

Inferencia estadística en bachillerato: propuestas

Jose Miguel Rodríguez Morales

IDEAS Y RECURSOS

El trabajo incluye un conjunto de propuestas referentes a los contenidos y secuenciación de la inferencia estadística en la asignatura «Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II» y a los recursos metodológicos que pueden ser utilizados para su aprendizaje.

LA lectura de los aspectos relacionados con la Estadística en el currículo de «Matemáticas aplicada a las Ciencias Sociales II» no establece de forma precisa los contenidos específicos necesarios para su desarrollo, de forma que deben tomarse algunas decisiones.

Surgirá, pues, de forma natural un cierto grado de debate sobre la extensión y la profundidad de los contenidos que desarrollan dicho currículo. Creo muy beneficioso dicho debate. Sin embargo, creo también que no ha de prolongarse indefinidamente en el tiempo. En consecuencia, deben realizarse, lo antes posible, propuestas concretas que eliminen ese cierto grado de incertidumbre sobre los contenidos que hay que impartir, en el que muchos profesores ahora se encuentran.

Tan importante como el de la elección de contenidos, es el problema de los recursos metodológicos que es preciso emplear. Al hilo de lo que se recomienda en el currículo se pueden hacer propuestas concretas.

Lo que sigue es el fruto de la reflexión y la práctica docente durante el pasado curso y, como propuestas que son, están abiertas a debate y mejora. Son, en cualquier caso, los profesores encargados de impartir esta materia los que deben tomar las decisiones oportunas.

Propuesta de secuenciación de contenidos

Al hilo de lo establecido en el currículo, una secuenciación adecuada de los contenidos podría ser la siguiente:

1. La inferencia estadística: concepto y usos.
2. El muestreo: características básicas.
 - 2.1. Tipos de muestras.

- 2.2. Muestreos aleatorios: simple, sistemático, estratificado y polietápico.
- 2.3. La encuesta: características más importantes. Tipos.
3. Teorema Central del Límite: aplicaciones.
4. Estimación: conceptos básicos.
 - 4.1. Estimación de la media de una población. Tamaño de la muestra y error de estimación.
 - 4.2. Proporciones.
 - 4.2.1. La distribución muestral de proporciones.
 - 4.2.2. Estimación de una proporción. Tamaño de la muestra y error de estimación.
5. Tests de contraste de hipótesis: conceptos generales.
 - 5.1. Tests sobre la media y la proporción.
 - 5.2. Errores.

Sin embargo, hará falta tomar algunas decisiones sobre la profundidad con que se tratarán estos aspectos. Las siguientes definen la propuesta anterior.

- Aunque se deben estudiar múltiples formas de muestreo, todo el desarrollo posterior de la inferencia debe hacerse en referencia al muestreo aleatorio simple. El uso de otros muestreos aleatorios sólo aportará confusión al multiplicarse las expresiones para el error de muestreo.
- Deberán utilizarse sólo muestras grandes ($n > 30$). Esto simplificará muchos resultados y nos permitirá tomar como normales las distribuciones muestrales de medias.
- Las poblaciones de estudio deberán ser infinitas, o bien si son finitas el muestreo ser realizado con reemplazamiento, o cuando menos el tamaño de la muestra no debe superar al 5% del de la población. Si no lo hiciéramos así, deberíamos tener en cuenta factores de corrección, que no aportarían nada a los conceptos estudiados, y harían crecer el número de expresiones que hay que utilizar con la consiguiente confusión.
- De cara al contraste de hipótesis, será necesario conocer la distribución muestral de medias (normal en los supuestos anteriores) y la distribución muestral de proporciones (binomial). Estas serán las más apropiadas para la realización de tests.
- Partiendo del método clásico de contraste, podría estudiarse el método conceptualmente más rico del p-valor.

Propuesta de recursos metodológicos

Pero más importante que el de la elección de contenidos, es el problema de los recursos metodológicos que hay que emplear. Al hilo de lo esbozado en el currículo, parecen adecuados los siguientes tipos de recursos y actividades:

Ejercicios

Deben de estar contextualizados, de forma que recojan actividades del entorno de los alumnos o relacionadas con sus futuras profesiones y, al mismo tiempo, sugieran formas de utilizar sus conocimientos en otros aspectos y situaciones similares. Podrían servir como ejemplos los siguientes:

Ejemplo 1

Una empresa dedicada al estudio de mercados fue contratada para determinar cuanto dinero gasta como media al año un joven (13-19 años) en la compra de grabaciones musicales (CD, cassette,...). La empresa eligió al azar 80 calles localizadas a lo largo de todo el país. Un investigador de campo, se colocó en una parte central de dicha calle, y pidió a los que pasaban que parecían tener la edad apropiada que rellenaran el cuestionario. Fueron rellenados un total de 2.050 cuestionarios. Con base en este estudio, la empresa informó que la media buscada era de 12.000 pts/año por joven.

Marca con una cruz aquellas afirmaciones que consideres correctas:

- Las respuestas son una estimación hecha por los propios jóvenes de lo que gastan, pero pueden ser muy diferentes de lo que realmente gastan.
- Los jóvenes deberían haber sido elegidos de entre los que salen de una tienda de discos.
- Esta estimación podría ser defectuosa, dado que los jóvenes no fueron elegidos al azar.
- La media encontrada no es representativa, dado que existe una gran variación entre lo que gastan los jóvenes en música.
- El muestreo realizado es semi-aleatorio.
- No estoy de acuerdo con ninguna de las anteriores respuestas.

... más importante que el de la elección de contenidos, es el problema de los recursos metodológicos que hay que emplear.

Ejemplo 2

El gerente de una cadena hotelera, para medir la calidad de los servicios de limpieza en los hoteles de su cadena, realiza encuestas periódicas sobre el grado de satisfacción de los clientes (entre 0 y 10) y sabe, por experiencia, que las puntuaciones otorgadas por los clientes se distribuyen según $N(7,5;1,2)$, considerando satisfactoria esta situación. Si todos los meses se elige a 40 clientes aleatoriamente para calificar los servicios, ¿cuál debería ser la media de dicho grupo para que pueda considerarse que algo va mal con un riesgo de equivocarse que no supere el 1%?

Ejemplo 3

Una empresa comercializa una bebida refrescante, en un envase en cuya etiqueta se puede leer: «Contenido 250 cc». El «Departamento de Consumo» toma aleatoriamente 36 envases, estudia el contenido medio y obtiene una media de 234 cc y una desviación típica muestral de 18 cc. ¿Puede afirmarse con un 1% de significación que se está estafando al público? (Consideraremos estafa que el contenido medio sea menor que el expresado en la etiqueta.) Si en realidad la empresa estuviera defraudando puesto que su embotelladora tiene una media real de 235 cc, ¿cuál es la probabilidad de que al realizar el test no podamos establecer que hay fraude?

