

Recuperación de instrumentos y unidades de medida tradicionales en Extremadura como motivación al estudio de la medida

**Luis M. Casas García
Ricardo Luengo González
Cipriano Sánchez Pesquero**

A la memoria de nuestro colega, profesor, y sobre todo amigo Gonzalo Sánchez Vázquez que nos animó y orientó en la creación de la Sociedad Extremeña de Educación Matemática Ventura Reyes Prósper y con el que compartíamos el amor por la enseñanza de las Matemáticas y de la Geometría

ESTE PROYECTO, acogido a la convocatoria de Proyectos de Innovación Educativa convocados por el Ministerio de Educación y Ciencia, ha sido llevado a cabo durante los cursos 1994-95 y 1995-96 en los Colegios Públicos Juventud de Badajoz y San José de Guadajira (Badajoz).

Obtuvo el primer «Premio Joaquín Sama a la Innovación Educativa» convocado por la Consejería de Educación y Juventud de la Junta de Extremadura. Con tal motivo ha sido publicado íntegramente y distribuido a todos los centros educativos de la región extremeña, por lo que, para una descripción más detallada, remitimos a tal publicación.

Ha culminado con la exposición «Instrumentos y Unidades de Medida Tradicionales en Extremadura» en Sevilla, en el mes de julio de 1996, durante el desarrollo del VIII Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME 8), tercera de las realizadas, anteriormente, en los centros participantes en la experiencia.

El núcleo de la actividad ha sido conocer y valorar la utilidad de las Matemáticas en una de las actividades más cotidianas: medir. Investigando el uso de unidades e instrumentos que hicieron nuestros antepasados, intentando recuperar esas unidades y los aparatos que utilizaron para efectuar sus medidas, estudiar la evolución que sufrieron hasta llegar al sistema métrico decimal, las equivalencias

Este artículo es una breve descripción del Proyecto de Innovación Educativa llevado a cabo en dos colegios públicos de Badajoz, que obtuvo el «Primer Premio Joaquín Sama a la Innovación Educativa» convocado por la Consejería de Educación y Juventud de la Junta de Extremadura. Culminó con una exposición en el ICME-8 de Sevilla en julio de 1996. Se investiga el uso y se recogen unidades e instrumentos de medida tradicionales en Extremadura, estudiando su evolución hasta llegar al sistema métrico decimal, equivalencias, uso actual e incluso su distribución geográfica.

**HOMENAJE
A GONZALO
SÁNCHEZ VÁZQUEZ**

con éste, apreciar si alguna de ellas está en uso y estudiar la distribución geográfica que ocuparon en nuestro entorno próximo, la región.

Origen del proyecto

La idea del proyecto surgió en la Sociedad Extremeña de Educación Matemática Ventura Reyes Prósper.

Para los profesores autores del mismo, el interés a la hora de ponerlo en marcha fue doble:

- En primer lugar, el deseo de profundizar en nuestras raíces, conocer y rescatar las unidades y los instrumentos de medida, utilizadas por nuestros antepasados, que aún se utilizaban en algunos pueblos de la región, para medir longitudes, superficies, capacidades, pesos, tiempos... y en torno a las cuales discutirían sus labores domésticas, comerciales, agrícolas, ganaderas e industriales.
- En segundo lugar, utilizar este tema como motivación para hacer más interesante a los alumnos el aprendizaje, de forma activa, de un tema de gran importancia dentro del currículo de Matemáticas: la medida, y realizar un estudio, buscando caminos alternativos para una mejor enseñanza a partir de la investigación, observación y experimentación del conocimiento sobre las unidades de medidas utilizadas por nuestros antepasados en un tiempo no muy lejano.

Los autores del trabajo consideraron que esta actividad podía ser también un buen motivo para que sus alumnos enriquecieran su vocabulario y su conocimiento de hechos históricos, conocieran textos antiguos, dichos, refranes... y, sobre todo, despertaran sus capacidades de observación, manipulación, relación y medida, en contextos poco habituales en los programas escolares.

Apoiados por la Sociedad Extremeña de Educación Matemática y con la intención, en principio, de enmarcar el trabajo en otro más amplio propuesto en la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, se comenzaron a dar los primeros pasos.

Situación inicial

El estudio de la situación inicial se centró en dos grandes líneas de trabajo:

La situación del trabajo en Matemáticas y de su profesorado en las nuevas perspectivas marcadas por la LOGSE

Por lo que respecta a este aspecto, constatamos las siguientes notas que, a nuestro parecer, marcaban el

...utilizar este tema como motivación para hacer más interesante a los alumnos el aprendizaje, de forma activa, de un tema de gran importancia dentro del currículo de Matemáticas: la medida...

nuevo perfil de las Matemáticas y del profesor de Matemáticas.

Atendiendo a las propias Matemáticas, su importancia en un currículo escolar, según pensábamos y seguimos pensando, radica, a nuestro juicio, en dos aspectos fundamentales:

- Son una disciplina científica con un gran poder como instrumento de comunicación de la realidad.
- La actividad matemática forma a los alumnos no sólo en los aspectos relativos al pensamiento lógico-matemático, sino en muchos otros, como son: fomentar la creatividad, la intuición, el espíritu crítico, la capacidad de análisis y síntesis y la actitud positiva frente al trabajo potenciando la tenacidad y aumentando la autoestima del alumno.

A la hora de enfocar el estudio de esta disciplina, hemos de tener, así mismo en cuenta los siguientes aspectos, que consideramos de gran importancia:

- Su fuerte contenido utilitario, como herramienta auxiliar para otras áreas de conocimiento y para múltiples ámbitos de la vida.
- La necesidad para el alumno (al menos en las etapas de Primaria y Secundaria Obligatoria) de realizar el abordaje de su estudio desde una perspectiva empírica e inductiva, basada en la actividad sobre objetos y sobre la propia realidad, previa a una posterior adquisición de aspectos formales por la vía deductiva.

Por lo que respecta al profesor de Matemáticas, las características del nuevo sistema educativo (carácter terminal, nueva concepción del ciudadano que hay que formar, nueva concepción del currículo y de sus elementos...) hacen que éste adquiera nuevos roles, y pierda el de ser un mero transmisor de conocimientos, centrado en su área exclusivamente.

El perfil del profesor que propugna la Logse apunta hacia un profesional cuya función deberá ser «formadora y crea-

dora» frente al alumno: enseñar al alumno nuevos caminos, orientándole en su trabajo, en una palabra, creando mentes abiertas, creativas y presentando ante él nuevas perspectivas. Y además, un profesor que salga de su aislamiento, de su área de Matemáticas exclusivamente, y colabore con los compañeros de otras áreas, en la formación integral del alumno.

