hemos calculado las medias de las puntuaciones en el test de aptitudes numéricas agrupando a los alumnos por el número de aciertos en los diferentes tipos de ejercicios de la prueba de conocimientos (cálculo directo, comprensión lógica, comprensión reglada y geométricos). El objetivo de este análisis es cuantificar el peso que las destrezas básicas para el cálculo elemental tienen en cada uno de estos tipos de ejercicios. Comprobar si, por ejemplo, la rapidez de cálculo afecta por igual a la solución de problemas lógicos que a uno de tipo geométrico.

Los resultados los resumimos en la tabla 5. A la luz de los cuales podemos establecer como regla general que, la rapidez de cálculo se distribuye de forma tal que los mejores resultados en dichas pruebas se acompañan de los mejores resultados en la prueba de conocimientos independientemente del tipo de ejercicio. De modo contrario, los alumnos y alumnas con bajas puntuaciones en las pruebas de destrezas básicas tienden a obtener bajas puntuaciones en todos los ejercicios de la prueba de conocimientos. Dichas aptitudes numéricas actuarían como un factor general de aprovechamiento en matemáticas presente en todo tipo de ejercicios y problemas. Conclusión que podemos ratificar tomando en cuenta las correlaciones encontradas entre los resultados del test y las puntuaciones en las diferentes pruebas de conocimientos (tabla 6).

... una cuarta parte al menos de lo que sucede con el aprovechamiento en una clase de Matemáticas está determinado por la rapidez o lentitud con la que operan los alumnos.

... y un 15% del resultado podría estar determinado por las capacidades espaciales de los alumnos.

N.º aciertos conocim.	Tipos de ejercicios de la prueba de conocimientos							
	C. reglada		Geometría		Cálculo		C. lógico	
	5.º	6.º	5.º	6.º	5.º	6.º	5.º	6.º
0	9,40	7,00	11,00	12,35	6,86	9,08	9,37	7,87
1	12,16	8,75	10,42	13,57	12,05	10,93	11,71	10,74
2	11,50	11,72	11,15	13,00	11,28	11,52	12,69	13,62
3	13,59	12,55	12,17	14,07	12,27	11,20	14,63	16,08
4	13,78	11,82	14,65	14,54	13,24	14,39		
5	12,10	15,66	13,11	14,61	12,97	15,63		
6	19,00	14,15	16,12	19,00	13,36	16,85		
7		17,73					16,95	19,08
8		18,00					16,53	16,50
9								23,00
F	2,10	5,07	3,51	0,61	4,96	8,35	4,49	14,78
sg	0,054	0,000	0,002	0,710	0,000	0,000	0,004	0,000

Tabla 5. Medias en el test de aptitudes numéricas según el resultado obtenido en las pruebas de conocimiento

Sin embargo, las diferencias entre las medias en el test y las pruebas de conocimiento no son en todos los tipos de ejercicios de igual magnitud encontrándose, incluso, diferencias no significativas.

Con respecto a los resultados en el test de aptitudes numéricas cruzados con los resultados en los ejercicios de «comprensión reglada» encontramos que las diferencias entre las medias en el 5.º curso no son significativas. La correlación entre los resultados de los problemas de cálculo con reglas y el test de aptitudes en este mismo curso es la más baja encontrada (no significativa estadísticamente). En otras palabras, los alumnos de 5.º que solucionan correctamente este tipo de problemas pueden tener una puntuación alta, media o baja indistintamente en el test de aptitudes numéricas. De igual modo, los alumnos que no resuelven correctamente ejercicios de «comprensión reglada» pueden alcanzar en el test cualquier puntuación.

Sin embargo, estos resultados no se obtienen en 6.º curso de Primaria. Ahora, la correlación entre una y otra variable es alta y la diferencia de medias es significativa.