Investigaciones sobre problemas

Se tratará de conseguir, a partir de un texto o una situación cercana, que los alumnos realicen o completen una investigación autónomamente. Esto requerirá de ellos que en algunos momentos tengan que tomar decisiones u obtener informaciones, todo lo cual conducirá a que se impliquen en mayor grado en los contenidos estadísticos que dicha situación genera.

[Las investigaciones requieren que en algunos momentos los alumnos tengan que tomar decisiones u obtener informaciones, todo lo cual conducirá a que se impliquen en mayor grado en los contenidos estadísticos que dicha situación genera.]

Por otro lado, estas pequeñas investigaciones deben ser asequibles a los diferentes grados de madurez que podemos encontrar en un aula, pues no en vano uno de sus propósitos es el de permitir abordar de forma natural nuevos conceptos, a partir de su necesidad en la situación planteada. Pueden ser realizadas de forma individual, grupal o colectiva, dependiendo de las características propias de cada investigación y de cada grupo de alumnos. Sirvan como ejemplo:

Ejemplo 4

Es corriente que en televisión, veamos anuncios de presuntos adivinos del porvenir. Estudiaremos las posibilidades de que una persona pueda pasar por adivino, sin serlo.

Supongamos que una persona asegura ser capaz de adivinar lo que saldrá al lanzar una moneda. Haces la prueba, 1,2, ..., 5 veces y él acierta todas. Sin embargo, al sexto intento, falla. Tu dices que es un mentiroso, pero él afirma que no, que lo que ocurre es que algunas pocas veces tiene interferencias mentales, que le hacen fallar. Se llega al acuerdo de que si consigue acertar en un 90% de las ocasiones, se le puede considerar «adivino», es decir, con una capacidad sobrenatural y en caso contrario habrá de reconocer que sus capacidades son tan normales como las del resto de mortales.

Para estudiar la probabilidad de error en uno u otro sentido (error al considerarlo adivino si no lo es, o error de no considerarlo adivino siéndolo), establecemos como hipótesis nula, o hipótesis de partida, que esta persona es normal, siendo la posibilidad restante que tiene capacidades extraordinarias.

Sabemos que la probabilidad de acertar la predicción de un lanzamiento sin tener capacidades es del 50%. Si lanzásemos 10 monedas secuencialmente, tendríamos que darle la razón, si acierta un 90% o más, es decir 9 o 10 de las predicciones.

Si estudiamos el número de aciertos (éxitos) en 10 lanzamientos, vemos que sigue una distribución $B(10;1/2)$ y, por tanto, la probabilidad de acertar en 9 o 10 ocasiones como resultado del azar es de:

$$P(X=9) + P(X=10) = 0,011$$

es decir un 1,1%. Esta será la probabilidad o riesgo de que aceptemos que es «adivino» siendo en realidad falso, es decir, si acierta 9 o 10 lanzamientos, la probabilidad de que sea adivino es del 98,9%, mientras que la probabilidad de que no lo sea es del 1,1%.

Ahora bien, el riesgo descrito anteriormente, es el riesgo de equivocarnos al hacer un juicio.

Pero ¿que hay del riesgo que corre esta persona, que sabe que es «adivino», de que por culpa de sus interferencias pueda deducirse que no es «adivino»? Imagina lo perjudicial que podría ser para su carrera (?).

Para calcular este riesgo, supongamos que ciertamente es «adivino» y que acierta estadísticamente en el 90% de los lanzamientos. Entonces para él, los 10 lanzamientos representan una $B(10; 0,9)$ y, en consecuencia, su riesgo es que obtenga menos de 9 aciertos, es decir:

$$p(X < 9) = p(X=0) + p(X=1) + \dots + p(X=8) = 0,263$$

En consecuencia, la probabilidad de que siendo cierto que es «adivino» tengamos que rechazarlo es de aproximadamente el 26%.

Por tanto, si acierta en menos de 9 de los lanzamientos, la probabilidad de que estemos acabando con la carrera de un verdadero adivino es del 26%.

¿Habría alguna forma de reducir el riesgo del «adivino»? ¿Y tu riesgo? ¿Se podrán reducir simultáneamente? ¿Podrías cuantificar los riesgos en estos casos? (Sugerencia: variar el número de lanzamientos.)

Ejemplo 5

Ha sido desarrollada una prueba para detectar una enfermedad altamente contagiosa. Se realiza una prueba que puede dar A (positivo) o A (negativo) de acuerdo a las siguientes probabilidades (según que el individuo esté enfermo (H_0) o no (H_1)):

$$p(A/H_0) = 0,95 \text{ (Especificidad del test)}$$

$$p(A/H_1) = 0,90 \text{ (Sensibilidad o potencia del test)}$$

Calcular la proporción de enfermos diagnosticados como sanos, y de sanos diagnosticados como enfermos. Estas proporciones representan los dos tipos de error al realizar un contraste de hipótesis. Teniendo en cuenta el carácter altamente contagioso de la enfermedad y el resto de factores concurrentes ¿cuál te parece más grave y por qué?

Imagina que se pueden realizar independientemente tres pruebas en cada paciente. Ahora podrá establecerse como criterio para determinar si un paciente está sano, que tenga 3 negativos, al menos 2, o tan sólo 1. Establece un criterio de forma que el error que te parece más grave quede minimizado. ¿Cuáles serían la sensibilidad y especificidad del test en este caso?

Divulgación de situaciones reales relacionadas con la inferencia

Uno de nuestros objetivos ha de ser orientar a los alumnos, hacia sus estudios posteriores y, por tanto, será importante hacer una especie de avance sobre lo que normalmente son temas específicos de ciertas profesiones, de una forma divulgativa.

Un ejemplo de este tipo de actividades sería la lectura de textos como el siguiente:

Uno de nuestros objetivos ha de ser orientar a los alumnos hacia sus estudios posteriores y, por tanto, será importante hacer una especie de avance sobre lo que normalmente son temas específicos de ciertas profesiones, de una forma divulgativa.