Las reflexiones sobre los aspectos antes indicados nos sirvieron para determinar, posteriormente, tanto la metodología como las actividades o los procedimientos de evaluación que se iban a emplear durante el posterior desarrollo del proyecto.

La situación de partida de nuestros alumnos

El conocimiento de la situación de partida de nuestros alumnos, algo que para nosotros era fundamental, se hizo en una doble vía, que describiremos muy brevemente:

- Por una parte estudiar cuáles eran los conocimientos sobre el tema que aparecían propuestos en los respectivos proyectos curriculares de los centros participantes. Por tal motivo se procedió a seleccionar, desde la Educación Infantil hasta el final de la Secundaria Obligatoria cuáles eran los conceptos, procedimientos y actitudes que se pretendían tratar en relación con el tema de la medida.
- Por otra parte, analizar cuáles eran los conocimientos que los alumnos de la etapa de Secundaria Obligatoria, casi al final de su proceso educativo básico, poseían realmente sobre el tema. A tal efecto, se elaboró una prueba de evaluación inicial que fue aplicada a dichos alumnos y que nos permitió identificar cuáles eran las principales dificultades que presentaban.

Fases del trabajo

Caben diferenciar tres fases en el desarrollo del proyecto:

Los alumnos de zona urbana dirigieron su actividad fundamentalmente a la búsqueda de datos en archivos, bibliotecas y hemerotecas...

Los alumnos de zona rural procuraron entrevistar a personas mayores de su entorno de quienes obtuvieron información directa sobre el uso de las unidades de medidas y los aparatos empleados...

1. Fase de recopilación de datos e instrumentos

En la primera fase, la actividad investigadora que los alumnos realizaron se dividió en consideración al entorno de los centros participantes:

- Los alumnos de zona urbana dirigieron su actividad fundamentalmente a la búsqueda de datos en archivos, bibliotecas y hemerotecas, así como a encuestar en los hogares de pensionistas a personas mayores procedentes del medio rural que hicieron uso de las unidades de medida que se querían estudiar.
- Los alumnos de zona rural procuraron entrevistar a personas mayores de su entorno de quienes obtuvieron información directa sobre el uso de las unidades de medidas y los aparatos empleados. Así mismo, realizaron una labor de recuperación de antiguos instrumentos de medidas, algunos de ellos de su propia familia.

Para realizar las encuestas se confeccionaron unas fichas, que permitieron tratar la información de forma sistemática y homogénea.

Como es de suponer, no solamente participaron en esta fase los alumnos, sino, y de una forma muy notable, también los profesores de los centros. De forma muy concisa, su trabajo en esta fase consistió en:

- *Investigación bibliográfica.* Se utilizaron fundamentalmente fondos de la Biblioteca de la Real Sociedad Económica de Amigos del País y publicaciones de la Asamblea de Extremadura. En este trabajo se hizo una revisión sistemática del tema, que arrojó datos significativos sobre nuestra región, bastante diferentes, en algunos casos, de los encontrados en algunas publicaciones actuales que recogen estudios de carácter nacional sobre el tema de la medida, y que prácticamente han utilizado tan sólo algunos textos, incompletos o de carácter muy general, para informar sobre las medidas, su uso y sus equivalencias.
- *Encuesta a los ayuntamientos sobre sus fondos bibliográficos publicados.* Esta encuesta se remitió a una muestra tomada de los ayuntamientos de toda la región y se obtuvo información, y ejemplares en algunos casos, de antiguas ordenanzas, fueros, etc., en los que se hacía referencia a las unidades e instrumentos de medida utilizados.
- *Visitas a museos de la región.* Particularmente interesante resultó la visita al Museo Etnográfico de Olivenza, que se realizó con alumnos de los centros participantes. En ella pudieron observar los objetos allí expuestos relacionados con el tema.
- *Entrevistas personales.* Dado que fueron bastantes los profesores implicados en esta fase, y de varias zonas de Extremadura, se obtuvieron informes de primera

mano y de excelente calidad de personas de edad, artesanos, agrimensores, etc.

- *Recopilación de instrumentos.* Supuso una importante tarea, que costó numerosos desplazamientos a pueblos de la región, e incluso de las regiones vecinas de Portugal, visitando a particulares, anticuarios, chatarreros, artesanos y, en general, cuantas personas pudieron facilitarnos, en préstamo, en donación en muchos casos y comprados en otros, objetos e instrumentos relacionados con la medida.

El trabajo de recopilación y restauración de instrumentos llevado a cabo por los profesores fue complementado muy eficazmente por el que mencionábamos antes que realizaron los alumnos.

2. Fase de estructuración y análisis

En esta fase trabajaron esencialmente los profesores. Básicamente consistió en:

- *Ordenación y análisis de los datos obtenidos.* Se ordenó la abundante información y el material obtenidos y se profundizó, por parte de los profesores, sobre el tema, en sus aspectos históricos y culturales en general: origen y desarrollo histórico, uso de las unidades de medida, permanencia y distribución actual en la región, tablas de equivalencia, relaciones con otras áreas de la cultura, ... todo ello a partir del amplio trabajo de campo realizado anteriormente.

Por otra parte, y esto es quizá lo más interesante en el aspecto educativo, los profesores llevaron a cabo un análisis sobre los aspectos didácticos del tema de la medida, y qué forma podría ser la más adecuada para aprovechar los conocimientos adquiridos y hacer participar en ellos a los alumnos.

- *Planteamiento de las actividades para realizar con los alumnos.* Fueron confeccionadas numerosas actividades relacionadas con el tema, que se seleccionaron y adaptaron en muchos casos, de referencias de antiguos textos.

Básicamente las actividades que se propusieron a los alumnos, tal como se describirá más adelante de forma más detallada se organizaron en cuatro grandes bloques:

- Actividades de investigación.
- Actividades de resolución de problemas.
- Actividades manipulativas.
- Actividades lúdicas.

Para una mejor identificación fueron simbolizadas con los iconos adjuntos.

- *Evaluación continua de lo realizado.* Por medio de las reuniones de coordinación de los profesores participantes se llevó a cabo una revisión continua de lo realizado, sus progresos y dificultades.



Aula



Aire libre



Longitud



Superficie



Capacidad



Peso



Pretecnología



Recreativas

3. Fase de trabajo de aula

Con respecto a esta fase, de trabajo de aula, consideramos que junto con los conocimientos matemáticos el alumno tenía que conocer los procesos históricos que abocaron a la situación actual, y que sirvieron para ampliar sus conocimientos, despertando el amor por su tierra, su cultura y sus costumbres.

