El concepto de número en preescolar

Luis Carlos Contreras González

Introducción

El presente artículo pretende ser un análisis, desde una perspectiva educativa, de uno de los primeros conceptos aritméticos de los que el niño puede apropiarse.

Desde una óptica constructiva de la educación matemática y siguiendo muy de cerca a autores que se identifican con la Escuela de Ginebra, intentaré conectar las distintas fuentes que aportan información sobre la construcción mental del concepto de número. Es, por tanto, más el trazado de un posible camino a seguir que un pliego elaborado de conclusiones. Si éstas son elaboradas por el lector habremos conseguido alcanzar nuestro objetivo primordial.

Evolución histórica

La historia de un arte o una ciencia es una introducción inherente a su estudio, ya que proporciona una óptica clara y concisa de la manera en que han tenido lugar las innovaciones, constituye una garantía contra errores futuros y rinde homenaje a la humanidad (Collette, 1985).

En nuestro caso, además, proporciona un elemento de análisis para poder descubrir el origen de los conceptos.

Aunque no poseemos documentos escritos que acrediten nuestras afirmaciones, las aportaciones de datos sobre excavaciones y el estudio de civilizaciones en estado primitivo de evolución nos permiten establecer ciertas hipótesis con una cierta fundamentación lógica.

Antes de que existiera un lenguaje capaz de favorecer la comunicación verbal, el hombre primitivo podía observar en la naturaleza fenómenos cuantitativos; un árbol y un bosque, un lobo y una manada de lobos; en definitiva percibía perfectamente la idea de unidad y pluralidad. Es posible que incluso la noción de par que pudo descubrir por la simetría de los elementos de su cuerpo.

Sin embargo era incapaz de abstraer la idea de número; el objeto u objetos observados eran el centro de atención y su desaparición acarreaba una pérdida de conciencia sobre la cantidad. Podríamos decir que, a lo más, había un burdo proceso de correspondencia biunívoca entre el objeto y su recuerdo en la mente del sujeto, proceso que permitía lo que podemos llamar *enumeración*. Si el lector quiere satisfacer su curiosidad, en Collette (1985), se encuentran unos estudios del antropólogo inglés Francis Galton, respecto de una tribu bantú del África sudecuatorial, que ilustran lo anterior.

Gradualmente y, en función de la necesidad de comunicación, extrae la idea de comparación y asocia a cada objeto un signo o una marca, lo que justifica los hallazgos de tarjas sobre huesos en las excavaciones.

No obstante, a pesar de que ello supone un avance desde el punto de vista simbólico, el esquema mental es el mismo aunque ya se advierte un proceso de abstracción que prescinde parcialmente de la naturaleza de los objetos a cuantificar.

Poco a poco, la enumeración de un grupo de objetos deja paso a la *numeración* con la aparición de un lenguaje articulado. El hombre comprende que es preciso matizar la idea de numerosidad; es preciso cuantificar.

Pero esa necesidad la siente cuando el grupo de objetos es grande. En ese sentido, Piaget distingue entre *números perceptivos y números.* Los primeros son aquéllos que proceden de una cantidad cuantitativamente perceptible, como uno, dos, tres, cuatro o cinco objetos. Más allá de cinco es preciso establecer un procedimiento para cuantificar.

Lo curioso de esta posibilidad perceptiva es que no es exclusiva del hombre. Los trabajos del profesor Otto Koehler, de la Universidad de Friburgo, apoyan la tesis de que los animales pueden aprender a contar, en el sentido literal del término, darse cuenta de las diferencias entre colecciones de distinto número de puntos, y llegar a razones sobre la base de diferencias cuantitativas (Collette, 1985).

El análisis de estos ejemplos nos permiten enfatizar que el primer proceso referido está aún lejos de lo que llamamos concepto de número.