Ejemplo 6

«Fue en Norteamérica, en los años 20, donde surgieron los pioneros de la aplicación de métodos estadísticos, a la mejora de los procesos de producción para conseguir mayor grado de consistencia y calidad del producto final. Este tipo de métodos fue utilizado por la industria norteamericana durante la Segunda Guerra Mundial pero, tras ella, las empresas dejaron de utilizarlos, en gran medida, porque en aquellos momentos se podía fabricar en los Estados Unidos cualquier cosa y venderla sin problemas en los mercados mundiales. Por contra, Japón acabó la guerra con una industria arruinada. Los japoneses abrazaron enseguida, no sólo los métodos estadísticos aplicados a la fabricación sino, también, la filosofía de gestión que conllevaban. Pronto Japón conseguía abrirse mercados con artículos de gran calidad, mientras los Estados Unidos perdían progresivamente cuotas de mercado en favor de los japoneses, debido a la menor calidad de los productos que ofrecían.

En la actualidad, ninguna empresa que se precie puede despreciar este tipo de métodos, que permiten la mejora de los procesos de producción (con el ahorro de tiempo y dinero que ello supone), y de la calidad del producto final.

Pero, ¿qué es exactamente calidad? Alguien dijo alguna vez, que «un cliente satisfecho» es una buena definición. Otras definiciones incluyen términos tales como «concordancia del producto con las especificaciones del mismo», «ajuste a lo que el cliente espera», etc. Y ¿cómo se puede controlar o mejorar la calidad? No existe una única respuesta a esta pregunta, pero veremos ahora algunas de las herramientas que se emplean para el control de calidad.

Con respecto a la mejora de la calidad, existe un lema que se adapta a la mayoría de los casos, «reducir la variabilidad del proceso». Conseguirlo es costoso y complicado, dado que eliminar las variaciones naturales de un proceso, resulta bastante difícil.

La dispersión o variabilidad de un conjunto de datos es uno de los factores más importantes en estadística. El significado de la dispersión de los datos depende del contexto en el que se esté tratando.

Si una variedad de trigo tiene una alta variabilidad en sus cosechas, un campesino que la utilice no sabrá nunca hasta qué punto las cosechas de ese año van a ser o no suficientes, y preferirá siempre otra variedad con mayor homogeneidad. Si la variabilidad en el resultado de una operación quirúrgica llevada a cabo mediante una determinada técnica es muy alta, los cirujanos preferirán aplicar otra técnica cuyos resultados sean más predecibles. La calidad de los servicios o de los artículos que compramos depende no sólo de que sus características principales tengan una buena media, sino sobre todo de su homogeneidad. A nadie le gusta que si compra un paquete de 1 kg de un producto, éste pueda pesar 950 g. De la misma forma, no nos dice nada que el tiempo medio en que una compañía de mensajeros entrega un paquete en una ciudad sea de 40 minutos, si el nuestro nos llega al cabo de 4 horas.

Algunas oficinas bancarias han suprimido las colas múltiples delante de las ventanillas, por una sola cola que abastece a todas las ventanillas. ¿Acaso lo han hecho por que resulte menor el tiempo medio de espera de los clientes? No, el tiempo medio no varía pero, de esta forma, se trata de eliminar la variabilidad en los tiempos de espera (en el primer sistema si damos con una cola lenta podemos pasar mucho tiempo en ella). La homogeneidad de los resultados es, en términos económicos, de la máxima importancia y, normalmente, la clave para la calidad y el éxito.

Imagina, por ejemplo, que queremos controlar la calidad de embotellamiento de «ColaSola». Si las botellas han de contener 250 cc, será necesario, en primer lugar, que la máquina encargada del proceso tenga una media de 250 cc, con la menor variación posible. Imaginemos que se consigue que el proceso tenga la distribución $N(250; 3)$.

Un proceso es estadísticamente estable cuando, en su tabla de control, las variaciones son naturales...

Utilizando la desigualdad de Chebyshev, sabemos que el 99,9% de las anotaciones deben estar en el intervalo

$$(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$$

es decir entre 241 y 259 cc.

El proceso a seguir, incluye en primer lugar Introducir el uso de tablas de control, del tipo de la figura 1, de forma que de cierto en cierto tiempo, tomemos una botella, estudiemos su contenido y lo representemos.

El primer objetivo que hay que conseguir es la estabilidad estadística del proceso. Un proceso es estadísticamente estable cuando, en su tabla de control, las variaciones son naturales, es decir, las inherentes a cualquier proceso incapaz de producir cada bien, acción o servicio, de forma exactamente igual cada vez (lo cual corresponde a la mayoría de los procesos). Existen una serie de criterios objetivos para dictaminar si un proceso es estable, entre los que se incluyen, que los valores obtenidos estén entre los límites superior e inferior, determinados por los valores que se encuentran a 3 desviaciones típicas de la media, por encima y debajo, que no haya más de 8 valores seguidos por encima o debajo de la media, etc. Observando el gráfico de control, notaremos si se producen variaciones debidas a fallos mecánicos, falta de preparación de los operarios o de cualquier otro tipo, que den lugar a variaciones no naturales.

Además, si hacemos uso del Teorema Central del Límite, podemos mejorar la eficiencia de este procedimiento. En concreto, si tomamos muestras de tamaño 40 en lugar de valores individuales cada vez, dado que la variación de las medias es inferior, en concreto

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{40}}$$

la tabla de control será más sensible a las variaciones que se desea detectar.

Conseguida la estabilidad del proceso, se hace necesario, utilizar tablas de control de la calidad cada cierto intervalo de tiempo de forma que se detecten y se corrijan los problemas que se presenten.»

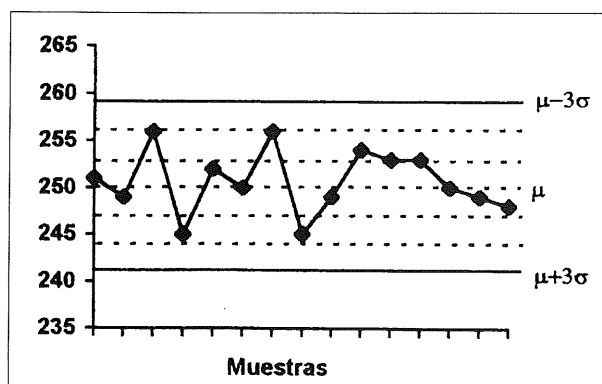


Figura 1

Estudio de artículos de la prensa

Resultará muy apropiado, mostrar a los alumnos, la profusión de datos estadísticos que existe en los medios de comunicación y, en particular, relacionados con la inferencia estadística.

Será además extremadamente útil que se realice una lectura crítica de tales informaciones, tratando siempre de consultar la ficha técnica del estudio, y poniendo en entredicho los resultados presentados sin tal garantía. Y es que existen un sinnúmero de casos en que se abusa del prestigio de los métodos estadísticos, para manipular a lectores, compradores, etc.

En otras ocasiones, la lectura de estos artículos, puede permitir acercar al alumno la utilidad de los métodos estadísticos, o comentar y afianzar conceptos estadísticos.