	D	CR	G	C	CL
Destrezas (D)					
5.º Primaria	1,00				
6.º Primaria	1,00				
C. reglado (CR)					
5.º Primaria	0,148	1,00			
6.º Primaria	0,361	1,00			
Geometría (G)					
5.º Primaria	0,249	0,266	1,00		
6.º Primaria	0,116	0,166	1,00		
Cálculo (C)					
5.º Primaria	0,338	0,278	0,431	1,00	
6.º Primaria	0,501	0,470	0,236	1,00	
C. lógica (CL)					
5.º Primaria	0,229	0,147	0,280	0,251	1,00
6.º Primaria	0,417	0,277	0,111	0,397	1,00

Tabla 6. Correlaciones entre tipos de ejercicios y destrezas básicas

Esta discrepancia en los resultados pudiera deberse a las diferencias de las pruebas de conocimiento. Concretamente, nos referimos al diferente grado de dificultad de este tipo de ejercicios (consultar tabla 7). Si para la solución de un problema se requiere el conocimiento de una determinada regla matemática y se desconoce, poco puede importar si se calcula con lentitud o rapidez o si se tienen destrezas básicas mucho o nada desarrolladas. En este sentido, los ejercicios de 5.º son de mayor dificultad al estar implicados en su solución correctas reglas matemáticas sin las cuales nada o poco se puede hacer; cosa que no sucede con los ejercicios de 6.º curso, al menos en la misma medida.

	C. reglado			Geometría			Cálculo			C. lógico		
	O	A	E	O	A	E	O	A	E	O	A	E
5.º	46	41	13	27	58	15	39	50	11	29	66	5
6.º	43	50	7	37	48	15	29	41	30	26	72	2

Tabla 7. Dificultad de los ejercicios de las pruebas de conocimientos (O = omisión; A = acierto; E = error)

Igual disparidad de resultados se obtiene al analizar los ejercicios que hemos denominado «geométricos». Al considerar los resultados de 5.º de Primaria las diferencias de las medias en el test de aptitudes agrupando los alumnos por el número de ejercicios resueltos correctamente son significativos estadísticamente; dato que además queda ratificado por la correlación obtenida entre ambas variables ($r = 0,25$). Con lo cual podríamos concluir que en 5.º de Primaria los alumnos que obtienen buenos resultados en el test de destrezas básicas suelen acertar un número elevado de ejercicios de tipo geométrico y, por el contrario, los alumnos con bajas puntuaciones en aptitudes numéricas suelen tener problemas en la solución de cuestiones de geometría.

Resultado que, sin embargo, no se obtiene cuando analizamos los obtenidos en 6.º de Primaria. Ahora, ni la diferencia entre las medias ni la correlación son significativas estadísticamente hablando.

Como en el caso de los ejercicios de «cálculo con reglas», habría que buscar la posible explicación de esta disparidad en la propia naturaleza de las pruebas de conocimientos más que en factores aptitudinales o matemáticos. Concretamente, la dificultad de una y otra prueba podría ser, otra vez, un elemento importante para explicar dicha discrepancia. En 5.º de Primaria el porcentaje de acierto de los ejercicios de geometría se sitúa alrededor del 60%; en las pruebas de 6.º, ese mismo porcentaje baja hasta un 30% de aciertos. Con una tan diferente dificultad no es fácil realizar comparaciones. Por ello, dentro de lo arriesgado que es hacer una conjetura al respecto, podríamos esta-

blecer como explicación de esta discrepancia que, cuando los ejercicios de geometría son fáciles, el factor aptitudinal es importante (lo que discrimina realizar bien las pruebas no son los conocimientos en sí, sino las destrezas básicas). Por el contrario, cuando la dificultad de los ejercicios geométricos es alta, no intervienen como elementos de éxito la posesión de buenas destrezas de cálculo.

Por último, los resultados obtenidos en los ejercicios de «cálculo directo» permiten afirmar que existe una importante relación entre dichos tipos de ejercicios de cálculo directo y las destrezas básicas para las Matemáticas. Las diferencias de medias en los dos cursos y las correlaciones entre ambos factores son significativas (a medida que aumentan las puntuaciones en el test, aumenta el rendimiento en ejercicios de «cálculo directo» y viceversa).

Encontramos, también, una correlación importante y significativa entre las destrezas básicas y los problemas que hemos denominado de «comprensión lógica» mucho más elevada en los alumnos mayores

Conclusiones

Las correlaciones encontradas nos permiten afirmar que existe una significativa relación entre una prueba de conocimientos matemáticos y ciertas aptitudes básicas. Además, la mayor o menor importancia de las aptitudes para el cálculo elemental en el aprovechamiento en Matemáticas dependerá del peso que tengan en la asignatura aspectos tan diferentes como la Geometría, el dominio de reglas para la solución de problemas, el énfasis en el planteamiento y solución de problemas lógicos o la importancia del cálculo.

