

Construyendo medio cubo

Ángel Gutiérrez Rodríguez y Adela Jaime Pastor

Resumen

En este artículo presentamos diversas actividades a realizar con el cubo, que permiten el descubrimiento de características de la estructura de ese cuerpo y el desarrollo de destrezas en geometría tridimensional, tales como visualización, congruencias y simetrías en el espacio. Los niveles a los que están dirigidas abarcan las enseñanzas Elemental (Ciclo Superior), Media y Escuelas de Magisterio.

Los currícula actuales de enseñanzas Elemental y Media no realizan un desarrollo suficiente de la geometría tridimensional y, salvo algunos casos especiales, no abordan el desarrollo de la visión espacial del estudiante.

El cubo es una figura interesante para ser trabajada desde los primeros cursos de EGB; resulta familiar a los niños desde una edad temprana, presenta una amplia diversidad de posibilidades de manipulación y permite investigar en el aula y deducir gran variedad de propiedades.

Las actividades con cubos se pueden dividir básicamente en dos clases:

— Construcción de figuras con cubos (por ejemplo, policubos, que son los equivalentes tridimensionales de los poliominoes).

— Descomposición de un cubo en diferentes partes, lo cual permite la construcción de otras figuras (por ejemplo, somas y puzzles semejantes a los tangrams planos).

Las actividades que presentamos a continuación forman parte del segundo tipo y las consideramos adecuadas para grupos de estudiantes de Ciclo Superior de EGB, Enseñanza Media y Escuelas de Magisterio. Su finalidad principal es ayudar al desarrollo de la capacidad de visualización espacial, si bien los profesores podrían utilizarlas con otros fines, como estudiar el cubo u otros poliedros, trabajar sobre las isometrías del espacio o en cálculo de volúmenes. Como materiales más adecuados para su realización están la plastilina, el estirofoam y la cartulina.

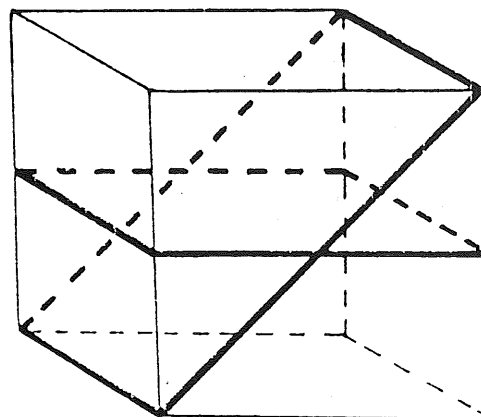


Figura 1

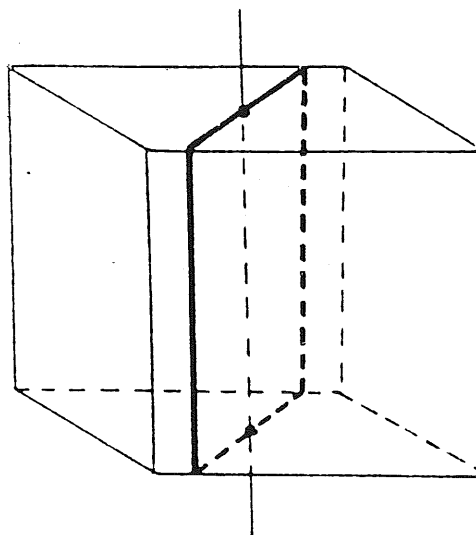


Figura 2

1. La primera actividad consiste en realizar divisiones de un cubo en dos partes congruentes. Los alumnos cortan cubos de plastilina o estirofoam y encuentran rápidamente las soluciones más sencillas, dividiendo el cubo por sus planos de simetría (figura 1). Cuando se continúa haciendo preguntas sobre la búsqueda de más soluciones, algunos alumnos descubrirán que existe la posibilidad de dividir el cubo en dos partes congruentes según cualquier plano que contenga un eje de simetría (figura 2).