Un ejemplo podría ser el reproducido en la página siguiente. La lectura de este artículo, debería suscitar algunas dudas acerca de las conclusiones del titular, la representatividad de la muestra escogida, la fiabilidad de las conclusiones particulares, etc.

Proyectos

Como sabemos, la praxis es la mejor forma de aprehender conceptos. En tal sentido, podemos (dentro de las limitaciones propias de los contenidos y las técnicas conocidas por los alumnos) diseñar, o dejar que los propios alumnos diseñen, experiencias en las que se lleven a cabo todos los pasos del proceso estadístico. Desde la elección del problema, a la adecuada selección de la muestra o el margen de error, desde el planteamiento de un test de hipótesis a la confección y realización de la encuesta.

Tales experiencias deben ser tuteladas por el profesor, que deberá aconsejar y hacer notar los errores, pero sin entrar en la responsabilidad de la ejecución del proceso.

Puesto que nuestros centros suelen disponer de listas numeradas de todos los alumnos matriculados, parece lógico utilizar esta población como fuente para muestreos aleatorios, y aspectos relacionados con sus intereses e incertidumbres como objeto de las investigaciones. Entre estos últimos se podrán incluir aspectos tales como la estimación del número medio de horas de estudio de los alumnos, el grado de satisfacción de los alumnos con los servicios del centro, o la formulación y el contraste de hipótesis tales como «el 15% de los alumnos dispone de motocicleta» o «la talla media de los alumnos es de al menos 1,75 cm».

Hojas de cálculo

Las hojas de cálculo son un recurso privilegiado para la enseñanza de la Estadística. Capacidades como la de

*... donde
las hojas
de cálculo
alcanzan su
máximo potencial
es en su
capacidad
para realizar
simulaciones que
permitan justificar
resultados teóricos.*

generación de números aleatorios, el uso de tablas, el cálculo de parámetros, etc., unidas a cualidades tales como agilidad de cálculo y potencia gráfica son las razones de esta idoneidad.

Resulta pues muy apropiada su utilización para facilitar cálculos, o realizar representaciones gráficas; pero donde las hojas de cálculo alcanzan su máximo potencial es en su capacidad para realizar simulaciones que permitan justificar resultados teóricos. Pueden utilizarse para simular muestreos y estudiar su representatividad, estudiar la influencia del nivel de confianza o el tamaño de la muestra en el error de estimación, confirmar el nivel de significación de un test, ... Analizaremos su uso mediante el siguiente ejemplo (figura 2).

Esta hoja está pensada, para simular la distribución muestral de medias de una población. En concreto, se generan aleatoriamente dígitos entre 1 y 9 en tandas de 50x40. Luego se analizan las medias de los 10, 20, 30 y 40 elementos de cada tanda, considerados como muestras de los tamaños señalados. Estamos, por tanto, tomando muestras de una población uniformemente distribuida entre los valores 1 y 9 (para poblaciones con forma «normal», los resultados serían más claros aún). Automáticamente, las medias obtenidas son representadas en histogramas cuyas clases comienzan en 3 y acaban en 7, con una amplitud de 0,25. Cada vez que se pulsa el botón adecuado, se generan 50 nuevas muestras cuyas medias se acumulan a las anteriores. De esta forma se van formando los histogramas correspondientes a las medias de 50 muestras, 100 muestras..., para los tamaños $n=10$, $n=20$, $n=30$ y $n=40$.

Se puede comprobar a partir de los histogramas (figuras 3, 4 y 5) que :

- La media de las medias muestrales tiende a valer 5 al igual que la media poblacional.
- Las medias muestrales, se distribuyen claramente de forma «normal» a partir de $n=30$.
- La desviación típica de la media, va reduciéndose a medida que aumenta el tamaño de las muestras.

Adena, la Cruz Roja y la Corona, instituciones preferidas por los españoles

Los artistas son los más admirados, según una macroencuesta del Círculo de Lectores

P. S., Madrid
La organización ecologista Adena, la Cruz Roja, el Rey y la familia Real son las instituciones mejor valoradas por los españoles, según se desprende de una encuesta

con 247 preguntas, realizada entre 50.000 socios del Círculo de Lectores, con el apoyo de la Unesco, y dada a conocer ayer con la presencia de Federico Mayor Zaragoza, secretario general de este organismo. Las

instituciones menos valoradas son los sindicatos, patronales, partidos, Gobierno y Opus Dei. El 72,7% admite que "la unidad de España es una realidad que debe depender de la voluntad de los ciudadanos".

La familia, seguida de la felicidad, la amistad y morir con sufrimiento, son las mayores preocupaciones de los españoles en el campo de los afectos. La libertad es el valor perdido, seguido de la justicia. Los valores menos apreciados son el éxito sexual, la ascensión social, la buena comida, el atractivo personal y la religión.

En el campo de los problemas de España, la falta de trabajo y el paro es la principal preocupación de los encuestados (70,1%), seguida por el terrorismo, la droga y la corrupción. Las últimas preocupaciones son la unidad territorial de España, el poder creciente de los medios de comunicación, la importancia de España y la baja tasa de natalidad.

La asociación ecologista Adena (3,72), la Cruz Roja (3,56) y la Monarquía y el Rey (3,51) son las instituciones que reciben las mejores calificaciones, de 1 a 5, seguidos por las radios privadas, la Academia de la Lengua y el Icona. Los últimos puestos los ocupan los sindicatos (1,77), las patronales (1,76), el Gobierno de España (1,60), los partidos políticos (1,45) y el Opus Dei (1,39).

En el campo de las instituciones internacionales, la mejor evaluada son Médicos sin fronteras (4,62), Unicef (4,04) y Greenpeace (3,99). Las peor, la Unión Europea, la Fifa, la Otan, El Vaticano y el Papa, y el Fondo Monetario y el Banco Mundial (2,01).

Jóvenes y mujeres

Igual que la composición del Círculo de Lectores (1,5 millones de lectores, el 14% de los hogares españoles), en la encuesta hay un 15% de mayor representación de mujeres, y predomina la población joven. Ante la obligación de elegir entre las dos opciones, el 54,2%



VALERIE DE LA DEHESA

Hans Meinke, director del Círculo de Lectores, y Federico Mayor Zaragoza, secretario General de la Unesco.

de los encuestados prefirieron la paz sin libertad a la libertad sin paz (41,6%). La salud (51%) es claramente el valor más importante frente al amor y la amistad (42,7%), el dinero y el poder económico (2,4%), y la fama y el éxito (0,4%).

