SUMA 27
febrero 1998, pp. 71-80

Los Problemas Aritméticos Elementales Verbales (PAEV) de una operación formulados con números muy pequeños

Manuel Aguilar Villagrán
Jaime Martínez Montero

ARTÍCULOS

A través de la comparación de resultados obtenidos entre problemas verbales formulados con números grandes y con números muy pequeños, se ofrecen perfiles característicos de estos problemas en función de la distancia, el paralelismo y el progreso en los resultados curso a curso. Del estudio comparado de estos datos se obtienen conclusiones que ayudan a una mejor acción didáctica y a una más adecuada secuenciación de estos problemas.

HAY una diferencia notable en los rendimientos que alcanzan los alumnos en resolución de PAEV cuando un problema es planteado con números muy pequeños o con números con los que el alumno no tiene más remedio que emplear las operaciones. Establecer este hecho tuvo un cultivo temprano (Knight y Behrens, 1928) al hilo de las investigaciones por el aprendizaje de los hechos básicos, que establecen que el problema es más difícil cuanto mayor sea el resultado. A este respecto, se puede consultar a Aschraft (1982, 1983); Barcody (1988); Groen y Parkman (1972); Groen y Poll (1973); Suppes y Groen (1967); Svenson (1975); Svenson y Broquist (1975); Martínez Montero (1995). Incluso las estrategias que pongan en juego los niños pueden estar influenciadas por el tamaño de los sumandos (Siegler y Robinson, 1982), Vergnaud (1991, 174-175). La diferencia notable, en rendimientos, es, naturalmente, a favor de los problemas presentados con números muy pequeños. Pero las implicaciones concernientes al empleo de los números van más allá de la constatación de que un alumno resuelve mejor un problema si viene con números pequeños que si viene con números grandes. Este es un hecho establecido que aquí se reafirma.

Plantear a los alumnos PAEV con números muy pequeños tiene más utilidades. Suele ser práctica frecuente someter a un elevado número de alumnos a la resolución de tests o pruebas que contienen PAEV cuya solución se dilucida por el alumno eligiendo la operación u operaciones que resuelven el problema, sin necesidad de realizar los cálculos. Esta opción presenta la ventaja de diferenciar, en una solución incorrecta del problema, si ésta se debe a desconocimiento del cálculo o a una mala elección de la operación. Numerosos investigadores, cuando han tenido que trabajar con un elevado número de alumnos, han optado por esta vía (Bell y otros, 1983; Fischbein y otros, 1985; Greer, 1987*a*; Vergnaud, 1983, 1988). Junto a este procedimiento cabe acompañar PAEV idénticos a los propuestos, pero formulados con números muy pequeños y adecuadamente intercalados entre ellos. Del estudio conjunto de las soluciones, se pueden extraer interesantes conclusiones:

a) Se puede establecer el itinerario que sigue el alumno desde que desconoce el camino para la solución hasta que lo resuelve con seguridad y sin dudas.

b) Se puede establecer la «potencia» de aprendizaje que cada tipo de problema tiene para cada curso o agrupamiento de alumnos.

c) Se pueden descartar con certeza todos los casos en que los alumnos resuelven los problemas porque eligen la operación al azar. En el caso de los PAEV de una etapa, la probabilidad de acertar por azar no es pequeña, puesto que alcanza el 25%.

d) En función de las correcciones de resultados derivadas de c), se pueden establecer con mayor exactitud los índices de dificultad y de discriminación de los problemas empleados. Tal modificación puede llegar a ser sustantiva.

e) Las respuestas dadas en los problemas formulados con números pequeños, comparadas con las dadas en los problemas con números grandes, van a ayudar a comprender las ideas previas de los alumnos y las concepciones que tienen de las operaciones elementales.

En el presente artículo nos vamos a ocupar del apartado b), aunque para ello hemos de hacer referencia, siquiera sea de forma somera, a algunas consecuencias que se derivan del apartado a). De acuerdo con nuestra experiencia (Martínez Montero, 1995; Aguilar, 1996), en la resolución correcta de los PAEV de una operación que se les proponen a los alumnos, presentándoles los correspondientes a cada tipo formulados con números muy pequeños y con números muy grandes, los niños siguen el siguiente itinerario:

1.°) No contestan correctamente a ninguno de los dos tipos. El alumno ni comprende la situación que le plantea el problema ni sabe, como es lógico, qué operación la resuelve.

2.°) Suelen dar una respuesta al azar al formulado con números grandes y yerran en el propuesto con números muy pequeños. El alumno sigue sin entender la situación, pero sabe que una de las operaciones propuestas lo debe resolver, por lo que se aventura a elegir una de ellas (a veces por simple azar o, en otras ocasiones, por indicadores semánticos derivados del texto del problema).

3.°) Resuelven bien el propuesto con números muy pequeños y mal el propuesto con números grandes. Aquí ya hay un avance sustancial, puesto que el alumno, al acertar siempre en el caso del problema formulado con números muy pequeños, entiende la situación matemática que tipifica el problema, pero aún no sabe qué operación lo resuelve.

4.°) Resuelven bien ambos. Es decir, entiende la situación y, además, sabe qué operación es el modelo matemático adecuado para resolver la misma.