Se utilizó una metodología basada en la actividad del alumno, uso y manejo de materiales concretos para la realización de medidas de objetos reales con las unidades usadas por nuestros antepasados y los aparatos de medidas que los alumnos consiguieron recuperar y aportar, elaboración de tablas de equivalencia con el SMD, construcción de unidades de medida, restauración de las encontradas, etc. Tales actividades están descritas en el apartado correspondiente.

En todas ellas se ha tratado, sobre todo, de presentar las Matemáticas a los alumnos de manera que fueran llevadas a cabo:

- De una forma amena, con actividades que despertaran su interés.
- De forma activa, recurriendo constantemente al uso de materiales manipulativos.

Actividades

No es factible detallar todas las actividades realizadas, por lo que se hace solamente una exposición de algunas de ellas, con la indicación de que todo el proceso de la experiencia ha sido una actividad en sí misma.

Las actividades con alumnos, según el esquema que se acompaña, las clasificamos en dos grandes grupos: las propias de aula y las exteriores, aunque no de forma separada ni en bloques totalmente aislados, sino buscando su penetración y un orden lógico de desarrollo, según los niveles y necesidades del propio proyecto, como a continuación se describe.



Actividades de Educación Infantil y Primaria

Por lo que se refiere a las etapas de Educación Infantil y Primaria, las actividades realizadas fueron las siguientes:

- Actividades de medida propiamente dichas.
- Recopilación, por parte de los alumnos, de juegos infantiles y unidades de medida utilizadas en ellos.

Actividades de medida para las Etapas de Educación Infantil y Primaria

* Actividades con medidas de **longitud**:

Educación Infantil

Se trabajaron conceptos como «más largo que», «más alto que», «tan grande como», y otros similares. Otras actividades realizadas fueron:

- Clasificar regletas de igual longitud.
- Ordenar objetos iguales, pero de distinta longitud.
- Construir torres de iguales alturas.
- Utilizar sencillas unidades antropométricas.

Primer y segundo ciclo

Continuar con actividades de este tipo y añadir las siguientes:

- Utilizar unidades antropométricas y observar la variabilidad entre las mismas.
- Realizar estimaciones de longitud y comprobarlas.
- Utilizar medidas del sistema métrico decimal (SMD).

En el tercer ciclo de primaria se tratan ya de forma sistemática las unidades de longitud del SMD, haciendo uso de las unidades decimales, y las conversiones de unas unidades a otras.

Tercer ciclo

En este ciclo se tratan ya de forma sistemática las unidades del SMD, haciendo uso de las unidades decimales, y las conversiones de unas unidades a otras.

* Actividades con medidas de **superficie**:

Educación Infantil

Más que actividades propiamente de medida, en Educación Infantil se trata más bien de identificar la magnitud, efectuando, para ello, actividades tales como comparar por tanteo, por pintado y por superposición distintas superficies, de manera que se llegue a la identificación de esta magnitud.

Primer y segundo ciclo

Se continúa con actividades de este tipo, en las que se pretende, ante todo, la adquisición de la magnitud, diferenciándola de otras con las que suele confundirse como, por ejemplo, el perímetro.

Se inicia el trabajo con unidades de medida, utilizando principalmente, la técnica del recubrimiento y la teselación de superficies.

Tercer ciclo

En este ciclo se trabajan ya de forma sistemática las unidades del SMD y todas las conversiones entre unidades. Se trata igualmente, y de forma más definida, la aritmetización del área, y las fórmulas de las áreas de polígonos.

* Actividades con medidas de **capacidad y volumen**:

Educación Infantil

- Clasificar recipientes, identificando los que tienen igual capacidad, sirviéndose del trasvasado.
- Estimar la mayor o menor capacidad de recipientes, y verificarlo por trasvasado.
- Llenar recipientes, utilizando otros más pequeños.
- Ordenar recipientes de mayor o menor capacidad.

Primer y segundo ciclo

Continuar con actividades de este tipo y añadir las siguientes:

- Utilizar recipientes graduados.
- Iniciación al uso de medidas del sistema métrico decimal.

Tercer ciclo

En este ciclo se tratan ya de forma sistemática las unidades del SMD, haciendo uso de las unidades decimales. Se comienza a trabajar también la aritmetización del volumen de los cuerpos.

* Actividades con medidas de **masa**:

Educación Infantil

- Sopesar, utilizando las manos, dos objetos y averiguar cuál es más pesado.
- Utilizar balanzas de platillos.

- Equilibrar objetos en una balanza de platillos.
- Ordenar masas.

Primer y segundo ciclo

Continuar con actividades de este tipo y añadir las siguientes:

- Dividir una masa de plastilina en trozos pequeños y observar que entre todos equilibran al mismo objeto que el trozo original.
- Clasificar objetos distintos, pero de igual masa.
- Fabricar un sistema de unidades de masa, con las equivalencias entre unidades.
- Introducción al sistema legal de unidades de masa.
- Pesar objetos con distintos instrumentos.
- Estimar el número de objetos iguales que forman un determinado peso.
- Construcción de balanzas.

Tercer ciclo

En este ciclo se trabajan ya de forma sistemática las unidades del SMD y todas las conversiones entre unidades.

* Actividades con medidas de **tiempo**:

Tratar esta magnitud es difícil, pues es tardía su adquisición, y podemos caer en el error de creer que los alumnos pequeños tienen adquirida la noción de tiempo por el simple hecho de que sepan decir la hora del reloj, que en realidad sólo supone leer una escala graduada. Puede ocurrir que el alumno lo haga correctamente, pero le cuesta bastante, y para ello hemos de ayudarle en la escuela, tener conciencia del paso del tiempo y de la duración de fenómenos, en especial los más prolongados.

Las actividades realizadas han buscado que el alumno, en un principio tenga conciencia del paso del tiempo, según la siguiente secuencia:

- Sucesos que se repiten de forma cíclica: Jugar - dormir, desayuno - merienda cena, escuela - juego - dormir, mañana - tarde - noche, y así sucesivamente.
- Sucesos con una mayor duración: días de escuela - días sin escuela, vacaciones - escuela,...
- Estaciones del año, cumpleaños,...

En este sentido, las actividades han procurado que el niño explique los conocimientos que va adquiriendo acerca de estos fenómenos, para que, una vez explicitados, los interiorice de una forma cada vez más consciente.