La formulación "la política es necesaria y digna" es preferida por el 65,9% de los encuestados, frente a la inversa (30,4%). Para el 72,7% "la unidad de España es una realidad que debe depender de la voluntad libre de los ciudadanos", en tanto que para el 23,7% "la unidad de España es inviolable y debe prevalecer incluso sobre la voluntad libre de los ciudadanos".

Los artistas tienen la profesión mejor evaluada (7,61), seguida por los escritores. Banqueros y políticos (2,88) ocupan los

últimos lugares. Como políticos ejemplares, Julio Anguita, Felipe González y José María Aznar, por ese orden, fueron propuestos por los encuestados, así como Mijaíl Gorbachov y Nelson Mandela en el extranjero.

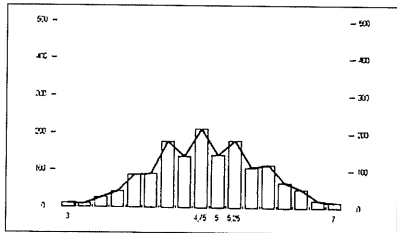
Y como figuras ejemplares del mundo literario fueron elegidos Antonio Gala en España y Gabriel García Márquez entre los extranjeros. En el mundo musical, José Luis Perales y Luciano Pavarotti. En el cine, Antonio Banderas y Steven Spielberg. En la plástica, Antonio López y Fernando Botero. El 56,9% de los encuestados se considera "no el ser más feliz del mundo, pero no se cambiaría por nadie".

La encuesta, dirigida por el sociólogo Luis Martín de Dios, ha sido publicada por el Círculo

de Lectores junto con artículos de opinión y análisis de Fernando Morán, Victoria Camps, Eduardo Punset, Enrique Miret Magdalena, Francisco Nieva, Manuel Hidalgo, Joaquín Estefanía y Herman Tertsch, entre otros. En la presentación, Hans Meinke, director del Círculo, subrayó que en ella se retrata una población con una notable madurez, ecuanimidad y sólidas convicciones democráticas. Para Fernando Moran, refleja a un país normalizado que se muestra poco competitivo en los valores nacionales. Mayor Zaragoza afirmó que en este fin de siglo la ética del tiempo es el campo de reflexión obligada, y añadió que cada vez se hace más urgente la toma de decisiones en medio ambiente y la asistencia a países tercermundistas.

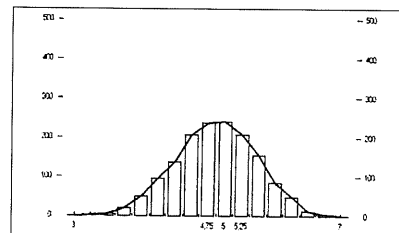
COMPROBACIÓN TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

