

# SUMA<sup>24</sup>

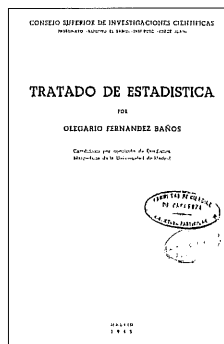
febrero 1997

## El Tratado de Estadística de Fernández-Baños

**TRATADO DE ESTADÍSTICA**  
**Olegario Fernández-Baños.**  
**Consejo Superior de Investigaciones Científicas.**  
**Patronato "Alfonso el Sabio". Instituto "Jorge Juan"**  
**Madrid, 1945**

El *Tratado de Estadística* de Olegario Fernández-Baños fue el primer libro de Estadística Matemática en sentido moderno que se publicó en España. Anteriormente, se habían publicado libros de Estadística para la asignatura de Geografía y Estadística Industrial y Mercantil de las Escuelas de Comercio y para la de Economía Política de las Facultades de Derecho. Los libros de texto para esas asignaturas trataban, generalmente, temas de carácter administrativo, descripción de los métodos estadísticos utilizados y aplicación de la Estadística a España. En muchos de ellos se aprecia la influencia de las ideas de Quetelet al pretender aplicar el Cálculo de Probabilidades a la Estadística.

A comienzos del siglo XX el interés de un sector de los matemáticos españoles era tratar de resolver los problemas que planteaba la Estadística haciendo uso del Cálculo de Probabilidades. Así, en el concurso de 1909 de la Real Academia de Ciencias, se consideró la Estadística como rama del Cálculo de Probabilidades se aprecia con claridad en las palabras del Prólogo del libro *Cálculo de Probabilidades* (1920) de Manuel Velasco de Pando, obra premiada con un accésit en el mencionado concurso de la Real Academia de Ciencias de Madrid, donde dice:



propuso como título a uno de sus temas «Exposición clara y sencilla del Cálculo de Probabilidades y sus aplicaciones». La convocatoria de la Real Academia de Ciencias de Madrid ponía de manifiesto la tendencia de acercamiento a los Métodos Estadísticos como una aplicación del Cálculo de Probabilidades.

«No sería osado decir que el Cálculo de Probabilidades es, desde cierto punto de vista, la matemática de la vida real. Si esta fuera regida por leyes fatales como ocurre en el mundo físico, se sometería a ecuaciones diferenciales, cual se somete la Mecánica, pero, puesto que el azar la rige, sólo el Cálculo de Probabilidades se puede aplicar a ella.»

### RECENSIONES

De las palabras de Velasco se infiere la creencia que existía, por parte de amplios sectores de los científicos, no solamente españoles, de que la Probabilidad, teoría matemática abstracta se llegaría a aplicar con plena satisfacción a los más variados fenómenos aleatorios, sociológicos o de poblaciones.

El nacimiento de la Estadística como disciplina autónoma frente a la Teoría de Probabilidades tuvo lugar a finales del siglo XIX o comienzos del XX y se vio claramente impulsada por las ideas del darwinismo. La Teoría Evolucionista de Ch. Darwin (1809-1882) planteaba el problema de hacer predicciones y corroboraciones no sobre el porvenir de individuos concretos, sino sobre especies enteras, lo que planteaba el estudio de colectivos para poder corroborar las predicciones. En esta línea, Francis Galton (1822-1911), primo de Darwin, aportó el concepto de correlación, que presentó por primera vez en su obra *Hereditary Genius* (1869). En su trabajo principal *Natural Inheritance* (1889) introdujo el concepto de regresión analizando las tallas de padres e hijos. Karl Pearson (1857-1936) estudió las curvas de densidad, el coeficiente de correlación  $r$  y sus generalizaciones, la Chi-cuadrado. A Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) se le deben, entre otros, los trabajos sobre máxima verosimilitud, análisis de la varianza y análisis multivariante. Su *Statistical Methods for Research Workers* (1925) se tradujo a seis idiomas y tuvo catorce ediciones.

Olegario consideraba que las Matemáticas y la Estadística se diferenciaban en algo tan profundo como era el método. Ya que, mientras que las Matemáticas utilizaba exclusivamente el método deductivo, la Estadística hacía uso del método inductivo. Fernández-Baños pensaba, de acuerdo con la Escuela Estadística Inglesa, que el Cálculo de Probabilidades era una teoría matemática más entre las que se podían aplicar a la Estadística para resolver sus problemas.