El otro grupo de actividades han tendido a que los alumnos tengan conocimiento del uso del reloj, tanto los de agujas como los digitales, conociendo además el funcionamiento y uso de otro tipo de relojes, como los de arena o los de sol.

Recopilación, por parte de los alumnos, de juegos infantiles y unidades de medida utilizadas en ellos

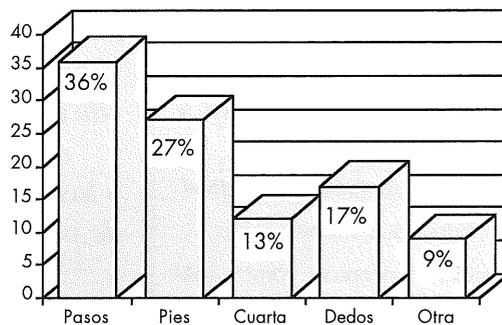
En esta fase del proyecto, se pasaron unas encuestas cuya finalidad, de acuerdo con el carácter interdisciplinar que

quisimos darle, iban encaminadas a conseguir un doble objetivo:

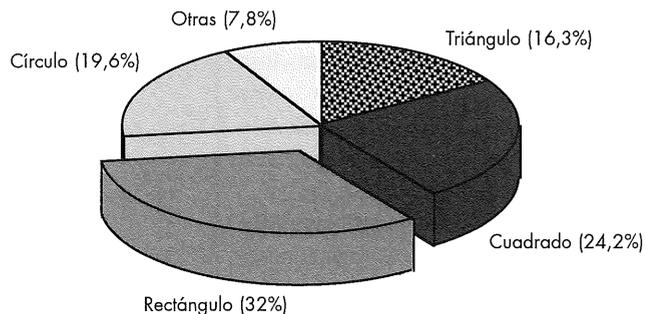
- Recopilar los juegos que los alumnos utilizan en distintas zonas.
- Recopilar las unidades de medida de longitud, superficie, capacidad y tiempo, que los alumnos utilizaban en sus juegos, para de esta forma hacerlos conscientes de su uso. Por lo que respecta a este apartado, veamos algunos de los resultados obtenidos:

El tipo de medida de longitud preferentemente utilizada es la antropométrica y el uso de instrumentos que no tiene una unidad ponderable al sistema métrico decimal. En ninguna encuesta aparecen términos como metro, decímetro...

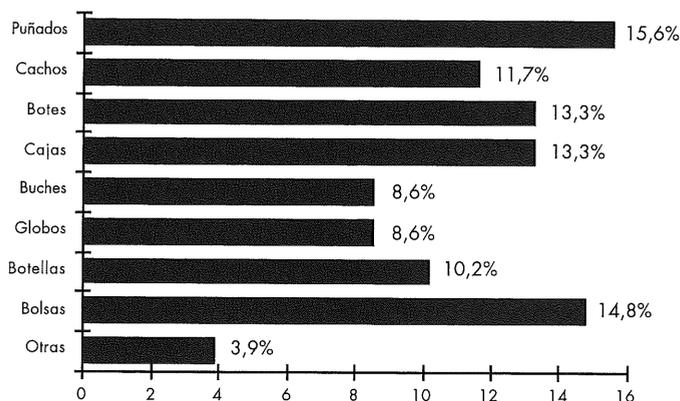
Veamos, por ejemplo, los resultados del porcentaje de los juegos en que se utilizan diferentes medidas de longitud:



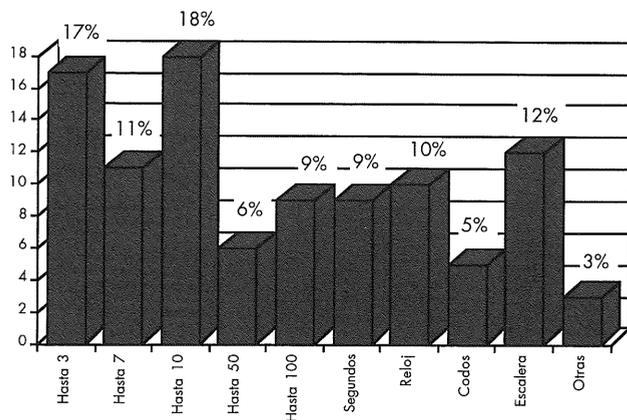
Las superficies sobre las que desarrollan sus juegos son normalmente de forma geométrica regular, siendo el rectángulo la más utilizada.



Los utensilios que utilizan en los juegos para medir capacidades son muy diversos, al igual que ocurría en las medidas de longitud, los más usados son los que les proporcionan su propio cuerpo: los puñados.



Para medir el tiempo el instrumento normalmente utilizado es el de contar una cantidad determinada, a una velocidad moderada. La cantidad que hay que contar está en función de los juegos, para los que requieren mucha rapidez cuenta hasta tres, pasando por 7, 10, 50 o 100 para aquellos en que los jugadores necesitan más tiempo como el caso del escondite.



Actividades para el Primer Ciclo de Educación Secundaria Obligatoria.

Presentamos a continuación tan sólo una breve muestra de algunas actividades de las que se propusieron a los alumnos:

* Actividades sobre medidas de **longitud**:



Manual Práctico del comerciante y del dependiente del comercio. Anónimo 1896. Página 237.

En este libro anónimo nos informan: «La vara portuguesa tiene una longitud de 1,10 metros».

Un comerciante español compró 325 varas portuguesas de telas para venderlas en Extremadura, midiéndolas con nuestra vara.

- ¿Cuántas varas vende en nuestra región?
- ¿Qué diferencia de longitud en metros hay al pasar de la medida portuguesa a la extremeña?



Puerta de Palmas. Badajoz 1995. Alberto González

A finales del siglo XVIII, Ponz, al tratar de Badajoz, se refiere al puente de Palmas en los siguientes términos:

«Es de mucha magnificencia en esta ciudad el puente sobre el Guadiana, saliendo por la Puerta de las Palmas para ir a Portugal, y se debe contar entre las más insignes obras modernas que hay en España y que pueden de algún modo competir con las de los romanos. Tiene veintiocho arcos, el mayor de 78 pies de diámetro, y el menor, de poco más de 21; lo largo de todo él es de 1874 pies y 23 a lo ancho».

- ¿Qué longitud y ancho tiene el puente expresada en metros?
- ¿Cuales son las medidas del ojo mayor y menor expresadas en metros?
- ¿Hay diferencias en las medidas que nos expone Madoz y las expresadas por Ponz?



La familia de Pascual Duarte. Ediciones Destino. Camilo José Cela. Páginas 21 y 27.