...sí se puede establecer, a partir del estudio de las respuestas, qué camino, en cada curso, le queda al alumno por recorrer y, por tanto, qué potencial de aprendizaje guarda el problema repecto al aprendiz.

Naturalmente, en el anterior itinerario las transiciones entre un paso y otro no son uniformes ni llevan el mismo tiempo a todos los alumnos. Pero sí se puede establecer, a partir del estudio de las respuestas, qué camino, en cada curso, le queda al alumno por recorrer y, por tanto, qué potencial de aprendizaje guarda el problema repecto al aprendiz. En este sentido, la comparación de los datos ofrece pistas adecuadas para saber en qué curso se pueden esperar resultados razonables en cada una de las situaciones tipificadas por los problemas.

Planteamiento

A partir de una muestra de 182 alumnos de los cursos 3.°, 4.° y 5.° de Primaria, a los que se les han pasado una colección de diversos problemas (cuadro 1) tipificados según las categorías semánticas de Combinación, Cambio, Comparación, Igualación, Isomorfismo de Medidas, Escalares (grandes y pequeños) y Producto Cartesiano (Puig y Cerdán, 1988; Castro Martínez, 1991; Martínez Montero, 1995; Aguilar, 1996), podemos ejemplificar lo que hasta ahora se ha expuesto.

Para facilitar la comprensión de lo que se quiere expresar, hemos agrupados los resultados correspondientes a algunos PAEV en seis categorías distintas. Tales categorías surgen de los parecidos y contrastes que ofrecen los resultados que obtienen los alumnos en cada problema según éste aparezca formulado con números grandes o con

PROBLEMAS DE CAMBIO (CA)

1. En el colegio hay 264 chicos (5). Entran después otros 264 chicos (3). ¿Cuántos chicos hay ahora?
2. En una fábrica trabajan 163 obreros (7). A la hora de comer se van 127 (5). ¿Cuántos obreros quedan en la fábrica?
3. La clase de 3.° tiene 164 libros (5). Los niños llevan más libros, y ahora hay en la clase 215 (7). ¿Cuántos libros han llevado los niños?
4. Tengo 262 pesetas (5). Le he dado dinero a mi hermano y me han quedado 158 (2) pesetas. ¿Cuántas pesetas le he dado a mi hermano?
5. Salen a jugar al recreo 122 niños (1). Con los que ya estaban jugando allí se han juntado 231 (4) niños. ¿Cuántos niños había antes de que salieran los demás?
6. Los niños se llevan a dibujar al patio 124 (2) lápices de colores. Ahora quedan en la clase 67 (3) lápices. ¿Cuántos había antes de salir a dibujar?

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN (CM)

1. Juan tiene 259 (4) pesetas. Andrés tiene 193 (2) pesetas. ¿Cuántas pesetas más tiene Juan?
2. Inés tiene 162 (8) cromos. María tiene 144 (3). ¿Cuántos cromos menos tiene María?
3. El Real Madrid ha marcado 89 (6) goles. El Barcelona ha marcado 22 (2) goles más. ¿Cuántos goles ha marcado el Barcelona?
4. En una tienda de chucherías hay 168 (7) chicles. Hay 23 (3) piruletas menos que chicles. ¿Cuántas piruletas hay?
5. Tengo 126 (5) cromos, y tengo 53 (2) más que Luis. ¿Cuántos cromos tiene Luis?
6. Tengo 268 (3) pesetas, y tengo 134 (2) pesetas menos que Jaime. ¿Cuánto dinero tiene Jaime?

PROBLEMAS DE IGUALACIÓN (IG)

1. Daniel tiene 156 (4) pesetas. Alberto tiene 125 (2). ¿Cuántas pesetas más debe tener Alberto para tener las mismas que Daniel?
2. Sonia tiene 248 (5) pesetas y Sara tiene 197 (2). ¿Cuántas pesetas tiene que gastarse Sonia para tener las mismas que Sara?
3. Tengo 58 (6) cromos. Si Andrea gana 7 (3) cromos tiene los mismos que yo. ¿Cuántos cromos tiene Andrea?
4. Tengo 153 (5) pesetas. Si Concha perdiera 94 (2) pesetas le quedarían las mismas que a mí. ¿Cuántas pesetas tiene Concha?
5. Tengo 125 (6) pesetas. Si me dieran 118 (2) pesetas tendría las mismas que Marcos. ¿Cuántas pesetas tiene Marcos?
6. Tengo 72 (5) cromos. Si pierdo 43 (2) cromos, me quedan los mismos que a Antonio. ¿Cuántos cromos tiene Antonio?

PROBLEMAS DE COMBINACIÓN (CO)

1. En una granja hay 223 (3) gallinas y 168 (2) patos. ¿Cuántas aves hay en total?
2. En una granja hay 564 (6) aves contando gallinas y patos. 315 (4) son gallinas. ¿Cuántos patos hay?

PROBLEMAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS (IM)

1. El colegio va a comprar 150 (2) cuadernos. Cada cuaderno cuesta 125 (5) pesetas. ¿Cuánto costarán todos los cuadernos?
2. Van a repartir 120 (8) lápices entre los 30 (4) niños de la clase. Todos los niños reciben el mismo número de lápices. ¿Cuántos les dan a cada uno?
3. Se van a guardar 240 (6) piruletas en bolsas. En cada bolsa caben 40 (2) piruletas. ¿Cuántas bolsas van a hacer falta?

PROBLEMAS DE ESCALARES GRANDES (EG)

1. Eugenia tiene 123 (2) pesetas. Sonia tiene 3 veces más pesetas que Eugenia. ¿Cuántas pesetas tiene Sonia?
2. Nacho tiene 123 (8) cromos. Tiene 3 (4) veces más cromos que Víctor. ¿Cuántos cromos tiene Víctor?
3. En el patio del colegio caben 240 (6) niños. En la clase de 3.° caben 30 (2) niños. ¿Cuántas veces más niños caben en el patio que en la clase de 3.°?

PROBLEMAS DE ESCALARES PEQUEÑOS (EP)

1. Eugenia tiene 123 (2) pesetas. Tiene 3 (4) veces menos dinero que Sonia. ¿Cuánto dinero tiene Sonia?
2. Un libro cuesta 984 (6) pesetas. Un cuaderno cuesta 12 (3) veces menos. ¿Cuánto cuesta el cuaderno?
3. La entrada del cine cuesta 300 (6) pesetas). Un chupa-chups cuesta 25 (2) pesetas. ¿Cuántas veces menos cuesta el chupa-chups que la entrada del cine?

PROBLEMAS DE PRODUCTO CARTESIANO (PC)

1. Tengo 6 (2) letras consonantes y 5 (3) vocales. ¿Cuántas sílabas distintas que empiecen por consonante puedo formar?
2. Combinando mis pantalones y camisas me puedo vestir de 24 (8) formas diferentes. Tengo 4 (2) pantalones. ¿Cuántas camisas tengo?

Cuadro 1. Problemas aritméticos elementales verbales de una sola operación que se han aplicado.
(Entre paréntesis figuran los números pequeños enunciados en los mismos problemas).

números pequeños. Cada categoría se va a diferenciar en función de: el paralelismo o no de ambos resultados; la distancia existente entre ambos porcentajes; la progresión curso a curso, dos cursos a un curso, o la no progresión. Una categoría final va a poner de relieve características de problemas muy difíciles.

Categorías encontradas

Primera categoría: Presenta paralelismo entre los resultados obtenidos en ambas series, escasa distancia entre los mismos y no acentuadas oscilaciones de curso a curso. Puede ser ejemplificado por el problema de Comparación 2. El texto propuesto fue el siguiente (entre paréntesis los datos correspondientes a los problemas formulados con números muy pequeños):

CM2: Inés tiene 162 cromos (8). María tiene 144 (3). ¿Cuántos cromos menos tiene María?

En el caso de CM2, se observa cómo la operación de restar se asocia con gran facilidad a la situación. Hay escasa distancia entre unos resultados y otros, lo que quiere decir que son muy pocos los que comprenden la situación y no identifican con ella la operación adecuada, y ello en cualquiera de los tres cursos. Perfiles similares a CM2 presentan los problemas de Combinación 1, Cambio 1 y 2, Comparación 2 y 4, e Igualación 5 y 6. En todos los casos, se trata de problemas fáciles para los alumnos de cualquiera de los cursos considerados, y que presentan poco margen de mejora (gráfico 1).

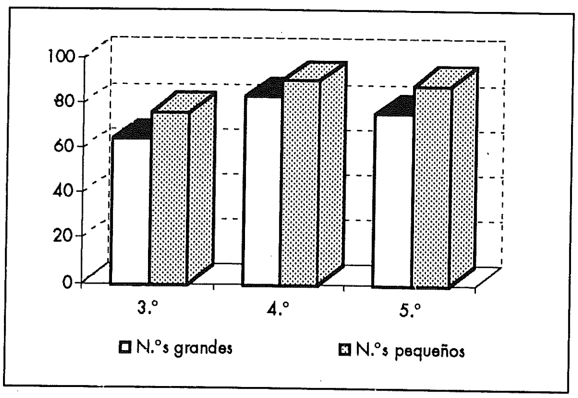


Gráfico 1. Comparación 2

Segunda categoría: Como en la categoría anterior, sigue habiendo paralelismo en los resultados obtenidos en ambos tipo de problemas. Pero hay una mayor distancia en los resultados, además de una muy suave pendiente en los progresos que se hacen curso a curso. Cambio 6 es el tipo de problema que ejemplifica esta categoría. Se le propuso a los niños con el siguiente texto:

CA6: Los niños se llevan a dibujar al patio 124 lápices de colores (un niño, 2). Ahora quedan en la clase 67 lápices (3). ¿Cuántos había en la clase antes de que salieran a dibujar?