La opción metodológica de Fernández-Baños supuso una ruptura con lo que había supuesto la tendencia de los estudios de Cálculo de Probabilidades y Estadística en España.

En 1933 se crearon las cátedras de Estadística Matemática en las facultades de ciencias españolas. A la Estadística se le concedía la misma autonomía que a la Geometría, al Análisis o la Astronomía como rama de las Matemáticas.

Hubo profesores como Esteban Terradas y Olegario Fernández-Baños que optaron por introducir en esas cátedras la línea marcada por la escuela inglesa de Galton, Pearson y, especialmente, de Fisher.

La Estadística que se introdujo en las cátedras de las facultades de ciencias de las universidades españolas hacia 1933 no seguía la tradición de probabilistas como Ollero, Galán o Velasco, sino que adoptó directamente la línea de la escuela inglesa de Pearson-Fisher de la que Fernández-Baños era un ferviente seguidor.

Para Fernández-Baños la Estadística era una metodología para el estudio de las ciencias de observación de los fenómenos colec-

*Olegario  
consideraba que  
las Matemáticas  
y la Estadística  
se diferenciaban  
en algo tan  
profundo como  
era el método.*

*•Ya que,  
mientras que  
las Matemáticas  
utilizaba  
exclusivamente  
el método  
deductivo,  
la Estadística  
hacía uso  
del método  
inductivo.*

tivos. El libro está dedicado a Ronald A. Fisher lo que marca todavía más la tendencia adoptada.

Los temas tratados en la obra son Series Estadísticas, Valores Medios e Índices, Cálculo de Probabilidades, Estadística Descriptiva, Teoría y Técnica de Muestras y Correlación. En el prólogo del *Tratado de Estadística* justificaba el desplazamiento del Cálculo de Probabilidades del núcleo de la Estadística.

El *Tratado de Estadística* es autocontenido, quiere decir que dedica capítulos especiales a los temas no estadísticos necesarios para el desarrollo de las teorías. Algunos de estos temas son la integral de Stieltjes, integrales de Fourier, fórmulas de interpolación y polinomios ortogonales, lo que nos puede dar una idea del gran nivel de la obra.

Fernández-Baños no pretendía en el *Tratado* dar un curso exhaustivo de Cálculo de Probabilidades, pero se esforzó en dar una definición adecuada que evitara la formulación de paradojas, como la de J. L. Bertrand (1822-1900), dentro de la teoría. Para conseguir su objetivo utilizó las ideas de F. M. Urban en su libro *Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung un der Theorie der Beobachtunslhen* (1923) y las nociones de teoría de conjuntos.

Asoció el concepto de probabilidad al grado de confianza racional de la presentación o verificación de un suceso. Donde a la palabra racional se le imprime el significado de no ser caprichosamente y subjetivamente elegido, sino real y fundamentalmente objetivo.

Utilizó una notación de probabilidad condicionada. El símbolo  $P(A/C)$  significa la probabilidad del suceso o proposición  $A$ , supuestas las condiciones o premisas  $C$ .

Adoptó inicialmente una definición de probabilidad según Laplace modificada haciendo uso de nociones de teoría de conjuntos para salvar las paradojas, pero no se decidió por las definiciones axiomáticas existentes. La definición de Von Mises, Copeland, Wald, etc., le parecía perfectamente lógica, pero poco fecunda y eficaz en un primer estudio de esta ciencia. Las definiciones axiomáticas de Fréchet, Kolmogoroff y Cramer pertenecían, para Olegario, a la

clase de definiciones que establecían las probabilidades como conceptos *a priori* y no le pareció adecuada para exponerla en un texto docente. Optó por una definición basada en la Teoría de Conjuntos y en Teoría de la Medida, porque le parecía más útil desde el punto de vista pedagógico:

*Si llamamos colectivo a un conjunto de sucesos... tendremos que supuestas unas premisas o condiciones C, si consideramos el suceso o carácter A, la probabilidad en el supuesto de C ... y el colectivo al que se refieren las premisas C es medible y los mismo sucede a los conjuntos que, además, tienen carácter A, estaremos en el caso de hablar de probabilidad en sentido cuantitativo y numérico, y diremos que  $P(A/C) = (a)/(C)$ , siendo (C) la medida del conjunto al que se refieren las premisas C y (a) la medida del subconjunto que, además, tiene carácter A.*

El libro cita una abundante bibliografía, española y extranjera, sobre Cálculo de Probabilidades y Estadística actualizada hasta el año 1943.