Camilo José Cela al escribir su famosa novela, nos narra que el personaje nació en un pueblo que estaba situado a dos leguas de Almendralejo y que solía ir a pescar a una charca que estaba a legua y media de Almendralejo, hacia la raya de Portugal.

- Investiga el término: raya.
- ¿A qué distancia en kilómetros estaban el pueblo natal y la charca de Almendralejo?
- ¿En qué pueblo nació el personaje?
- ¿Se encuentran en la misma dirección de Almendralejo el pueblo y la charca?



Ordenanza Municipal de la Policía Urbana de la ciudad de Plasencia. Ayuntamiento Constitucional de Plasencia. Imprenta D.

M. Ramos. 1849. Páginas 13 y 14.

En las Ordenanzas de Plasencia en su artículo 139, dice: «Las aceras serán de piedra berroqueña del ancho de cuatro cuartas y media en las calles de primera clase, y de tres y media en las de segunda, elevando unas y otras, dos dedos sobre el nivel de la calle. El mínimo de la longitud de las aceras, será de tres cuartas».

- Investiga el término: piedra berroqueña.
- Expresa en centímetros las medidas de las aceras.
- Compara dichas medidas con las aceras del Colegio.



Completa el siguiente cuadro:

Legua						
Toesa						
Braza						
Paso						
Codo						
Pie						
	Legua	Toesa	Braza	Paso	Codo	Pie

* Actividades sobre medidas de **superficie**:



Completa el siguiente cuadro:

Fanega					
Cuartilla					
Celemín					
Vara ²					
Pie ²					
	Fanega	Cuartilla	Celemín	Vara ²	Pie ²



Guía práctica de Agrimensores y Labradores. Imprenta José Repullés. Madrid 1848. Francisco Verdejo Paez. Página 87

En este texto para hallar la superficie de un triángulo sin necesidad de conocer la altura, se describe el siguiente método:

«Mídanse los tres lados, y supongamos que tenga AB 40 pies, BC 50 y AC 60; sumaremos estos tres números, y de la suma 150 se tomará la mitad, que son 75. Restando de 75 el 40 resultan 35; restando del mismo 75 el 50 quedan 25, y rebajando del 75 el 60 restan 15; multiplíquense los números 75, 35, 25 y 15, y del producto 984375 se extraerá la raíz cuadrada, que es 992(2/10) y ésta será la superficie del triángulo ABC en pies cuadrados».

- Expresa en centímetros las medidas dadas.
- Calcula el área del triángulo descrito.
- ¿Coinciden tus cálculos con los expresados por Verdejo?
- ¿Se puede dar por válida la medición que hace el autor, según el margen de diferencia con tus cálculos?



Guía práctica de Agrimensores y Labradores. Imprenta José

Repullés. Madrid 1848. Francisco Verdejo Paez. Página 157.

Verdejo nos explica de forma amena el error que suelen cometer los agricultores a la hora de sembrar las viñas, por creer tener casi el mismo número de plantas estando sembradas a 8 palmos, 7 o 6 ya que la diferencia es muy pequeña.

En una superficie de 1.000 varas cuadradas, ¿cuántas plantas se pueden sembrar a 5, 6, 7, 8 y 9 palmos?



Guía práctica de Agrimensores y Labradores.

Imprenta José Repullés. Madrid 1848. Francisco Verdejo Paez. Página 89.

El autor para hallar la superficie de un círculo conocido el diámetro propone: «calcular el cuadrado del diámetro, multiplicar dicho cuadrado por 11 y el producto obtenido dividirlo entre 14, siendo el cociente la superficie del círculo».

- Según este método, hallar la superficie de un círculo de 35 pies de diámetro.



*Guía práctica de
Agrimensores y
Labradores.
Imprenta José Re-*

*pullés. Madrid 1848. Francisco Verdejo
Paez. Página 184.*

Verdejo en este texto nos requiere:
«¿Cuántas losas de piedra de 2(1/2) pies
en cuadro se necesitan para enlosar
una pieza que tiene 450 pies superficia-
les?».

- Averigua el número de losas necesarias.
- ¿Cuál es la medida de la losa en centímetros?
- Investiga si aún se fabrican losas con esas medidas.



*TRADICIÓN
ORAL*

En la localidad extremeña de Barcarrota, para hacer las transformaciones de hectáreas a fanegas y viceversa, siguen el siguiente procedimiento:

- a) Para pasar de hectáreas a fanegas, dividen éstas por dos y a continuación la cantidad obtenida la suman al número de hectáreas, siendo el resultado fanegas.

$$\text{Hectáreas} + \frac{\text{Hectáreas}}{2} = \text{Fanegas}$$

- b) Para pasar de fanegas a hectáreas el procedimiento consiste en restar al número de fanegas un tercio de las mismas

$$\text{Fanegas} - \frac{\text{Fanegas}}{3} = \text{Hectáreas}$$

Según este procedimiento, ¿cuántas fanegas son 40 hectáreas? y ¿cuántas hectáreas son 90 fanegas?

* Actividades sobre medidas de **peso**:



*Historia de Ex-
tremadura.
Página 490.*

En el periodo de 1580 a 1599 en la ciudad de Cáceres, el pan de dos libras, incrementó su precio de 18,6 a 28,8 maravedíes.

- ¿Cuántos gramos pesaba el pan cacereño?
- Una arroba, ¿cuántos panes la formarían?
- ¿Qué tanto por ciento fue el incremento anual del precio del pan?



*Método Completo de Primera
Enseñanza Cíclica o Progresiva.
Tomo IV. Editorial Calleja.*

En este libro para reducir de las medidas antiguas al SI propone: «para averiguar los metros que tienen 42 varas, puesto que la vara tiene 0,836 metro, o un poco más de 83 y medio centímetros, se multiplicará 42 varas por 84 centímetros, separando las dos últimas cifras de resultado por ser centésimas partes, y tendremos un resultado muy aproximado».

- Realiza la actividad según nos indica el libro y calcula el error cometido.



*Tradición agrícola extremeña.
Difusión oral*

Los agricultores extremeños al sumar el pesaje de los cerdos, operaban de la siguiente forma: sumaban las arrobas, sumaban las libras, el número de libras lo multiplicaban por cuatro obteniendo cuarterones, a continuación los cuarterones eran divididos entre cien obteniendo arrobas que eran sumadas a las obtenidas en la primera suma, expresando el peso total en arrobas y cuarterones.

- Siguiendo este método, ¿cuánto pesan en total cuatro cerdos si cada uno en su pesaje ha dado: el primero 11 arrobas y 17 libras, el segundo 18 arrobas y 21 libras, el tercero 9 arrobas y 20 libras y el cuarto 13 arrobas y 12 libras?