Aunque existen algunas diferencias por la edad, podemos establecer como regla general que los alumnos con bajas aptitudes para el cálculo elemental o con pocas destrezas por falta de ejercitación en dichas operaciones tendrán un menor aprovechamiento en Matemáticas, mucho más acusado si el pro-

Las correlaciones encontradas nos permiten afirmar que existe una significativa relación entre una prueba de conocimientos matemáticos y ciertas aptitudes básicas.

grama escolar se sustenta en problemas con operaciones, algo menor si estos problemas se fundamentan en el conocimiento de reglas, acusado si existe una parte importante de problemas con solución lógica y casi inapreciable cuando se trate de un programa con contenidos geométricos.

En todo caso, la importancia de estas aptitudes para el cálculo como factor de rendimiento matemático crece significativamente con la edad.

Discusión general

Los datos que hemos obtenido en el presente trabajo permitirían enunciar un principio general que venimos repitiendo desde el comienzo: nuestros alumnos operan ahora con mayor dificultad que hace unos años y esto, a su vez, pudiera estar influyendo negativamente en el aprovechamiento escolar en Matemáticas. La correlación obtenida en algún grupo de edad, los de 12 años concretamente, nos permitiría concluir, incluso, que una cuarta parte al menos de lo que sucede con el aprovechamiento en una clase de Matemáticas está determinado por la rapidez o la lentitud con la que operan los alumnos y alumnas. Los efectos de esta merma en las aptitudes básicas serán más o menos acusados en el trabajo de aula en la medida en que en las programaciones exista una mayor o menor presencia de ejercicios de cálculo.

En situación bien distinta se encontrarían las aptitudes espaciales. Su aumento con respecto a años atrás es tan espectacular como el descenso de las destrezas del cálculo. Sin embargo, el peso que este factor tiene en el aprovechamiento escolar en Matemáticas es menor, debido, seguramente, a la menor presencia de todo lo espacial y geométrico en los programas de los cursos estudiados.

Ante estos dos hechos se nos ocurren dos direcciones en las que trabajar. En una, los currículos de Primaria deberían adaptarse a los cambios que parece se están produciendo en el perfil aptitudi-

*Su aumento
[las aptitudes
espaciales]
con respecto
a años atrás es
tan espectacular
como el descenso
de las destrezas
del cálculo.*

Santiago Hidalgo
Ana Maroto
Andrés Palacios
Escuela de Magisterio
de Segovia.
Universidad de Valladolid

nal de los alumnos. Concretamente, sería necesario potenciar todo lo «espacial» de las Matemáticas. Y en la otra dirección, sería interesante incluir en la programación didáctica un tiempo y un espacio en el que el alumno, sin ningún instrumento de cálculo, pudiera ejercitarse en estas destrezas para el cálculo elemental de forma constante y continuada.

Hacia estas dos direcciones se encaminan actualmente nuestras investigaciones convencidos plenamente de que la ejercitación en estas operaciones matemáticas elementales junto a esa «geometrización de la aritmética» nos acercan a elementos determinantes de la comprensión y asimilación de las Matemáticas en Primaria.