Muestra	Datos generados aleatoriamente entre 1 y 9.	Medio de los n primeros valores de la muestra
		n=10 n=20 n=30 n=40
1	1 4 3 4 8 4 1 6 4 1 1 4 8 3 2 6 5 4 8 8 7 2 8 4 6 3 1 3 2 7 6 7 8 9 9 7 8 3 2 2	3.6 4.25 4.27 4.73
2	5 3 9 2 7 8 7 6 9 8 7 5 4 6 8 5 1 1 3 4 1 4 4 6 7 5 9 7 2 1 3 1 8 3 2 5 6 2 8 6	6.4 5.4 5.13 4.95
3	8 8 4 8 9 9 2 8 6 3 6 3 7 5 2 5 3 4 8 1 8 2 8 2 5 9 4 9 2 1 4 4 3 4 5 1 7 4 7 7	6.5 5.45 5.3 5.13
4	2 4 3 8 7 2 9 7 2 4 3 2 8 5 3 8 2 1 8 4 9 1 2 3 5 3 4 6 8 8 6 8 6 6 6 2 7 1 3 2	4.8 4.6 4.7 4.7
5	6 8 2 7 6 8 8 5 5 4 5 2 8 3 1 6 7 1 7 8 3 3 7 6 7 3 9 3 1 6 7 5 4 2 2 1 1 9 9 2 8	5.9 5.35 5.17 5.08
6	3 1 5 7 7 5 1 2 3 7 5 4 2 1 2 8 8 8 1 2 4 8 7 8 2 2 9 2 3 6 9 3 5 7 9 2 6 9 8 3 3	4.1 4.1 4.67 4.88
7	6 5 7 7 5 9 7 4 3 9 9 7 9 9 6 4 3 1 6 9 9 3 1 5 4 4 1 8 1 3 3 4 7 2 1 6 6 4 6 6	6.2 6.25 5.47 5.23
8	8 6 2 7 9 3 4 4 1 9 3 7 3 4 9 8 7 9 7 9 4 9 9 1 1 9 6 7 6 7 8 9 4 7 1 2 8 9 5 1 1 5	5.3 5.7 5.9 5.5
9	5 6 2 2 9 9 6 4 8 2 1 7 5 8 7 6 9 5 6 6 4 2 6 6 4 1 4 3 3 5 7 7 9 2 6 4 5 7 8	5.3 5.6 5 5.3
10	5 6 2 3 2 2 8 1 7 8 3 7 1 4 1 8 2 4 2 9 6 8 7 1 5 3 1 6 2 1 1 6 4 5 9 8 1 9 7	3.9 3.95 4.23 4.45
11	1 5 5 8 9 4 7 4 9 9 8 9 1 7 6 1 5 5 6 7 5 2 4 3 2 5 5 9 8 2 1 1 6 4 5 9 8 1 9 7	6.1 5.8 5.37 4.9
12	1 8 8 8 8 2 5 1 6 5 3 5 1 7 8 3 5 1 8 9 4 7 9 2 4 2 9 6 7 8 2 1 4 5 6 5 2 3 7 1 1	5.3 5.7 5.9 5.5
13	5 5 2 2 3 6 9 6 3 6 1 7 7 1 8 4 5 1 8 9 4 7 9 2 4 1 1 3 8 8 9 5 4 5 7 7 9 5 2 8 4	5 5.1 5.03 5.25
14	4 8 8 1 9 4 9 7 1 6 7 1 2 3 5 9 4 9 5 5 6 5 5 9 2 2 6 5 5 5 1 1 2 3 8 9 6 8 1 1 2 2 8 9	4.7 4.8 4.77 4.93
15	8 8 9 6 5 7 4 8 8 4 1 6 7 1 9 1 5 7 9 2 2 6 5 5 9 2 1 2 4 3 9 2 5 1 5 2 3 8 9 9 5 5	5.9 5.4 5 5.15
16	9 1 3 4 7 5 6 3 3 5 4 5 9 7 8 2 2 1 6 6 6 1 7 7 6 9 4 2 8 2 9 8 9 2 6 9 1 8 4 7 8	6.6 5.75 4.93 5.25
17	2 7 9 7 9 8 2 6 3 5 6 1 7 7 6 6 9 4 2 8 2 9 8 9 9 3 2 3 7 4 2 5 1 7 9 2 4 7 8 5 1 4 3 2 4 4 2	4.6 4.8 4.5 4.98
18	1 9 2 2 5 8 3 9 4 4 4 2 7 7 6 6 3 8 2 7 7 3 3 3 5 3 8 4 7 5 6 6 6 8 6 9 7 3 4 8 3 7 1 1	6 5.75 5.67 5.35
19	2 7 7 3 8 3 1 9 5 4 1 1 7 6 6 8 2 1 1 2 6 6 8 2 1 1 2 7 3 2 2 7 3 2 2 5 4 2 8 7 1 7 6 5 3	4.7 5.2 5.13 5.25
20	8 7 8 6 7 3 7 1 8 6 1 4 8 2 4 9 4 3 1 5 9 9 1 9 9 4 5 7 7 9 3 3 6 6 4 3 8 2 4 4 4 3	6.3 4.4 4.13 4.3
21	9 8 4 7 5 9 7 6 6 2 6 1 9 2 6 7 4 3 5 9 4 7 6 6 4 6 3 8 9 4 9 5 7 2 2 5 1 6 8 7 6	6.1 5.1 5.57 5.18
22	8 1 9 7 7 7 6 9 9 6 8 3 1 4 4 8 8 7 8 9 7 2 2 3 5 5 7 1 4 6 4 8 5 3 6 6 4 3 8 2 4 4 3	6.3 5.75 5.73 5.7
23	8 5 4 3 1 4 1 6 4 5 8 8 1 7 9 9 6 6 4 7 8 6 4 7 1 1 1 4 9 9 7 2 8 7 8 9 6 9 6 2 6	6.9 6.45 5.77 5.45
24	6 4 8 9 5 8 3 9 2 7 8 9 4 6 6 6 7 2 3 8 9 8 2 2 2 2 4 5 7 9 7 1 1 4 6 8 3 3 7 1 2 8 7	4.1 5.4 5.23 5.45