Completa el siguiente cuadro:

Quintal					
Arroba					
Libra					
Cuarterón					
Onza					
	Quintal	Arroba	Libra	Cuarterón	Onza

* Actividades de *aire libre*:



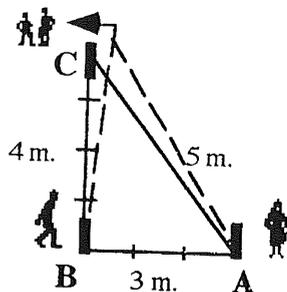
ÁNGULOS RECTOS: CUERDA DE LOS DOCE NUDOS

En un parque cercano al colegio solicitamos a los alumnos que por grupos trazasen un ángulo recto, sobre el suelo. Con sorpresa comenzaron su trazado apoyando las cuerdas sobre los lados de una escuadra, esta tarea no supone dificultad. El siguiente paso de la experiencia en el parque consistió con la ayuda de la cuerda y el metro como únicos materiales, en construir diseños de ajardinamientos que contengan ángulos rectos.

Las dificultades aumentaron considerablemente, los ángulos se construían, doblando la cuerda sobre un palo clavado en el suelo, haciendo una estimación. Les hicimos ver que el método era aproximado, cuando comprobaban su amplitud, en muy pocos casos dio el ángulo recto, había que buscar otro método mejor.

No tardaron en encontrar un método consistente en bordear con una cuerda un trazado de los ajardinamientos existentes, formando un ángulo recto y sujetando la cuerda tres alumnos, cada uno por un vértice transportar el triángulo formado a la zona del dibujo.

Consideramos que era el momento de empezar a formalizar los conocimientos para ello, y continuando con los grupos formados, les solicitamos que clavasen una estaca (A) sobre el suelo, midiesen tres metros y en ese punto fijasen otra (B), debiendo clavar otra (C) que estuviese a una distancia de cuatro metros de (B) y a cinco de (A).



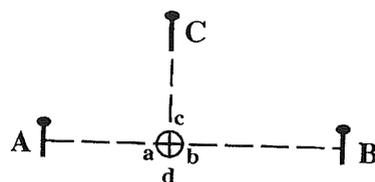
Hechas las mediciones precisas comprobaron que todos habían logrado la construcción de un triángulo rectángulo.



TRAZAR EN EL TERRENO UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA DADA. MÉTODO DEL CARTABÓN.

Esta misma actividad se realizó con el uso del cartabón usado por agrimensores, que fue reproducido en la clase de pretecnología.

Se trazó en el suelo una línea entre los puntos AB, colocando en la misma el cartabón de tal forma que al dirigir la visual por la hendidura ab quedaba ajustado sobre la línea trazada, después se fue corriendo el cartabón en esta situación a lo largo de AB hasta que la visual dirigida por las pínulas de correspondían con el punto C, siendo esta visual la perpendicular buscada.



Aunque este método no deja de ser un tanteo, con un par de veces que lo hacían los alumnos conseguían trazar la perpendicular con bastante exactitud.



MEDIR CON CADENAS LA PROYECCION HORIZONTAL

DE UN TERRENO EN CUESTA.

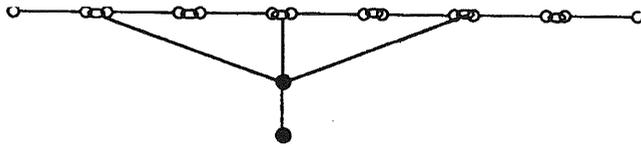
Se planteó la actividad de medir la distancia horizontal entre dos puntos que están en cuesta, aquello supuso un debate muy interesante, hubo algunos que no eran capaces de buscar un método viable, otros encontraron algunas fórmulas muy descabelladas, la mayoría optó por el teorema de Pitágoras. El grave problema era medir la altura en perpendicular de la cuesta, algunos propusieron que haciendo un pozo, se podría averiguar, pero francamente sus compañeros, pensaron que tenía que haber un método más sencillo y menos complicado.

Tras una consulta en los libros utilizados, encontraron el método propuesto por Francisco Verdejo en su libro: *Agrimensores y Labradores* de 1848.

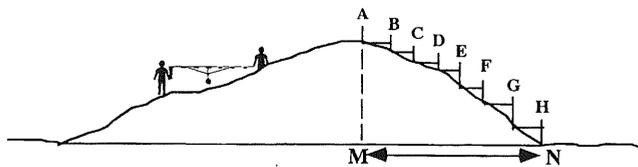
Quisimos probarlo y en una cuesta no muy pronunciada seguimos el procedimiento encontrado por los alumnos.

La cadena de agrimensor, construida previamente en clase de Pretecnología, la preparamos de la siguiente forma:

contando cuatro eslabones, atamos en el primero y último un cordoncillo de cincuenta centímetros de largo, poniendo en el medio un plomo para que quedase de forma tensa, quedando los lados perfectamente igualados, del punto medio de la cadena se ató otro cordón con un plomo en su extremo libre.



A continuación un alumno se colocaba en un punto de la cuesta y otro bajaba con la cadena hasta una distancia que le permitiese elevar la cadena de tal forma que el cordón de extremo libre coincidiese con el plomo del cordón atado, ya que en ese momento la cadena estaba en posición horizontal al suelo. Después el primero bajaba a la posición del segundo y este seguía bajando, haciendo las mismas operaciones que anteriormente, hasta llegar al final de la cuesta, habiendo conseguido medir la distancia propuesta en varias mediciones.

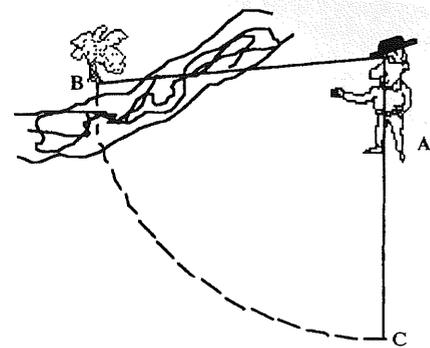


$$MN = AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH$$



MEDIR UNA DISTANCIA INACCESIBLE MEDIANTE UN SOMBRERO.

Quisimos terminar las actividades de medidas inaccesibles, practicando un método sencillo y original, que no presenta complicaciones, aunque sí los errores cometidos son mayores, pero nos permiten de manera aproximada obtener la distancia a un punto inaccesible.