Se trata de un problema que, de forma casi constante a lo largo de los tres cursos, se comprende bien. En 3.°, como en 5.°, cuatro de cada cinco niños entienden la situación. Es decir, resultado similar al obtenido en el problema anterior. Sin embargo, casi en la misma proporción a lo largo de los tres cursos un porcentaje de alumnos ignoran qué operación resuelve el problema. Este perfil, común a Comparación 3 y a Igualación 4 (aunque este último con inferiores resultados) invita a que se esperen mejores resultados en la resolución de los problemas con números grandes, dado que hay un fondo de comprensión a partir del cual ligar la operación aritmética. Se trata de problemas poco usuales, de escasa frecuencia de aparición en los libros de texto y en los cuadernos de trabajo de los alumnos. Sin embargo, las situaciones que tipifican son más habituales para los niños que su tratamiento matemático en el aula (gráfico 2).

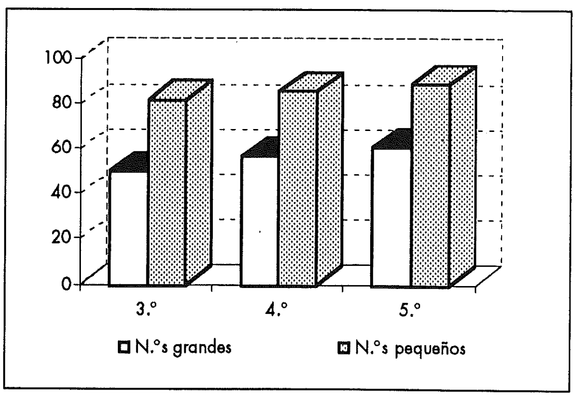


Gráfico 2. Cambio 6

Tercera categoría: Se trae como ejemplo, en esta categoría, a un problema que presenta paralelismo en los resultados, distancia de unos 20 puntos entre uno y otro tipo, pero que ofrece una ganancia neta en rendimientos curso a curso. Cambio 5 ofrece este perfil, y también Isomorfismo de Medidas 2.

El texto propuesto como problema para los alumnos fue el siguiente:

CA5: *Salen a jugar al recreo 122 (1) niños. Con los que ya estaban allí se han juntado 231 niños (4). ¿Cuántos niños había antes de que salieran los demás?*

A diferencia del problema CA6, se observa una progresión mantenida y proporcional en el dominio de este tipo. Hay diferencias notables de 3.° a 4.°, y menos de 4.° a 5.°. Sin embargo, se observa que en todos los cursos hay expectativas de crecimiento, dado que la comprensión de la situación que plantea el problema es bastante superior a la identificación de la misma con la operación que la resuelve.

A la vista de ello, parece aconsejable tratar el presente problema tanto en 3.° como en 4.° y, al igual que en CA6, parece que se trata de una situación conocida por el alumno pero poco tratada en la vida escolar. El problema de Isomorfismo de Medidas 2 se puede encuadrar también dentro de este perfil, pues si bien no aparece con frecuencia como tal problema hasta 4.°, representa una situación muy común en la vida de los niños: la que responde a un modelo de división como partición (gráfico 3).

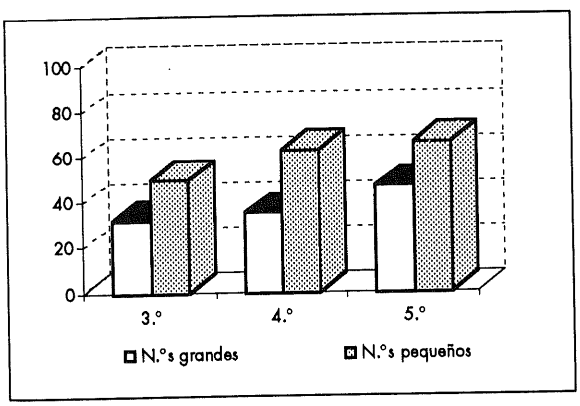


Gráfico 3. Cambio 5

Cuarta categoría: En esta categoría no se da paralelismo en los resultados obtenidos en cada uno de los problemas. La distancia entre unos y otros, como corolario inevitable de lo que se acaba de decir, cambia de curso a curso. Finalmente, también se observan ganancias curso a curso, sobre todo en los problemas planteados con números grandes. Los problemas de Isomorfismo de Medidas 1 y de Igualación 1 ejemplifican con bastante exactitud el perfil correspondiente a esta categoría.

Estos problemas se propusieron a los alumnos con los siguientes textos:

IG1: *Daniel tiene 156 (4) pesetas. Alberto tiene 125 (2). ¿Cuántas pesetas más debe tener Alberto para tener las mismas que Daniel?*

IM1: *El colegio va a comprar 150 (niños, caramelos, 2) cuadernos. Cada cuaderno cuesta 125 pesetas (caramelo, 5). ¿Cuánto costarán todos los caramelos?*

Son dos casos en los que se van acortando las distancias entre pequeños y grandes conforme avanzan los cursos. En IG1 es donde mayor camino se recorre. IM1 parte en el caso de los números grandes de los peores resultados, y alcanza en 4.° una proporción que casi mantiene en 5.°. Una pauta similar siguen los problemas de Combinación 2, Cambio 3 y Comparación 1 (gráficos 4 y 5).