El contenido de la obra es el siguiente:

### **I. Preliminares. Series estadística. Valores medios e índices.**

CAPITULO I.- Objeto de la estadística: Investigación estadística. Previsiones. Leyes empíricas y teorías. Fenómenos naturales y humanos. Colectivos. Objeto de la estadística.

CAPITULO II.- Descripción de los fenómenos colectivos: Captación de datos. Cédulas y fichas de datos primitivos. Series estadísticas. Representación de las series estadísticas.

CAPITULO III.- Valores medios de una serie estadística: Propiedades elementales. Estudio de la media general. Errores de la media aritmética. Valor mediano. Valores auxiliares de las medias.

CAPITULO IV.- Números índices: Conceptos generales. Fórmulas matemáticas para construir índices complejos. Propiedades y análisis de los números índices complejos. Índices de coste de la vida.

### *El libro cita una abundante bibliografía, española y extranjera, sobre Cálculo de Probabilidades y Estadística actualizada hasta el año 1943.*

## **II.- Cálculo de probabilidades**

CAPITULO V.- Ideas generales: Primeras nociones y teoremas fundamentales. Probabilidades en las pruebas repetidas.

CAPITULO VI.- Variables estocásticas casuales o aleatorias: Esperanza matemática. Aplicación a los esquemas de Bernouilli y Poisson. Aplicación al caso en que la probabilidad varía de prueba a prueba. Comparación entre algunos valores medios empíricos y teóricos. Lema de Bienaymé-Tchebycheff. Lema de Markoff.

CAPITULO VII.- Ley de los grandes números: Teorema de Bernouilli y de Poisson. Ley fuerte, o de Cantelli, de los grandes números.

CAPITULO VIII.- Estudio de algunas fórmulas: Fórmula de Moivre-Stirling. Cálculo de algunas integrales. Aplicación de la fórmula de Moivre-Stirling a la obtención de la curva de probabilidades en el problemas de las pruebas repetidas en un colectivo de probabilidad constante en cada prueba. Obtención rápida de la ley normal.

CAPITULO IX.- Ley normal de distribución de frecuencias: Curva normal de probabilidad, Aplicaciones elementales de la ley normal. Criterio de  $\pi$ . Teorema de Bernouilli. Combinación lineal de variables estocásticas que siguen la ley normal de probabilidad. Teoremas de Poisson y Laplace.

CAPITULO X.- Teoría general de distribuciones de frecuencias: Función de distribución e integral Stieltjes. Función característica de una variable estocástica. Teorema de Fourier sobre inversión de integrales. Problema general y fórmula general.

CAPITULO XI.- Aplicaciones: Distribuciones distintas de la normal. Aplicaciones a la ley de distribución binomial en el esquema de Bernouilli. Idem al esquema de Poisson. Ley de Poisson o de los sucesos de Bortkiewicz.

CAPITULO XII.- Cálculo de momentos y probabilidad a posteriori. Cálculo de momentos y correcciones de Sheppard. Probabilidad a posteriori: Cuatro problemas. Sobre la inversión del teorema asintótico de Bernouilli.

## **III. Estadística descriptiva**

CAPITULO XIII.- Ideas generales y conceptos preliminares: Nociones previas. Elección de función interpolatriz de ajuste o percuatriz. Operadores simbólicos. Teoremas de conservación.

CAPITULO XIV.- Métodos de interpolación y perecuación. Diagramas de Fraser y fórmulas de interpolación. Método de interpolación de Cauchy. Método de sumas. Método de las áreas o de Cantelli. Método de los momentos. Método de los mínimos cuadrados. Método de Fisher. Métodos de Pearson y Neyman.

CAPITULO XV.- Métodos de graduación o ajuste. Métodos de Woolhouse. Higham y Spencer. Métodos de J. Karup y G. King.

CAPITULO XVI.- Curvas especiales y desarrollos en serie de los problemas de frecuencias: Curvas de Pearson. Desarrollo en serie de Charlier. Tipos A, B, C. Series de Bruns.

CAPITULO XVII.- Método general de las funciones y polinomios ortogonales. Funciones y polinomios ortogonales. Método de las series de Fourier.

CAPITULO XVIII.- Tablas de eliminación y frecuencia y funciones biométricas: Nociones fundamentales de eliminación y frecuencia. Funciones biométricas y esquema de Lexis. Nociones sobre construcción de tablas generales de mortalidad.