Colocados en un punto A bien firme y sin mover la cabeza, ir bajando el ala del sombrero hasta que por su borde se descubra el punto B de referencia para medir la distancia desconocida, después girar lentamente de modo que la visual llegue hasta otro punto C accesible sin alzar la cabeza, fijar el punto C en el terreno, para finalizar medimos la distancia AC desde nuestra posición al punto fijado, que es la misma de AB. Los errores cometidos fueron grandes en algunos alumnos, otros se aproximaron con cierta precisión.

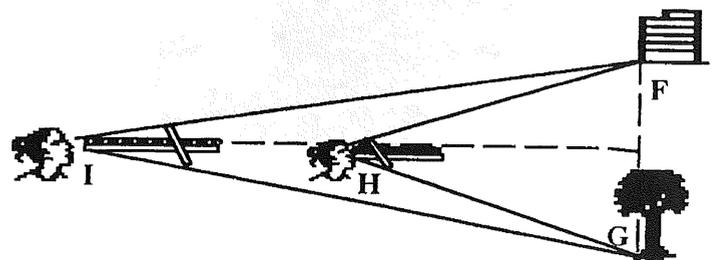


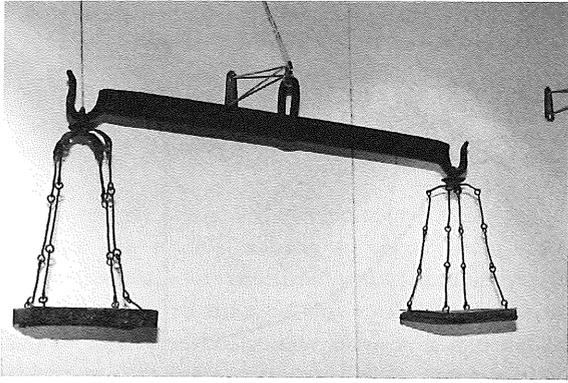
MEDIR UNA DISTANCIA INACCESIBLE MEDIANTE EL BÁCULO

En el aula de pretecnología los alumnos construyeron un «báculo», material que su construcción se desarrolla en el apartado de Tecnología, para medir las distancias inaccesibles entre dos puntos.

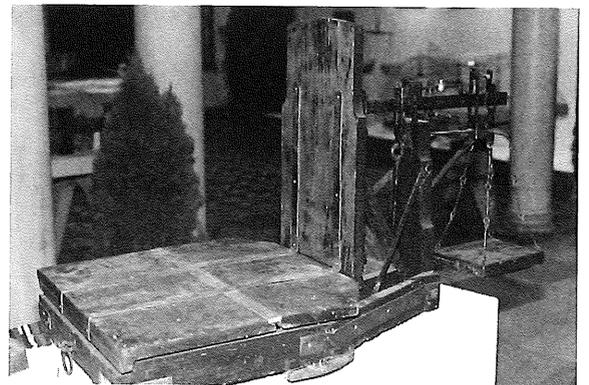
Para su utilización se situaron en un punto que llamamos I, equidistante de los objetos a medir F y G. La condición primera es colocar el aparato en completa horizontalidad, una vez lograda ésta, desplazaron la traviesa sobre la regleta de tal forma que fuesen visibles los puntos F y G desde I. Después avanzaron la traviesa hacia su punto de visión una distancia igual a la correspondiente longitud de la traviesa.

Puesta la traviesa en su nueva posición, avanzaron a lo largo de la línea IH hasta llegar a una posición H donde pudieron ver de nuevo los puntos F y G.





Aspectos de la exposición:
*Instrumentos y Unidades de Medida
Tradicionales en Extremadura.*
ICME-8. Sevilla. Julio 1996



Midieron la distancia andada IH, que teóricamente corresponde a la separación de F y G.

Realizada esta actividad, con dos puntos accesibles, para poder medir posteriormente la distancia real, los errores cometidos a veces eran grandes, tal vez debidos a que no situaban el punto I equidistante del F y G, ni tampoco se lograba la perfecta horizontalidad del báculo, sin embargo habían logrado medir distancias entre dos puntos por un método alternativo obteniendo medidas aproximadas.

* Actividades en el **Área de Tecnología**:



CADENA DE AGRIMENSOR

a) **Materiales:**

Alambre, cortafrío, alicates, regla.

b) **Proceso de trabajo:**

Enderezar el alambre, cortarlo en fragmentos de 4 y 27 centímetros.

Con las piezas de 4 centímetros se formará un eslabón de 1,5 centímetros de longitud interior, con los de 27 en cada extremo se les hará un cierre que dé una longitud interior de 23,5 cm.

Una vez elaboradas las piezas se van uniendo por medio de los eslabones.

Para finalizar con alambre más grueso haremos dos asas de sujeción para cada uno de los extremos.

Las piezas de los extremos se harán de 15 cm, para lograr que junto con la manilla de sujeción den la longitud total de 25 centímetros igual a la de cada uno de los tramos que compone la cadena una vez unidos a los eslabones.

c) **Utilidades:**

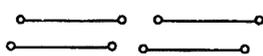
Hacer mediciones de distancias desconocidas. Medir superficies de terreno.

d) **Investigación:**

• ¿Qué ocurre cuando el terreno no está nivelado?

- ¿Que ventaja tiene este método, con el de medir con una cuerda?
- ¿Qué cantidad de alambre es necesaria para construir una cadena de 20 metros?
- ¿Cuántos eslabones se necesitan para una cadena de 20 metros?

e) **Esquema del aparato:**



Piezas de la cadena



1,5 cm



Eslabones de unión

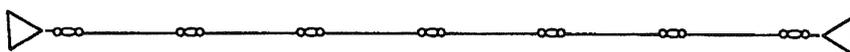
1,5 cm



Manilla de sujeción



10 cm



BÁCULO

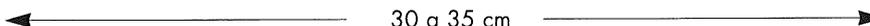
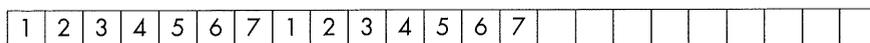
a) **Materiales:**

Cartulina fuerte o táblex, regla, rotuladores, tijeras, sierra de marquetería.

b) **Proceso de trabajo:**

El báculo consta de una regleta y dos traviesas, que se recortarán en cartulina o táblex.

La regleta tiene una dimensión de unos 30 centímetros de longitud por uno y medio de ancho. Una vez recortada se marcan los centímetros sobre ella, es conveniente marcarlos en grupo de siete a siete.