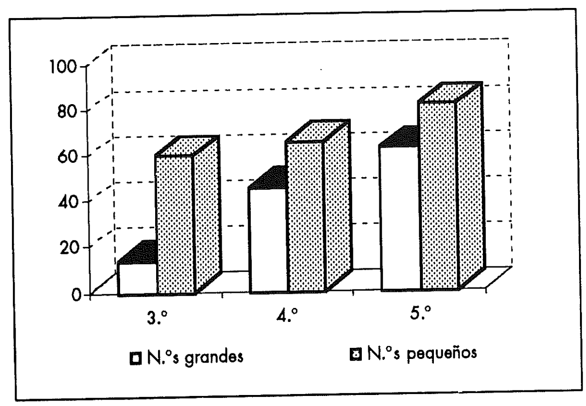


Gráfico 4. Isomorfismo de medidas 1

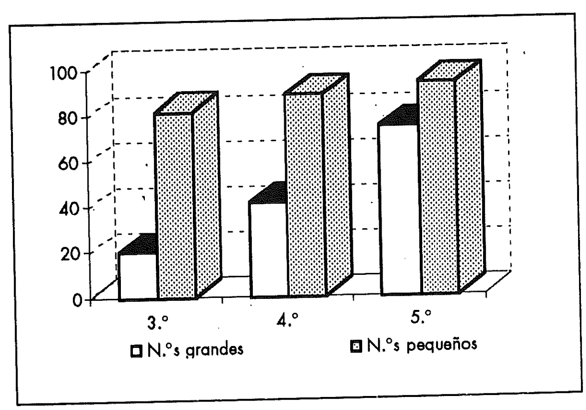


Gráfico 5. Igualación 1

Cabe resaltar la separación notable existente en el caso de IM1 en lo que se refiere a 3.° y a los restantes cursos. Se evidencia, de manera palpable, que aunque es en 3.° donde se aprende a multiplicar, es en 4.° donde los alumnos aprenden a ligar la operación de multiplicar con la situación que corresponde. Otra diferencia apreciable es de perspectiva. Mientras que en IM1 parece que a partir de 4.° la comprensión de la situación crece al mismo tiempo que la capacidad de asociar la operación correcta a la misma, en IG1 ofrece una línea ininterrumpida de acercamiento a la comprensión general del problema.

Se evidencia, de manera palpable, que aunque es en 3.° donde se aprende a multiplicar, es en 4.° donde los alumnos aprenden a ligar la operación de multiplicar con la situación que corresponde.

Otros problemas presentan el mismo perfil. Es el caso de Comparación 1 (que plantea una situación muy evidente para el alumno, pero que la aparición del término «más» le hace elegir erróneamente la operación de sumar), Combinación 2 y Cambio 3.

Si no se considera el problema de Combinación 2, se puede ver que este perfil afecta a tipos de las categorías con lenguaje inconsistente, esto es, con pistas verbales y sentido general, en algún caso, contrario al estereotipo escolar generado por cada operación e, inclusive, construcciones sintácticas contrarias a las esperadas (Lewis y Mayer, 1987; Huttenlocher y Strauss, 1968; Verschaffel y otros, 1992; Verschaffel, 1994; Martínez Montero, 1996).

Quinta categoría: Representa a los problemas que presentan, respecto a la anterior categoría, la única diferencia de que, existiendo crecimiento, éste no se da curso a curso. El gráfico que acompaña a esta exposición es el correpondiente al problema de Comparación 5, cuyo texto, tal y como se ha propuesto a los sujetos, es el que sigue:

CM5: Tengo 126 cromos (5), y tengo 53 (2) cromos más que Luis. ¿Cuántos cromos tiene Luis?

Varios son los problemas que responden a esta característica: inexistencia de diferencias entre dos cursos (que pueden ser 3.° y 4.° o 4.° y 5.°) y diferencias con el restante. Son los casos de Cambio 4, Comparación 6, Igualación 2, Igualación 3 e Isomorfismo de Medidas 3 (gráfico 6).

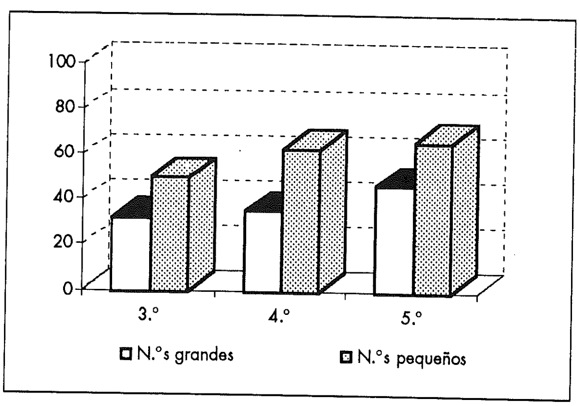


Gráfico 6. Comparación 5

Los perfiles correspondientes a estos tipos de problemas, si bien tienen las mismas características generales, presentan notables diferencias en la distancia existente entre los resultados obtenidos en cada tipo de problemas y el gradiente que ofrecen entre los cursos en que se producen ganancias. Así, IG2 es un problema fácil para 3.°, mientras que IG3 es poco adecuado para este curso. También CM6 es más complicado para los alumnos que CA4 (IG3 y CM6 presentan lenguaje inconsistente respecto a sus comparados). En el caso de IM3, su pertenencia a esta categoría, y no a la anterior –como IM2–, da la pista de que presenta un grado de dificultad diferente: el que va de la división como partición a la división en su versión de cuotición.