Finalmente los estudiantes pueden llegar a obtener una solución general, que consiste en utilizar cualquier plano que contenga el centro de simetría del cubo (figura 3).

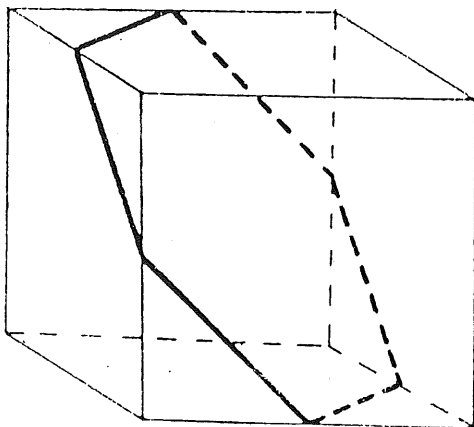


Figura 3

Esta actividad es útil para el estudio de las transformaciones del espacio, ya que las tres soluciones anteriores reflejan un interesante resultado de las isometrías tri-dimensionales (válido para cualquier sólido con plano, eje o centro de simetría); en este sentido, la actividad mencionada sería un buen punto de partida para adentrarse en el estudio teórico del tema. Pero, una vez que los alumnos han desarrollado este tipo de solución, el estudio se puede enfocar desde un punto de vista diferente.

2. Para la segunda actividad, se proporciona a los estudiantes cierta cantidad de módulos congruentes de estirofoam (o cartulina). La actividad consiste en encajar la mitad de estas piezas para construir medio cubo, y ajustar el resto de las piezas para construir *el otro* medio cubo. Cuando han encontrado una solución se pueden pegar los módulos en la posición correcta y proceder a encajar las dos partes del cubo para comprobar el resultado.

Para realizar esta actividad existen varios módulos de diferentes complejidades. El más simple es un módulo con forma de cubo ($1/8$ o $1/27$ del cubo original) que permite, además, que los alumnos realicen un interesante trabajo de representación plana de sus construcciones (ver, por ejemplo, Gaulín¹, que ofrece una amplia bibliografía al respecto). Por otra parte, J. Carvajal ha realizado un interesante trabajo sobre las secciones modulares del cubo (ver,

por ejemplo, Carvajal²), aunque sus objetivos son muy diferentes de los que planteamos en las actividades de este artículo.

3. Todos los módulos utilizados en la actividad 2 tienen la propiedad de que generan medio cubo congruente con la otra mitad del cubo; esto es, encajando adecuadamente varios ejemplares del módulo, se construye medio cubo que encaje con otro medio cubo de su misma forma (pero no su simétrica) para componer el cubo completo.

En la figura 4 mostramos un ejemplo. Los seis cortes realizados según las diagonales de las caras del cubo lo dividen en 24 módulos congruentes; su desarrollo se ve en la figura 5. Por tanto, con 12 de estos módulos los alumnos pueden construir figuras cuyo volumen es el de medio cubo.