CAPITULO XIX.- Leyes de mortalidad y supervivencia: Función general de Ququet. Casos particulares: Leyes de Dormoy, Makeham, Gompertz, etc. Función interpolatriz o perecuatriz de una tabla de supervivencia. Ejemplos prácticos.

CAPITULO XX.- Elementos de Análisis coyuntural: Nociones previas. Movimientos estacionales. Varios métodos de cálculo. Movimiento estacional variable. Descomposición de un fenómeno complejo en sus componentes simples. Periodograma de Schuster. Periodograma de Whittaker-Robinson. Concentración y su medida. Método de traslación de Edgeworth-Kapteyn. Idea de la transvariación y su medida.

#### IV.- Teoría y técnica de muestras

CAPITULO XXI.- Ideas generales de las muestras y sus medidas: Nociones sobre las muestras y los «estadísticos» o parámetros experimentales. Diversas medidas de la estructura de las series estadísticas y fórmulas prácticas.

CAPITULO XXII.- Precisión de algunos estadísticos: Precisión de la media aritmética. Caso en que se observan diversos subcolectivos del colectivo total. Precisión de la dispersión, de la desviación típica o standard y de las correcciones de Sheppard. Coeficiente de dispersión o divergencia. Dispersión normal, subnormal y supernormal.

CAPITULO XXIII.- Leyes de la probabilidad y dispersión de algunos estadísticos: Estudio preliminar. Teorema fundamental. Ley de probabilidad y de distribución de la  $t$  de Student. Idem ed. de la  $z$  de Fisher. Idem de la  $z-\omega = \log(s_1/s_2) - \log(\sigma_1/\sigma_2)$ . Significación de la diferencia de medias aritméticas y de dispersión empíricas. Ley de probabilidad y de distribución de la  $\chi^2$  de Pearson. Uso práctico de la  $\chi^2$  de Pearson.

CAPITULO XXIV.- Análisis de la dispersión: Preliminares. Problema fundamental para dos clasificaciones y conclusiones prácticas. Problema fundamental para tres clasificaciones. El cuadrado latino: resultado práctico.

CAPITULO XXV.- Errores de observación: Nociones elementales sobre los errores de observación. Demostración clásica de la ley de Gauss. Demostración por el método de Laplace. Regiones de igual probabilidad.

#### V.- Correlación estadística

CAPITULO XXVI.- Nociones preliminares: Conexión o enlace estocástico y primeras nociones del mismo. Medida de la contingencia y ejemplos.

CAPITULO XXVII.- Correlación y regresión lineales: Coeficiente general de correlación. Coeficiente de correlación rectilínea. Relaciones entre el índice de contingencia  $\Phi^2$  y el coeficiente de correlación rectilínea. Coeficiente de correlación de diversos órdenes. Momentos ligados. Razón de la correlación y dispersión residual. Coeficiente de regresión lineal. La ley de distribución del coeficiente de correlación rectilínea. Transformación de Fisher de la curva de distribución de  $r$ . Ley de distribución de  $r$  cuando las  $2n$  observaciones son del mismo colectivo (correlación interclase). Ley de distribución del coeficiente de regresión lineal.

CAPITULO XXVIII.- Correlación lineal interclase autocorrelación, correlación desplazada (serial): Correlación interclase (entre los datos de una clasificación). Autocorrelación y correlación desplazada (serial).

CAPITULO XXIX.- Correlación estocástica lineal múltiple: Concepto general. Teorema general de la correlación múltiple lineal. Fórmulas generales de correlación y regresión lineal parcial y total. Ley de distribución del coeficiente de correlación lineal múltiple. Ley de probabilidad de los coeficientes de la regresión lineal. Razón de la correlación.

CAPITULO XXX.- Significación y análisis de varias constantes: Significación de los coeficientes de regresión y correlación. Coeficiente de determinación y dispersión residual. Significación de los coeficientes de regresión parcial. Coeficientes de correlación parcial lineal. Coeficientes de correlación separada. Significación del coeficiente de correlación múltiple lineal.

CAPITULO XXXI.- Correlación y regresión curvilíneas: Correlación y regresión curvilíneas simples (de una sola variable). Correlación y regresión curvilíneas múltiples (de varias variables).

CAPITULO XXXII.- Correlación graduada: Coeficiente de Spearman y su dispersión.

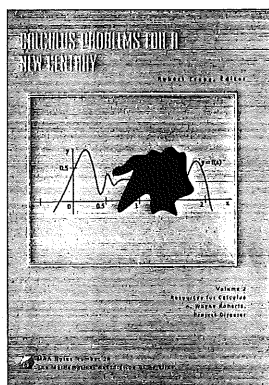
CAPITULO XXXIII.- Correlación de constantes y correcciones: Problema sobre la correlación de constantes. Error Standard de los coeficientes de correlación y regresión simple. Fórmulas prácticas de correlación.