El primer paso en la cuantificación es la sustitución de objetos por palabras, pero aún no está totalmente eliminado el soporte material. El observador tiene que abstraer y para ello la etapa decisiva es aquélla en la que es capaz de distinguir entre las ideas de ordinal y cardinal, en definitiva, cuando:

a) La naturaleza de los objetos que se van a contar no desempeña papel alguno en la numeración.

b) El orden en que son observados los objetos no influye en el resultado final.

c) El *último elemento* contado nos da el cardinal de la colección, es decir, cuántos elementos tiene el conjunto que se quiere contar y, en definitiva, nos establece la existencia de un primer elemento, seguido de un segundo, etc...

Resaltamos que en todo este proceso, el símbolo que también evoluciona desde una simple tarja a una palabra o un signo, ocupa un papel totalmente secundario y va condicionado por una necesidad social. Esa misma necesidad y ante el problema de representar grandes cantidades de objetos, da lugar al nacimiento de la idea de agrupamiento que desemboca en el establecimiento de un sistema de numeración.

Este proceso es de una gran belleza y presenta múltiples posibilidades de investigación, pero de momento rebasa los objetivos de este artículo; resaltar, simplemente, que del análisis de este proceso se deducen multitud de implicaciones en cuanto a la naturaleza de los números, sus tipos y la justificación de sus representaciones, que nos permite evaluar la importancia del proceso de simbolización y su lugar en el aprendizaje.

La naturaleza del número

Para comprender la naturaleza del número, nos ayudará la interpretación que hace Kamii (1984, 1986) sobre los estudios epistemológicos de Jean Piaget.

Según Kamii la posición de Piaget es una síntesis de empirismo y racionalismo, pero con un predominio de la tendencia racionalista. Piaget hace notar que la experiencia sensorial por sí sola no llevará nunca al niño a adquirir, por ejemplo, la noción de conservación de cantidades. En ese ejemplo, los sentidos del niño sólo pueden decirle que el líquido es diferente cuando es colocado en distintos recipientes. El pensar en la relación existente entre ambas observaciones requiere un razonamiento.

Según Kamii, Piaget es un interacionista-relativista que cree en la construcción del conocimiento por la interacción entre la experiencia sensorial a través de la acción y el razonamiento u operación indisociables entre sí. Y en esta línea establece tres tipos de conocimiento:

— físico-natural;
— lógico-matemático;
— afectivo-social.

Un pequeño análisis de sus interacciones nos dará una información muy válida sobre la naturaleza del número.

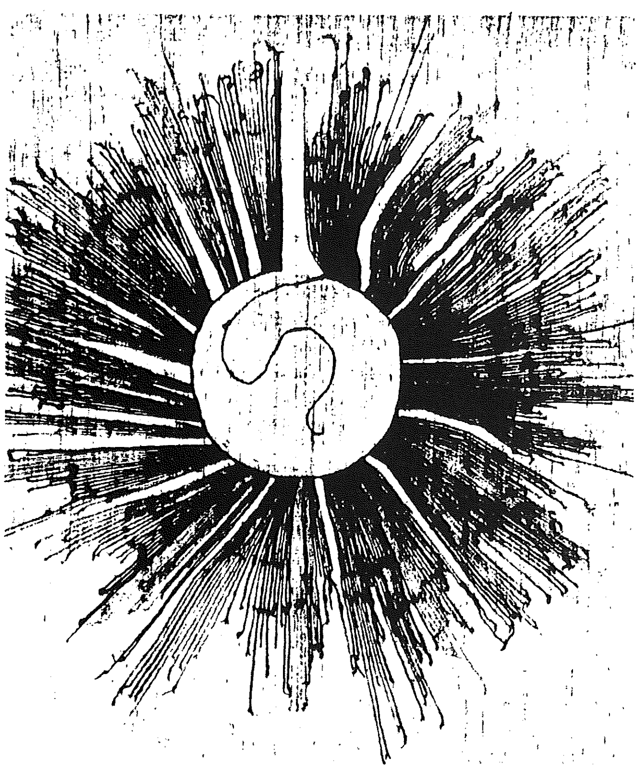
El conocimiento físico es empírico. En una simple observación captamos propiedades observables de los objetos, que están en ellos, como el color, o que ocurre con ellos, como su atracción por la tierra. Pero el posible marco de relaciones comparativas que podemos establecer entre varios objetos no está en ellos; tienen como única procedencia la mente del sujeto. Estas relaciones forman parte del conocimiento lógico-matemático.