25	8 5 4 6 5 5 8 3 9 3 9 3 5 4 1 4 3 7 7 2 3 8 6 6 4 2 4 5 7 9 7 1 3 9 7 8 1 9 3 1 5 4 5 5 2	6.1 6.15 5.6 5.5
26	1 5 1 4 6 4 6 7 3 2 9 2 6 4 6 1 8 8 9 5 7 1 4 6 4 8 8 9 7 1 3 9 7 8 1 9 3 1 5 4 5 5 5	5.6 5.25 5.3 5.13
27	5 4 2 5 6 9 6 6 7 9 2 4 3 8 4 6 1 8 8 9 5 7 1 4 6 4 8 8 9 5 7 5 9 4 7 1 4 2 3 6 6 6	3.9 4.85 5.2 5.08
28	7 4 8 2 5 1 7 4 5 7 5 2 3 9 6 1 7 4 3 7 8 5 4 6 8 2 7 3 6 6 9 2 6 6 3 9 9 3 3 3 7	5.9 5.05 5.23 5.2
29	5 2 4 7 3 4 4 8 7 6 9 2 2 7 4 4 5 9 4 3 8 5 2 7 3 8 4 1 4 9 1 4 7 9 6 9 4 1 9 5 5 6 9 1 1	5 4.85 5 5
30	4 1 6 8 3 9 8 9 6 3 5 6 3 9 8 3 3 9 7 2 7 3 5 1 5 2 6 3 5 5 3 1 4 5 7 2 4 5 9	5 4.95 4.9 4.93
31	4 8 6 3 7 4 2 3 1 9 7 8 8 5 9 9 4 2 7 9 3 1 4 9 3 6 5 7 5 6 7 6 5 2 1 8 9 8 2 3 3	5.9 5.75 5.13 4.98
32	2 8 8 3 3 9 7 9 4 3 8 6 5 7 6 8 4 9 6 5 3 5 1 7 3 1 1 1 4 7 3 7 3 8 5 2 1 8 9 8 2 3 3	4.7 5.5 5.43 5.25
33	9 4 6 9 4 1 5 4 2 8 4 4 4 1 6 6 8 4 9 6 1 9 5 4 6 3 9 2 6 7 4 6 6 7 5 4 3 8 8 8 5 5 2	5.6 6 4.67 5.18
34	8 8 5 2 5 9 5 4 3 9 9 8 3 7 1 3 2 2 3 9 6 2 3 7 6 8 7 4 8 8 7 8 7 3 8 5 2 1 2 9 1 9 1 4	5.8 5.45 4.93 4.93
35	7 5 7 2 9 7 8 2 2 7 1 6 8 9 6 2 2 4 1 5 2 4 1 5 1 4 8 5 4 7 1 5 7 5 9 5 8 5 9 9 5	5.6 5 4.67 5.18
36	3 5 9 3 7 8 4 9 7 2 2 4 5 5 7 1 8 9 6 3 7 6 8 7 4 8 8 7 8 7 3 8 8 2 1 2 9 1 9 1 4 5	5.7 5.6 5.93 5.58
37	9 2 1 4 5 2 3 1 1 1 3 2 2 5 6 3 4 1 2 6 3 1 4 6 3 3 1 9 1 4 8 5 8 6 2 9 7 4 3 3	2.9 3.2 3.3 3.9
38	2 2 4 3 1 2 1 9 2 5 5 6 6 5 8 6 4 5 3 2 9 3 2 9 3 4 3 6 3 4 3 5 3 3 9 5 6 6 1 5 2 1 5	3.3 4.4 4.3 4.23
39	7 1 9 8 8 7 3 6 9 8 5 9 5 5 2 9 8 2 7 9 4 4 8 4 5 9 9 6 1 2 4 9 4 9 1 5 6 6 4 4	6.7 6.35 6.2 5.9
40	3 8 1 6 1 6 1 5 7 3 5 6 6 4 7 4 8 7 7 7 6 5 4 3 8 6 1 8 2 2 6 4 9 3 5 2 9 6 6 6 6	4.1 5.1 4.9 5.08
41	5 2 4 4 6 7 7 2 5 8 6 2 5 2 8 3 3 1 1 5 5 6 1 1 9 3 1 6 1 1 5 2 2 7 1 5 2 2 4 1	5 4.3 4 3.78
42	1 2 7 1 3 1 5 3 8 1 2 3 1 5 8 9 6 9 2 2 7 3 5 8 8 3 2 2 7 3 5 8 8 4 7 1 6 5 4 5 6 2 7 7 3	3.2 3.95 4.47 4.5
43	6 7 8 2 9 9 7 7 1 2 5 5 5 2 5 3 4 2 9 4 4 7 7 4 1 6 8 6 4 1 2 3 8 8 9 7 1 1 9 1	5.8 5.1 5 4.98
44	8 5 3 4 8 3 1 7 6 2 8 6 4 2 4 9 3 3 3 6 7 7 1 4 1 5 9 3 8 3 9 3 9 4 9 7 6 2 2 4 1	4.7 4.95 4.97 4.9
45	6 1 1 5 4 5 2 4 2 3 8 9 2 5 9 1 6 1 5 9 7 3 3 8 8 8 7 8 6 8 7 3 5 2 5 3 8 1 6 5 5	3.3 4.4 5.13 4.88
46	4 4 8 6 5 4 4 1 6 8 3 7 1 6 3 7 2 3 3 2 1 8 2 5 6 7 5 4 6 6 3 5 4 7 6 1 6 6 6 3 8	4.9 4.3 4.43 4.63
47	3 5 9 7 2 9 8 4 6 7 1 9 9 7 8 4 7 6 8 9 8 8 6 3 4 8 8 6 1 8 2 1 2 3 4 3 3 1 1 4	6.1 6.45 6.3 5.33
48	2 4 6 6 3 1 1 1 6 8 3 5 7 5 9 9 7 2 9 3 4 7 7 3 6 1 1 1 5 7 3 1 4 2 7 9 5 4 5	3.9 4.85 4.5 4.55
49	1 6 8 4 3 9 8 1 3 1 3 6 1 2 7 2 6 7 7 6 1 6 9 6 8 7 4 2 6 2 6 1 5 3 2 9 3 8 6 7	4.4 4.55 4.73 4.8
50	7 6 4 9 7 5 5 4 8 3 6 2 6 7 1 2 4 7 2 6 8 6 8 9 7 5 7 6 8 7 1 5 6 2 6 2 3 1 8 5	5.8 5.05 5.73 5.28