CAPITULO XXXIV.- Correlación espúrea y series de tiempo: Correlación espúrea. Series de tiempo. Método de las diferencias finitas. Autocorrelación y correlación desplazada (serial). Método de las variables sin autocorrelación y de las funciones ortogonales. Método de Frisch (*Confluence Analysis*). Otros métodos. Observaciones sobre las series de tiempo. Jerarquización de las variables.

**Víctor Arenzana Hernández**

**CALCULUS PROBLEMS FOR A NEW CENTURY**

**A. Wayne Roberts.  
Project Director  
MAA Notes Number 28  
The Mathematical  
Association of America**



En una de las diversas colecciones de libros interesantes de la Mathematical Association of America, en concreto en la MAA Notes, aparecen cinco volúmenes, números 27 a 31, que corresponden a un proyecto, «Resources for Calculus», diseñado bajo el convencimiento de que el Cálculo que venimos explicando a nuestros alumnos tanto en el primer año de universidad como en los últimos cursos en los institutos, en lugar de ser una culminación satisfactoria de su preparación en la Enseñanza Secundaria, o una puerta para futuros estudios, se ha convertido simplemente en un obstáculo a superar. Una de las razones que apunta, es que la elección de los temas a dar y sobre todo de los métodos utilizados para presentar estos temas, no está muy en consonancia con los posteriores intereses de una gran cantidad de estudiantes que se incorporan al estudio de esta asignatura.

Yo he trabajado en los dos últimos cursos el segundo volumen de esos cinco, *Calculus Problems for a New Century*, algunos temas en un curso de COU y otros en cursos de 1.º de Matemáticas y 1.º de Químicas y, para empezar, debo decir que es un libro totalmente diferente a los libros de problemas de cálculo que he manejado hasta ahora. Los problemas de este libro están pensados para que los estudiantes graben las ideas, no las técnicas o las rutinas del cálculo. El libro huye de problemas que requieran trucos de cálculo. Las soluciones, segunda parte del libro, van acompañadas de comentarios que, normalmente, son más interesantes que las respuestas a las cuestiones que se plantean. En estos comentarios, a veces, se hace alguna indicación sobre cómo se podría extender una determinada cuestión, o cómo podría construirse en un contexto diferente (normalmente en la Física), o se hace algún comentario histórico relacionado con el problema, o se dan las razones por las que se eligió tal problema.

El libro, por otra parte, insiste en algo que no es muy familiar entre nosotros. Varias veces, anima a los estudiantes a que discutan entre ellos y a que escriban, con claridad y completamente, sus razonamientos. «Con la práctica –dice a los estudiantes– descubrirás que discutir y escribir nos ayuda a pensar con más claridad y a desarrollar una mejor comprensión de la materia que estás estudiando».

El libro es bastante voluminoso. Tiene 425 paginas, tamaño folio, de las cuales prácticamente la mitad se dedican a los enunciados de los problemas y el resto a las soluciones. En cualquier caso, la gran cantidad de gráficas que lleva, hace que sea tan elevado el número de paginas.

Los ocho primeros temas, Funciones y Gráficas, La Derivada, Valores Extremos, Primitivas y Ecuaciones Diferenciales, La Integral Definida, Retorno a la Integral Definida, Sucesiones y Series Numéricas y Sucesiones y Series de Funciones, corresponderían a funciones de una variable y los cuatro últimos, La Integral en  $R^2$  y  $R^3$ , Vectores y Geometría Vectorial, La Derivada en dos o tres Variables, e Integrales de Línea, serían temas sobre funciones de varias variables que, en muchas facultades y escuelas técnicas de nuestro país, se ven en un primer curso de Cálculo.

No quería terminar esta reseña sin mostrar algún problema de los

que aparecen en el libro, por lo que, aún, corriendo el riesgo de no poner uno significativo, sí merece la pena el siguiente, al menos por lo que sorprende a nuestros alumnos de COU:

Dos funciones,  $f$  y  $g$ , derivables, cuyas gráficas se muestran en la figura. El punto  $c$  es aquel en que el segmento vertical comprendido entre las dos gráficas tiene máxima longitud. Demostrar que las tangentes a  $f(x)$  y  $g(x)$  en  $x = c$  son paralelas.