El conocimiento afectivo-social es convencional y, en su relación con el número permite definir los numerales. Esta fase, quizá la menos importante en el proceso de abstracción del número suele ser la más enfatizada en la enseñanza clásica, en un error que lleva a identificar las ideas de número y numeral.

Lo anteriormente expuesto pone de manifiesto la ineficacia de la transmisión directa en lo que a conocimientos lógicos-matemáticos se refiere. La asimilación de conceptos como el de número requiere una modificación de las estructuras mentales del individuo, modificación que requiere un determinado grado de madurez y un marco apropiado favorecedor de razonamientos y emisión de juicios propios. Y quizá aquí esté la clave de los problemas de nuestra área.

Kamii afirma que algunas tendencias apuntan que el número es una propiedad de los conjuntos de objetos de la misma forma que el color lo es de los objetos, y en esta línea admiten que los niños abstraen propiedades numéricas a partir de varios conjuntos de la misma forma que abstraen el color y otras propiedades físicas de los objetos.

En la teoría cognitivo-genética se consideran de muy distinta naturaleza la abstracción del color y la del número; para la primera Piaget utiliza el término *abstracción empírica*. El niño se limita a cen-



trarse en una determinada propiedad del objeto ignorando las otras; para la segunda usa el término *abstracción reflexiva o reflexionante,* ésta implica la construcción de relaciones entre los objetos. Se trata de una verdadera construcción en la mente más que centrarse en algo que ya existe en los objetos. No obstante una no puede darse sin la otra. De un lado es necesario un marco lógico-matemático para la abstracción empírica, porque ningún hecho del mundo exterior podría interpretarse si cada hecho fuera un incidente aislado; y de otro para el niño del nivel preoperatorio la abstracción empírica es necesaria para crear su estructura lógico-matemática, ya que sin propiedades reconocibles no podría establecer relaciones, y por tanto, no habría para él una estructura lógica-matemática.

Establecemos, por tanto, que el número como elemento del conocimiento lógico-matemático *se aprende* por abstracción reflexiva al construir el niño relaciones.

Estadios en el aprendizaje del número

Desde el punto de vista didáctico han de conjugarse dos aspectos. De un lado la propia estructura del concepto de número, con las nociones previas que han de asimilarse, y de otro las propias limitaciones del individuo debidas a sus características psicológicas.

Por lo que llevamos de exposición podemos destacar algunas actitudes deseables, como la habilidad para efectuar correspondencias y la capacidad para coordinar las nociones de ordinal y cardinal. Intentaremos, en adelante, dar salida a otras nociones importantes.

«Según Piaget, el número es una síntesis de dos tipos de relaciones que el niño ha de establecer entre los objetos (por abstracción reflexiva). Una es la de *orden* y otra la de *inclusión jerárquica.*» (Kamii, 1984.)

Es fácil observar a un niño en su tendencia a contar los objetos saltándose unos y contando otros más de una vez. Ello pone de manifiesto que no siente la necesidad lógica de colocar los objetos en un orden para asegurarse de que su proceso es correcto.

Pero si la ordenación fuera la única acción que se realizara con los objetos no se podría cuantificar ya que el niño podría considerar uno cada vez en vez de varios al mismo tiempo (Kamii, 1984). Para cuantificar, por tanto, tiene que establecer entre ellos una relación de inclusión jerárquica que le permita además identificar el todo y las partes, y poder imaginar a la vez varias partes y el todo.