Sexta categoría: Se recogen aquí, como en un cajón de sastre, perfiles de problemas correspondientes a tipos muy difíciles, donde los alumnos, tanto en los formulados con números muy pequeños como en los formulados con números muy grandes, obtienen bajos resultados. Aquí se pueden hacer tres subdivisiones, que se podrían ejemplificar, respectivamente, con los problemas de Escalares Grandes 1, Escalares Grandes 2 y Producto Cartesiano 2. Los textos que se propusieron a los sujetos fueron los siguientes:

EG1: Eugenia tiene 123 pesetas (2). Sonia tiene tres (3) veces más pesetas que Eugenia. ¿Cuántas pesetas tiene Sonia?

EG2: Nacho tiene 123 (8) cromos. Tiene 3 (4) veces más cromos que Víctor. ¿Cuántos cromos tiene Víctor?

PC2: Combinando mis pantalones y camisas me puedo vestir de 24 (8) formas diferentes. Tengo 4 (2) pantalones. ¿Cuántas camisas tengo?

El modelo de EG1 es seguido por Escalares Grandes 3, Escalares Pequeños 3 y Producto Cartesiano 1. Hay escasa distancia en los resultados que se obtienen en cada uno de los tipos (la más corta de las contempladas hasta ahora), lo que viene a indicar la dificultad de la situación: son escasos los alumnos que teniendo capacidad de entender la situación planteada no la tengan para asociar la operación que le hace hallar la solución exacta. Casi se da el paralelismo y una clara progresión curso a curso (gráfico 7).

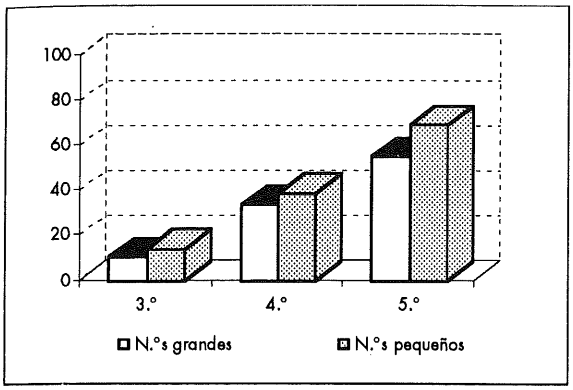


Gráfico 7. Escalares Grandes 1

Sin embargo, en el caso de EG3, EP3 y PC1 se observa una diferencia fundamental: la inexistencia de crecimiento de resultados de 3.° a 4.°. Más concretamente, los resultados en problemas con números grandes correspondientes a estos tipos están cercanos al cero. Pero se diferencian de la subcategoría siguiente en que sí obtienen aciertos, aunque escasos, en 3.° y 4.° y en los problemas formulados con números muy pequeños.

La segunda subcategoría está representada por el problema de Escalares Grandes 2. Como él se comportan los problemas de Escalares Pequeños 1 y 2. Sólo tienen una diferencia respecto a la subcategoría anterior: los alumnos no aciertan en 3.° y 4.° ni los problemas de números grandes ni los problemas de números pequeños. He aquí, por tanto, unos tipos claramente desaconsejados para estos cursos inferiores por plantear situaciones muy alejadas de los conocimientos y experiencias de los alumnos. Sólo a partir de 5.°, y de forma muy leve, comienzan a resolverlos en ambas formulaciones algunos niños y a comprenderlos (a resolverlos con números muy pequeños) otros niños (gráfico 8).

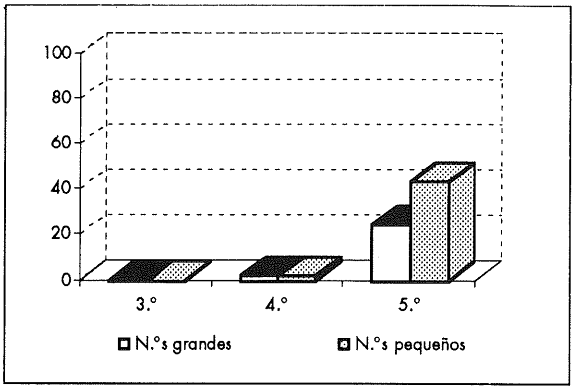


Gráfico 8. Escalares Grandes 2

Por último, el perfil más singular lo presenta el problema de Producto Cartesiano 2. De los 30 tipos analizados hasta ahora, ninguno ofrece un perfil semejante a éste. El rasgo que lo singulariza es el siguiente: todos los alumnos que son capaces de entender la situación (resolverlos con números pequeños) son capaces también de asociar a él la operación adecuada. ¿Qué quiere esto decir? Una interpretación verosímil (verificada en entrevistas posteriores) es la siguiente: el alumno que es capaz de representarse y reconstruir mentalmente la situación tiene un grado de madurez tal que ha superado las dificultades, menores, de saber identificar cada una de las operaciones con las situaciones a las que son susceptibles de ser aplicadas (gráfico 9).