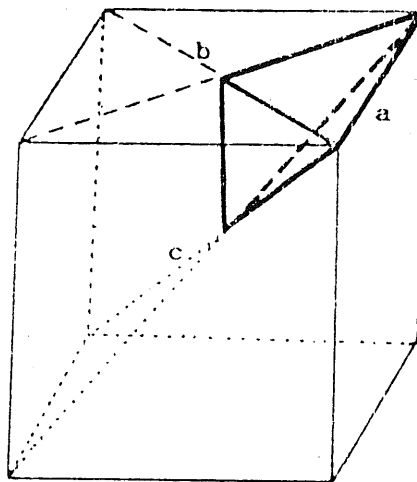


Figura 4

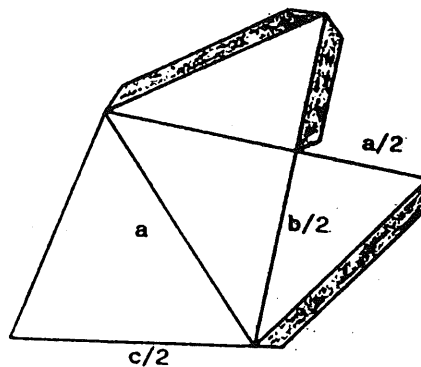


Figura 5

La tercera actividad consiste en proponer a los estudiantes que repitan la actividad 2, pero buscando medio cubo que encaje consigo mismo para obtener el cubo completo. El interés y la dificultad de este último tipo de actividad reside en el hecho de que los estudiantes tienen que pensar sobre la posición de cada módulo en relación con los demás e imaginar la forma de ensamblar los medio cubos. La práctica y métodos de ensayo y error animarán a los alumnos a desarrollar algoritmos de construcción de soluciones, lo cual repercute en una mejora de su capacidad de visión espacial.

El aspecto teórico de estas actividades se basa en la dualidad entre concavidad y convexidad; para construir una forma que encaje con otra congruente y formar un cubo es necesario que a cada vértice «convexo» (es decir, vértice de un ángulo poliedro convexo) de la figura le corresponda un vértice «cóncavo» y que a cada arista «cóncava» le corresponda una «convexa» (ver la figura 6).

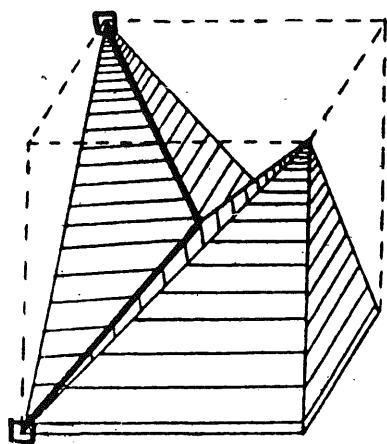


Figura 6

La variedad de soluciones para estas actividades depende del tamaño del módulo elegido. En las figuras 6 y 7 mostramos algunas soluciones, no todas, realizadas con el módulo que hemos presentado en la figura 4.

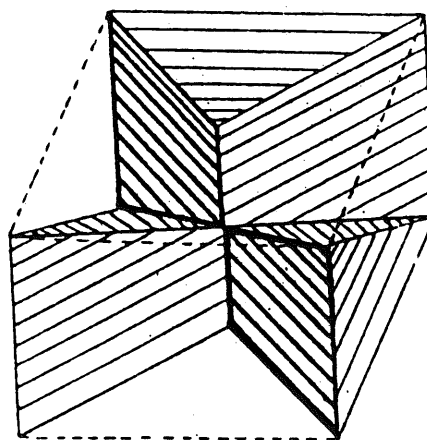
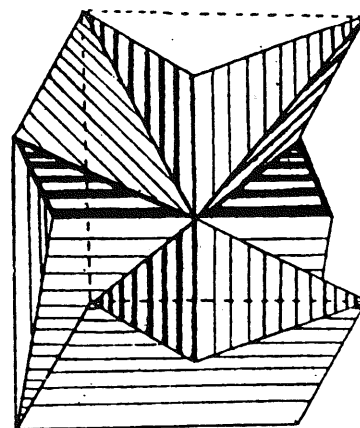
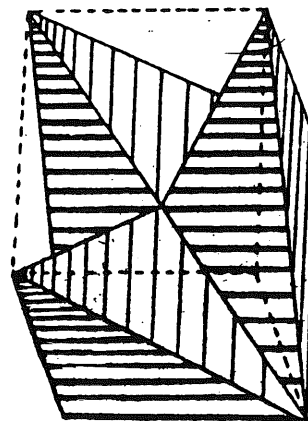


figura 7

¹ C. GAULÍN: «The need for emphasizing various graphical representations of 3-D shapes and relations», en *Streefland*, Proceedings of the 9 th PME, vol. 2, págs. 53-71, 1985.

² J. CARVAJAL: *Secciones modulares del cubo (recortables geométricas)*, Generalitat Valenciana, Valencia, 1986.