Ésta es una de las cuestiones más complicadas para el niño. Puede pensar en el total pero no cuando piensa en una de las partes. Para comparar el todo con las partes tiene que realizar dos acciones mentalmente opuestas al mismo tiempo en un proceso que requiere un pensamiento *reversible.*

Otra idea previa fundamental es la de conservación. Como ya hemos comentado, para el niño de preescolar, la disposición espacial de los objetos determina claramente el total a cuantificar. Un niño que no tiene la estructura mental de número, utiliza lo mejor que se le ocurre para realizar juicios cuantitativos, a saber, el espacio ocupado. Sin embargo cuando ha construido la estructura de número, el espacio ocupado pasa a ser irrelevante.

Aunque los estudios piagetianos pueden considerarse desfasados en el tiempo y hasta se podría pensar en un cambio genético entre «sus alumnos» y los nuestros, para el profesor han de servir de guía sus investigaciones. Han de tenerse en cuenta como

simple referencia y ha de ser el propio maestro quien en función de estudios similares establezca los niveles de desarrollo de sus alumnos.

Desde esta óptica referencial marcaremos tres niveles genéricos: uno que abarca hasta los cuatro o cinco y medio años, un segundo entre los cinco y medio y seis y medio, y otro que se sitúa entre los seis y medio u ocho años, en el que en general se ven asimiladas las nociones anteriores y podemos afirmar que existe estructura mental de número.

Pero, ¿cuál es el nivel de evolución de las nociones básicas en cada uno de estos estadios?, y, ¿qué relación guardan con la propia estructura constructiva del número?

Para el adulto, el número denota una colección de unidades *constantes* independientemente de las operaciones lógicas (de distribución o ubicación) que en su mente son reversibles. Desde el punto de vista constructivo de la materia, este concepto podría dividirse en:

— números de cantidad (cardinales);

— números de contar (ordinales, cuyo primer estadio es la enumeración);

— números de medir (medida, donde la constancia es imprescindible);

— números de calcular (que proporcionan la idea algorítmica).

La ordenación y la cardinación están íntimamente unidas en la mente del sujeto mediante una relación que establece que el elemento n-simo tiene justamente $n - 1$ delante de él.

Respecto de la mente del niño y en relación con los aspectos anteriores, se han diseñado una serie de experimentos tendentes a establecer los niveles evolutivos a los que antes hemos hecho referencia. Un ejemplo de descripción detallada de los mismos, y en la línea de los efectuados por Piaget, se encuentran en Lawrence et al (1982). Como nota básica, resaltar que con pequeñas oscilaciones se observan los tres niveles antes citados; un primero donde hay una ausencia general de comprensión de la noción, un segundo en el que se resuelven situaciones particulares sin generalizar, y un tercero donde las «tareas» [1] son perfectamente resueltas. También nos gustaría añadir que se observa un estrecho lazo de conexiones en los niveles de respuesta a las distintas cuestiones que permiten establecer interrelaciones entre las nociones y análogos niveles de dificultad conceptual que nos recuerda con frecuencia la evolución histórica.

El papel del maestro ante el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de número

La idea fundamental es que el número no puede enseñarse directamente por transmisión social, ya que no es un conocimiento de tipo convencional. Ha de ser el propio individuo quien lo formalice en su mente, en base a establecer todo tipo de relaciones entre toda clase de objetos. ¿Quiere esto decir que el maestro ha de sentarse cruzado de brazos y esperar, limitándose a proporcionar al niño los materiales adecuados? La respuesta, desde luego, es *no*.

Las mismas investigaciones reseñadas sugieren una gran variedad de actividades que pueden enriquecer la formación. Pero además, diariamente, surgen situaciones en el ámbito escolar y familiar que pueden y deben ser aprovechadas. En este sentido, en Kamii (1984), el lector puede encontrar ejemplos muy significativos.