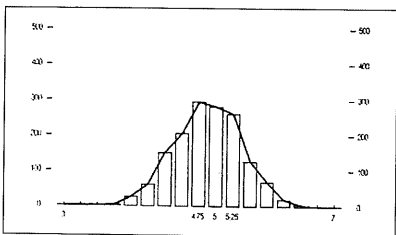


n=10

Distribución muestral de medias

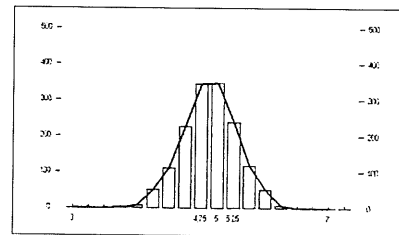


n=20



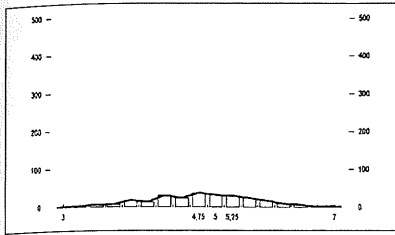
n=30

Muestras acumuladas: 1500



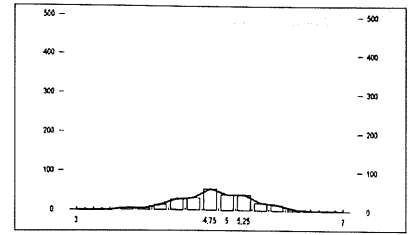
n=40

Figura 2



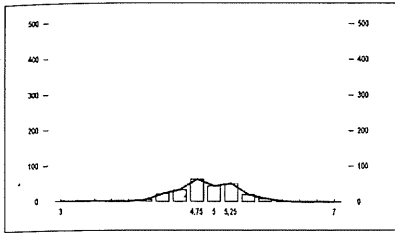
n=10

Distribución muestral de medias



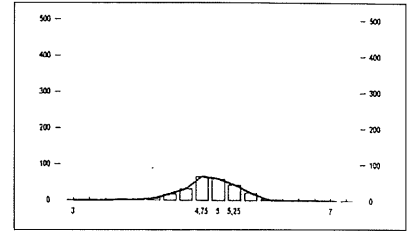
n=20

Muestras acumuladas: 250

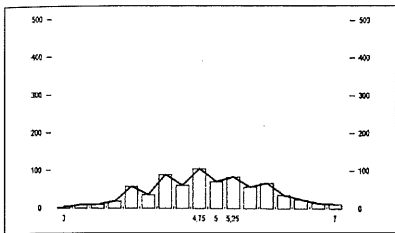


n=30

Figura 3

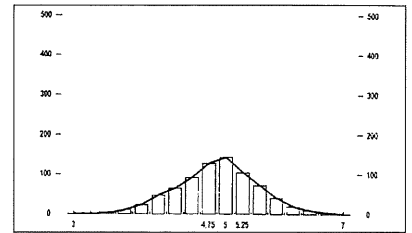


n=40



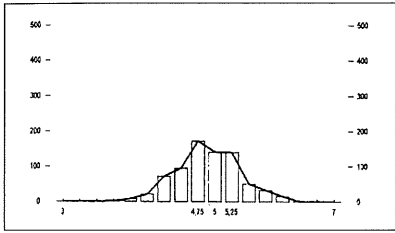
n=10

Distribución muestral de medias



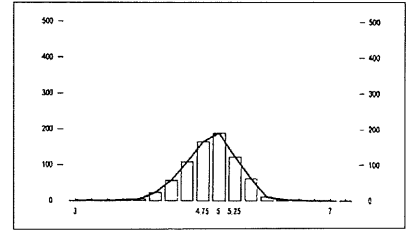
n=20

Muestras acumuladas: 750

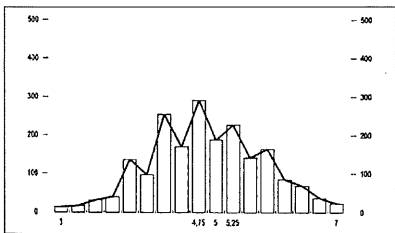


n=30

Figura 4

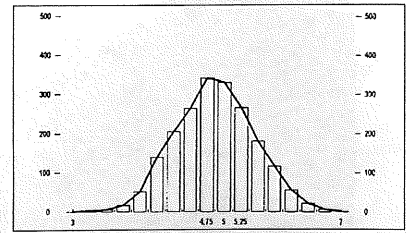


n=40



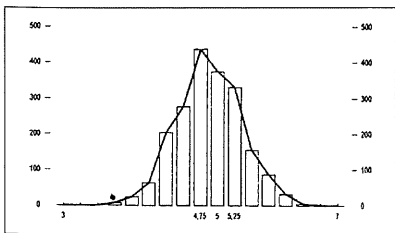
n=10

Distribución muestral de medias



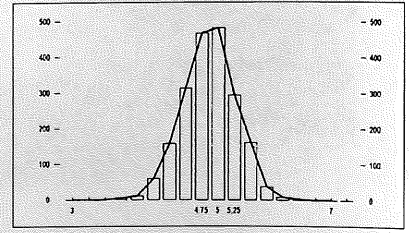
n=20

Muestras acumuladas: 2000



n=30

Figura 5



n=40

Recursos obtenidos a través de Internet

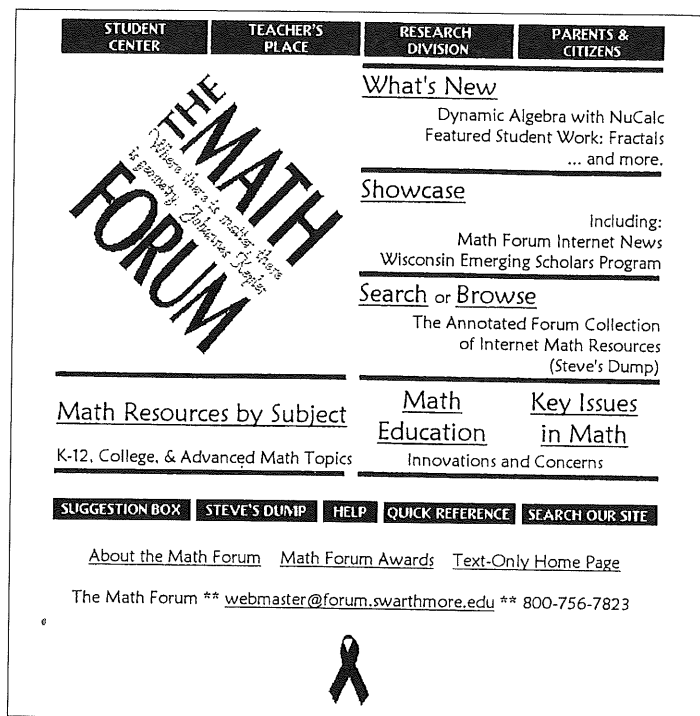
He dejado para el final, el que considero el recurso con mayor potencial, no tan sólo para la enseñanza de la Estadística, sino en general para las Matemáticas y la educación. Su único inconveniente, es que la mayor parte de la información que obtengamos estará en inglés.

No es este artículo el lugar más idóneo para comentar en profundidad la variedad de recursos que están a nuestra disposición en la red, por lo que me limitaré a comentar superficialmente los más importantes para la enseñanza de la Estadística. Entre ellos cabe destacar el acceso a bancos de datos de todo el mundo, muchos de ellos especialmente pensados para la práctica de técnicas estadísticas, la obtención de software educativo especialmente enfocado hacia la enseñanza, acceso a bases de datos formadas por experiencias docentes, problemas y, en general, recursos para el aula. También a través de los grupos de noticias, podemos hablar, intercambiar experiencias o solucionar dudas con otros docentes interesados en la enseñanza de la estadística, o las matemáticas en general. Asimismo, podremos acceder a un gran número de publicaciones electrónicas especialmente dirigidas a la enseñanza de la estadística.

Sirva como ejemplo de las posibilidades que se abren, la siguiente dirección <http://www.forum.swarthmore.edu/>, página web de "THE MATH FORUM" (figura 6).

Aquellos interesados en mayor información, o en alguno de los materiales aquí esbozados, pueden ponerse en contacto con el autor, a través de e-mail

(jmiguefr@idec.es)



STUDENT CENTER | TEACHER'S PLACE | RESEARCH DIVISION | PARENTS & CITIZENS

THE MATH FORUM
Where there's a will, there's a way.
By Robert Kaplan

What's New
Dynamic Algebra with NuCalc
Featured Student Work: Fractals
... and more.

Showcase
Including:
Math Forum Internet News
Wisconsin Emerging Scholars Program

Search or Browse
The Annotated Forum Collection
of Internet Math Resources
(Steve's Dump)

Math Resources by Subject
K-12, College, & Advanced Math Topics

Math Education | Key Issues in Math
Innovations and Concerns

SUGGESTION BOX | STEVE'S DUMP | HELP | QUICK REFERENCE | SEARCH OUR SITE

[About the Math Forum](#) | [Math Forum Awards](#) | [Text-Only Home Page](#)

The Math Forum ** webmaster@forum.swarthmore.edu ** 800-756-7823

•


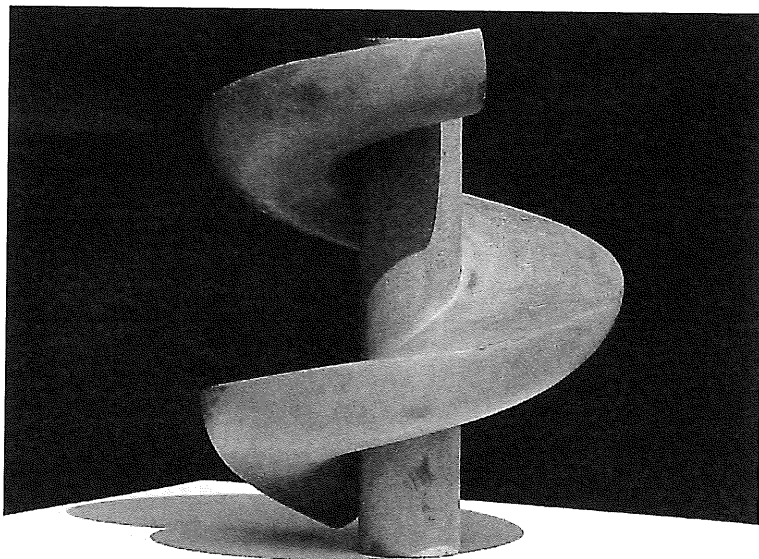


Figura 6

Bibliografía

José Miguel Rodríguez
IES Pérez Galdós
Las Palmas de Gran Canaria
Sociedad Canaria de
Profesores de Matemáticas
Isaac Newton

JOHNSON, R. (1990): *Estadística Elemental*, Grupo Editorial Iberoamericano, México.
RÍOS, S. (1970): *Métodos Estadísticos*, Ediciones del Castillo, Madrid.
TRIOLA-FRANKLIN (1994): *Business Statistics*, Addison-Wesley.



Rampa de caracol
Javier Carvajal