Referencias bibliográficas

- AMPE (1979): *Aptitudes mentales primarias: test PMA*, TEA, Madrid.
- BALBUENA, L., D. DE LA COBA y A. I. DE LIS (1994): «Prueba sondeo sobre conocimientos matemáticos», *Números*, n.º 24.
- CASTRO, E., L. RICO y E. CASTRO (1987): *Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar*, Síntesis, Madrid.
- CASTRO, E. (1994): *Exploración de Patrones Numéricos mediante Configuraciones Puntuales*, Tesis Doctoral, Universidad de Granada, Granada.
- CHAMARRO, M. C. (1996): «El currículum de medida en educación primaria y ESO y las capacidades de los escolares», *Uno*, n.º 10.
- DELVAL, J. (1981): *La conexión de la enseñanza de las Matemáticas y la Física en la segunda etapa de EGB*, ICE- UAM, Madrid.
- FERRÉS, J. (1984): *Educación y televisión*, Paidós, Buenos Aires.
- GARCÍA, M., P. PINILLA y M. T. RAMÍREZ (1984): «Pruebas de diagnóstico cualitativo para el rendimiento aritmético en el tercer curso de EGB», *Actas IV JAEM*, Santa Cruz de Tenerife.
- HIDALGO, S., A. MAROTO y A. PALACIOS (1997a): «Evolución de la rapidez de cálculo y su influencia en los currícula de Primaria», *Actas del II Congreso sobre el currículum y la formación de profesores de Matemáticas*, León.
- HIDALGO, S., A. MAROTO y A. PALACIOS (1997b): «Algunas hipótesis sugestivas sobre la influencia de los nuevos modos de vida en el rendimiento en Matemáticas», *Congreso Internacional Pedagogía 97*, La Habana (Cuba).
- KAZUKO, C. (1994): *El niño reinventa la aritmética*, Aprendizaje-Visor, Madrid.
- MCLUHAN, M. (1964): *Comprender los medios*, Paidós, Buenos Aires.
- MEC (1997): *Lo que aprenden los niños de Primaria. Evaluación de la Educación Primaria*, MEC, Madrid.
- NEUMAN, D. (1996): «¿Existen problemas específicos en los primeros cursos de la escuela», *Uno*, n.º 9.
- PERALTA, J. (1995): *Principios didácticos e históricos para la enseñanza de las Matemáticas*, Huerga y Fierro, Madrid.
- SECADAS, F. (1986): *Test factorial de inteligencia AMPE-F*, TEA, Madrid.
- THURSTONE, Th. G. (1941): «Primary mental abilities of children», *Educational and Psychology*, 1.
- VV. AA. (1979): *Aptitudes mentales primarias: test PMA*, TEA, Madrid.
- YELA, M. (1963): «Los factores de orden superior en la estructura de la inteligencia», *Revista de Psicología General y Aplicada*, XVIII.

INFORMACIÓN SOBRE EDUMAT

EDUMAT es una lista de distribución dirigida a los profesionales de la enseñanza de las matemáticas de todos los niveles educativos (infantil, primaria, secundaria, universidad,...).

Algunos **objetivos** de la lista en relación con la educación matemática son:

- Servir de foro de debate y colaboración de los enseñantes de las matemáticas en torno a las ideas y planteamientos sobre la educación matemática.
- Ser un centro difusor de informaciones de carácter general y específico sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (congresos, conferencias, seminarios, jornadas, publicaciones en papel o electrónicas,...).
- Lugar de discusión sobre trabajos de investigación en didáctica de las matemáticas.
- Ser un centro de intercambio de experiencias e innovaciones educativas en el campo de las matemáticas, prestando un especial interés a la introducción de la informática e Internet en el aula de matemáticas.
- Ser, en resumidas cuentas, un espacio abierto de comunicación entre todas las personas interesadas en la continua mejora y progreso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos.

Cualquier tema relacionado con la educación matemática tiene cabida en esta lista. La matemática recreativa, la historia de las matemáticas y su uso en la enseñanza, la filosofía de las matemáticas y de la educación matemática, la popularización y divulgación de las matemáticas, la etnomatemática,... tienen también su sitio en la lista EDUMAT.

El ámbito de la lista es internacional y la lengua preferente el castellano y cualquier otro idioma latino (catalán, gallego, portugués, italiano y francés). Se aceptarán sin problemas textos escritos en euskera e inglés, siempre que vayan acompañados de su correspondiente traducción.

Para suscribirse a Edumat sólo se debe enviar la orden:

Orden: suscribe EDUMAT Nombre Apellidos

Ejemplo:

To: LISTSERV@LISTSERV.REDIRIS.ES

Subject:

suscribe EDUMAT Nombre Apellidos

En Subject no hay que escribir nada. A partir de aquí hay que responder a un mensaje de confirmación que envía el administrador de Rediris.

Dirección de la página web: <http://www.rediris.es/list/info/edumat.html>

EUCLIDES

*Revista de Ciencias Exactas,
Físico-Químicas y Naturales.*



AÑO 1 NÚM. 1 1941

REDACCIÓN Y ADMINISTRACIÓN: Avda. Sáenz, 8-7 - MADRID - Teléfono 2119

Euclides

Año I, NÚM. 1

1941