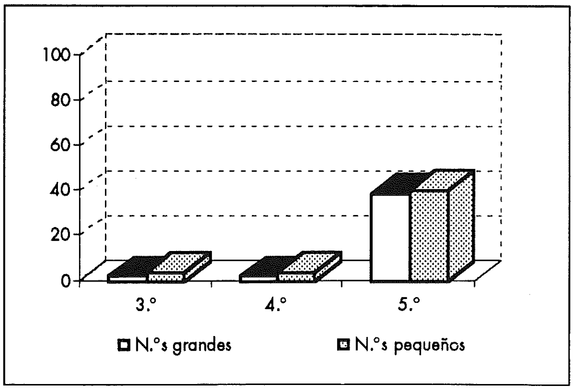


Gráfico 9. Producto Cartesiano 2

El cuadro 2 de la página siguiente presenta un resumen de las categorías expuestas según la clasificación semántica y los diversos tipos de problemas PAEV.

CATEGORÍAS	PROBLEMAS ADITIVOS				PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS			
	CA	CO	CM	IG	IM	EG	EP	PC
Primera	CA1 CA2	CO1	CM2 CM4	IG5 IG6				
Segunda	CA6		CM3	IG4				
Tercera	CA5				IM2			
Cuarta	CA3	CO2	CM1	IG1	IM1			
Quinta	CA4		CM5 CM6	IG2 IG3	IM3			
Sexta						EG1 EG3	EP3	PC1
						EG2	EP1 EP2	
								PC2

Cuadro 2. Categorías y tipos de problemas

Conclusiones

Contrastar los resultados que obtienen los alumnos en los problemas ordinarios que realizan en clase con los mismos o idénticos textos, pero formulados con números muy pequeños, puede ser útil para establecer el recorrido que aún debe efectuar el grupo de alumnos en la aprehensión y el tratamiento aritmético que debe darle a las situaciones que los problemas ejemplifican. En este sentido, la potencia o capacidad de aprendizaje puede establecerse a partir de la distancia que se da entre ambos resultados. Una distancia apreciable entre ambos resultados indica que hay una fisura entre la comprensión de la situación y el sentido que el alumno da a una operación concreta. Establecer estas distancias va a permitir una actuación didáctica más centrada en las necesidades específicas de instrucción de los alumnos.

El paralelismo que se dé en los resultados de los problemas planteados con ambos tipos de números sirve para indicar si los progresos en el dominio del problema guardan o no un cierto equilibrio. La falta de paralelismo en los resultados apunta a rotura de ese equilibrio. En el caso de que lo que se produzca sea un acercamiento entre ambos resultados, esa rotura del equilibrio es positiva, pues implica que un número cada vez mayor de alumnos identifican correctamente la situación con la operación que la soluciona. Si, por el contrario, se produce un aumento en la distancia, se indica claramente cómo no se da un correlato entre el aumento de comprensión de situaciones por los alumnos y el aumento del dominio de las herrameintas matemáticas necesarias para su tratamiento.

Contrastar los resultados que obtienen los alumnos en los problemas ordinarios que realizan en clase con los mismos o idénticos textos, pero formulados con números muy pequeños, puede ser útil para....

El aumento sostenido o interrumpido de resultados curso a curso puede ser también un indicador que ayude a una mejor secuenciación de los problemas. Y, de manera especial, si la observación de esta circunstancia se asocia a las anteriores. En efecto, la progresión curso a curso en los resultados, su paralelismo y la distancia entre ellos se convierten en facilitadores de la secuenciación.

Referencias

AGUILAR, M. (1996): *Diseño y aplicación de un programa instruccional de resolución de problemas aritméticos*, Tesis doctoral.

ASCHRAFT, M. (1982): «The development of mental arithmetic: A chronometric approach», *Developmental Review*, 2, 213

ASCHRAFT, M. (1983): «Procedural knowledge versus fact retrieval in mental arithmetic: A reply to Baroody», *Developmental Review*, 3, 231-235.

BAROODY, A. J. (1988): *El pensamiento matemático de los niños*, MEC-Visor, Madrid.

BELL, W., J. COSTELLO y D. KUCHEMAN (1983): *A review of research in Mathematical Education. Research on Learning and Teaching*, NFER-Nelson, Windsor.

CASTRO MARTÍNEZ, E. (1991): *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa*, Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada, Granada.

FISCHBEIN, E. y otros (1985): «The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division», *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 3-17.

GREER, B. (1987): «Understanding of arithmetical operations as model of situations», en J. A. SLOBODA y D. RODGERS (Eds.): *Cognitive processes in Mathematics*, Clarendon Press, Oxford, 60-80.

GROEN, G. y J. PARKMAN (1972): «A chronometric analysis of simple addition», *Psychological Review*, 79, 329-343.

GROEN, G. y M. POLL (1973): «Subtraction and the solution of open sentence problems», *Journal of Experimental Child Psychology*, 16, 292-302.

HUTTENLOCHER, J. y S. STRAUSS (1968): «Comprehension and a statement's relation to the situation it describes». *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 7, 300-304.