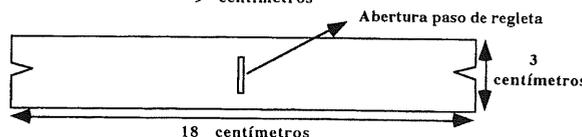


La traviesa A es de igual ancho, 3 centímetros, que la B, pero mitad de longitud, siendo ambas de 9 y 18 centímetros respectivamente. En su parte central llevan una abertura coincidente con el grosor y ancho de la regleta, de tal forma que puedan desplazarse una sobre la otra. Las dos tienen en sus extremos unos cortes, triangulares de 5 milímetros, que servirán de puntos de mira.



9 centímetros

3 centímetros



18 centímetros

3 centímetros

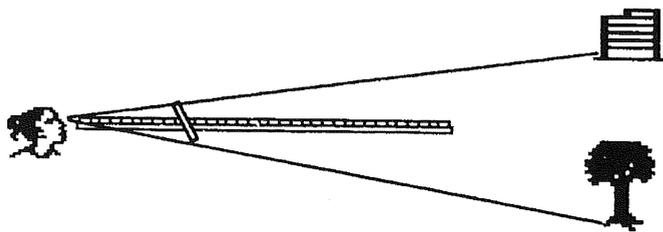
c) *Utilidades:*

Medir distancias inaccesibles

d) *Investigación:*

- ¿En qué concepto matemático está basado este método de medición?
- Si estamos muy próximos a los objetos a medir, ¿qué travesía debemos usar?
- Si con una misma travesía nos acercamos o alejamos de los objetos que hay que medir, ¿qué ocurre con la posición de la travesía en la regleta?

e) *Esquema del aparato:*



Evaluación y conclusiones

Por lo que respecta a la evaluación, se ha llevado a cabo en tres momentos claves:

Evaluación inicial

Esta evaluación ha tratado de recoger los aspectos: ¿qué *conocimientos* tienen nuestros alumnos?, ¿qué *actitudes* presentan?, ¿qué *habilidades*?, ¿qué *destrezas*?, etc. Y, a la vez también, cuál era la disposición de los profesores, cuáles eran las condiciones de los centros, etc.

Además de lo que se refleja en el resumen que presentamos, se han tomado numerosas anotaciones por parte de los profesores participantes de los procedimientos empleados y de la actitud denotada por los alumnos, datos éstos que han sido recogidos en fichas del profesor para su posterior tratamiento en las reuniones de coordinación.

Evaluación durante la realización del proyecto

La evaluación durante la realización del proyecto nos ha permitido seleccionar cuáles eran los puntos más interesantes, por su significación para el aprendizaje de los alumnos o por el nivel de dificultad que tenía para ellos, y de este modo seleccionar las actividades propuestas hasta llegar a las que se presentan en este artículo, y también para depurar nuestros métodos de trabajo.

Las herramientas utilizadas para la evaluación de los alumnos han sido las anotaciones por parte de los profesores, donde se reflejaban:

- a) Los datos de la observación directa sobre las actividades realizadas.
- b) El trabajo con los compañeros.

Además de las observaciones sobre consecución de objetivos conceptuales por parte de los alumnos, se ha utilizado un modelo de ficha (ver página siguiente) donde se ha recogido la actitud que éstos han mostrado durante la realización de las actividades:

- c) Las hojas de actividades de cada alumno, recogidas y analizadas por cada profesor y comentadas en las reuniones de coordinación.
- d) La autoevaluación por parte de los propios chicos, como un elemento de alto valor educativo, para colaborar a su propia formación.

Tan necesaria como la evaluación de los alumnos ha sido, como decíamos al principio, la evaluación del profesor y del propio proceso.

Por lo que se refiere a la *evaluación del profesor*, y dada la importancia de este tipo de evaluación, hemos estado atentos a todo lo que sucedía en clase. ¿Eran felices en el trabajo nuestros alumnos?, ¿estábamos atendiendo a todos por igual según sus necesidades y características?, ¿eran correctas las estrategias de trabajo propuestas?, ¿se hizo uso adecuado de los recursos a nuestro alcance?

Para la evaluación del profesor nos hemos servido fundamentalmente de la reflexión de los propios profesores, de la valoración del ambiente de clase y de la puesta en común en las reuniones.

En cuanto a la *evaluación del proceso*, bajo este aspecto vemos la evaluación como una recopilación de todas las realizadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Nos ha ido diciendo hasta qué punto se lograban las pretensiones iniciales, cuáles eran las causas que entorpecían la consecución de los obje-

Fecha: Observación:	Nombre	ALUMNO 1	ALUMNO 2	ALUMNO 3	ALUMNO 4	ALUMNO 5
Muestra interés al presentarle la actividad						
Enfoca la actividad con confianza						
Hace preguntas						
Reflexiona sus ideas						
Persevera en las tareas						
Argumenta sus soluciones						
Encuentra más de una solución						
Ayuda a los demás						
OTRAS NOTAS						

Ficha de actitud matemática

tivos y nos ha ido permitiendo redefinir muchas partes del proceso: estrategias, actividades, etc.

El inconveniente con el que nos hemos encontrado para evaluar el proceso es que no hay elementos de medida perfectamente definidos para realizar esta evaluación, por lo que hemos hecho una globalización de las diferentes evaluaciones de cada uno de los elementos que intervienen en el proceso.

Evaluación final

Se ha realizado al terminar el proyecto, y ha contado con todos los datos que se han ido recogiendo durante la realización del mismo, así como con los datos comparativos de las situaciones inicial y final. Las herramientas empleadas han sido prácticamente las mismas que se describen en la evaluación hecha durante la realización del proyecto.

Luis M. Casas
Ricardo Luengo
Cipriano Sánchez
 Sociedad Extremeña
 de Educación Matemática
 Ventura Reyes Prósper

Conclusiones

Por lo que respecta a conclusiones, creemos que ha supuesto un interesante trabajo interdisciplinar, en el que se ha conseguido:

- La integración de varias áreas del currículo, pues ha involucrado muy particularmente las áreas de Matemáticas, Lenguaje y Conocimiento del Medio, todo ello sin olvidar las áreas transversales, tal como se puede constatar en las actividades realizadas.
- La integración del trabajo de profesores de varios centros, principalmente los dos en los que se ha llevado a cabo la experiencia, aunque han participado también profesores de otros varios, y sobre todo, de varias áreas.
- La integración y participación en el trabajo escolar de los padres de los alumnos y de las poblaciones del entorno, pues a ellos ha estado dirigida, en primer lugar, la encuesta para obtener datos que se hizo al iniciar el proyecto y, por último, la exposición de objetos de medida que se llevó a cabo.