En el aula, el mismo reparto de objetos, el recuento de una votación; en juegos de interior y exterior, como el juego de los bolos. Este juego, concretamente, sugiere además otra idea. Normalmente el niño no simbolizará una cantidad hasta que no sienta su necesidad, y en cierto sentido este hecho tiene un parangón histórico ya comentado. No cabe duda de que para proclamar el ganador del juego han de anotarse los resultados y probablemente un afán de simplificación conducirá a resultados que, de una forma impositiva, no habríamos conseguido.

[1] PIAGET utiliza el término tarea cuando se refiere a la acción del individuo en determinado experimento.

Citemos, además, muchos materiales que como la balanza númerica nos ayudan a asimilar ideas como la composición y descomposición del número y posteriormente propiedades aritméticas. Pero ante todo enfatizar un marco de *autonomía social, moral e intelectual* como clima óptimo para éstos aprendizajes.

Conclusiones y algunos errores cometidos

Tradicionalmente se ha tenido mucha prisa en que el niño dominara las relaciones aritméticas sin detenerse a pensar en la estructura previa subyacente. En el campo numérico se ha prestado demasiada atención a la simbolización y se ha supuesto una estructura operacional que en la mayoría de los casos estaba ausente. Los mismos padres exigían un dominio de las operaciones y se contentaban con una verborrea numérica carente de una comprensión inteligente.

Se ha trabajado el número como un compartimento estanco privándolo de las propiedades que su propia naturaleza le confieren y desvinculándolo de la realidad física y social. Se ha considerado un niño standard, como una tabla rasa a modelar de una forma sistemática y se han ignorado los rasgos inherentes a la propia evolución humana.

Se suelen trabajar algoritmos y no hábitos de razonamiento, enfatizando resultados y obviando los procesos en una estructura demasiado academicista.

Se ha construido, en definitiva, un edificio débil de cimientos, consiguiendo una situación afectiva de rechazo y una estructura conceptual deficiente, frágil y deformada que ha trabado al alumno en su aprendizaje posterior.

Se ha concedido demasiada poca importancia al aprendizaje en este nivel que hoy consideramos, con toda seguridad, el más importante en la vida del niño.

Para concluir, quisiera resaltar que el *concepto de número* es el resultado de unos procesos mentales que evolucionan paralelamente con unas interrelaciones claras. Este proceso tiene cierto parangón histórico y marca la dinámica a seguir.

El aspecto que parece fundamental es la relación que el sujeto tiene que establecer entre toda clase de objetos y situaciones, que le permite descubrir la realidad por encima de las apariencias observadas mediante procesos de búsqueda experimental con la ayuda de un material perfectamente estructurado al efecto y en base a acciones de manipulación constante.

Bibliografía

BANDET, J. y otros (1968): *Los comienzos del cálculo,* Kapelusz, Buenos Aires.

BEAUVERD, B. (1967): *Antes del cálculo,* Kapelusz, Buenos Aires.

COLLETTE, J. P. (1985): *Historia de las matemáticas,* vol. I, Siglo XXI, Madrid.

CONTRERAS, L. C. (1986). Una experiencia en la elaboración de material didáctico para matemáticas en los primeros niveles. *II Jornadas de Profesores de Matemáticas de Escuelas de Magisterio de Andalucía,* Cádiz.

COPELAND, R. (1984): *How children learn mathematics, Mcmilan,* New York.

KAMII, C. (1984): *El número en la educación preescolar,* Visor, Madrid.

— (1986): *El niño reiventa la aritmética,* Visor, Madrid.

KAMII, C.; DE VRIES, R. (1985): *La teoría de Piaget y la educación preescolar,* Visor, Madrid.

LAWRENCE, E. y otros (1982): *La comprensión del número y la educación progresiva del niño según Piaget,* Paidós, Barcelona.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. (1975): *Génesis del número en el niño,* Guadalupe, Buenos Aires.