ISUS, S. (1988): «Orientaciones curriculares en la resolución de problemas aritméticos verbales», en VV.AA.: *Temas actuales sobre Psicopedagogía y Didáctica*, Narcea, Madrid, 261-266.

KNIGHT, F. y M. BEHRENS (1928): *The learning of the 100 addition combination and the 100 susbtraction combination*, Longmans, Green and Co, Nueva York.

LEWIS, A. B. y R. E. MAYER (1987): «Students miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems», *Journal of Educational Psychology*, 79, 363-371.

MARTÍNEZ MONTERO, J. (1995): *Los problemas aritméticos elementales verbales de una etapa, desde el punto de vista de las categorías semánticas, en los cursos 3.°, 4.° y 5.° de EGB/Primaria*, Tesis doctoral.

PUIG, L. y F. CERDAN (1988): *Problemas aritméticos escolares*, Síntesis, Madrid.

SIEGLER, R. y M. ROBINSON (1982): «The development of numerical understanding», en H. REESE y L. LIPSITT, (Eds.): *Advances in Child development and behavior*, Academic Press, Nueva York.

Manuel Aguilar
Facultad de Educación
Universidad de Cádiz
Jaime Martínez
Servicio de Inspección
Junta de Andalucía

STERN, E. (1993): «What Makes Certain Arithmetic Word Problems Involving the Comparison of Sets So difficult for Children?», *Journal of Educational Psychology*, 85, 1, 7-23.

SUPPES, P. y G. GROEN (1967): «Some counting models for first grade performance data on simple addition facts», en J. M. SCANDURA (Ed.): *Research in Mathematics Education*, N.C.T.M, Washington, D.C.

SVENSON, O. (1975): «Analysis of time required by children for simple additions», *Acta Psychologica*, 39, 289-302.

SVENSON, O. y S. BROQUIST (1975): «Strategies for solving simple additions problems», *Scandinavian Journal of Psychology*, 16, 143-151.

VERGNAUD, G. (1983): «Multiplicative structures», en R. LESH y M. LANDAU (Eds.): *Acquisition of Mathematics concepts and processes*, Academic Press, London.

VERGNAUD, G. (1988): «Multiplicative Structures», en J. HIEBERT y M. BEHR (Eds.): *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, L. Erlbaum A., Reston, Virginia, Vol. 2, 141-161.

VERGNAUD, G. (1991): *El niño, las matemáticas y la realidad* Trillas, México D.F.

VERSCHAFFEL, L. (1994): «Using Retelling Data to Study Elementary School Childrens Representations and Solution of Compare Problems», *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 2, 141-161.

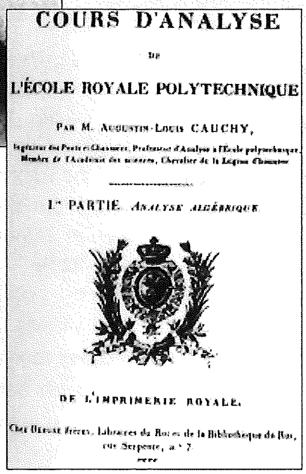
VERSCHAFFEL, L., E. DE CORTE y A. PAUWELS (1992): «Solving Compare Problems: An Eye Movements Test of Lewis and Mayer Consistency Hypothesis», *Journal of Educational Psychology*, 84, 1, 82-94.

AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY

Cours d'Analise

Primera edición, 1821

La SAEM «Thales», en colaboración con el Real Instituto y Observatorio de la Armada en San Fernando, va a publicar una edición facsimilar de un ejemplar del libro, que se conserva en la Biblioteca. Actualmente se está trabajando ya en su reproducción, por lo que consideramos que en breve podrá ofrecerse a los interesados.



COURS D'ANALYSE

DE

L'ÉCOLE ROYALE POLYTECHNIQUE

PAR M. AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY,

I^re PARTIE. ANALYSE ALGÉBRIQUE.

DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

La edición constará de 1.000 ejemplares numerados, impresos sobre papel verjurado conquerol y encuadernados en cartoné.

Estimamos que el precio de coste unitario estará alrededor de las 5.500 pesetas. Si usted está interesado en adquirir un ejemplar de esta joya bibliográfica, puede reservar un ejemplar cumplimentando el boletín adjunto y remitiéndolo a la mayor brevedad a la dirección que se indica.

Boletín de reserva

D. (Dª): ____

con domicilio en ______________________ provincia de ______________ C.P. ________

calle ______________________ n.° _____ piso _____ letra _____ Teléfono ________

E-mail ______________ DESEO MEDIANTE EL PRESENTE DOCUMENTO RESERVAR ______ EJEMPLAR(ES) de la edición facsimilar de la edición de 1821 del libro Cours d'Analyse, de A. L. Cauchy, entendiendo que ésta sólo será efectiva una vez se haya publicado y haya efectuado el importe de su precio de coste más gastos de envío.

Las peticiones se atenderán por riguroso orden de entrada.

La SAEM «Thales» me comunicará la fecha de publicación, así como su importe exacto, disponiendo desde ese momento de quince días para hacer definitiva la reserva.

Fdo.:

Enviar a: SAEM «Thales», Facultad de Matemáticas. Apdo.: 1160. 41080 Sevilla