

La enseñanza de las matemáticas en Italia*

Lucía Grugnetti
Francesco Speranza

Las leyes escolares italianas y los programas son nacionales y rigen tanto para la escuela pública como para la escuela privada.

La Constitución prevé la libertad para crear escuelas privadas, «sin cargas para el Estado». La mayoría del alumnado asiste a la escuela pública; el porcentaje de los que asisten a la escuela privada (de acuerdo con los últimos datos disponibles) es del 48% para la anterior a la Elemental, 1,8% para la Elemental, el 4,5% para la Media y el 9% para la Superior. Una parte importante de la escuela infantil está gestionada por los ayuntamientos.

La mayor parte de las escuelas privadas están gestionadas por religiosos; algunos con una tradición muy sólida. Normalmente son escuelas *homologadas* o *legalmente reconocidas*: en este caso están obligadas a seguir los programas oficiales del Estado. La elección de una escuela privada no siempre se debe a razones *ideológicas*: a veces se debe a la posibilidad de adaptar su horario con el de trabajo de los padres y, sobre todo en el Sur donde es más alta la tasa relativa de alumnos, puede verse influenciada por la desconfianza en la eficacia de la escuela pública.

También existen algunas escuelas, gestionadas por promotores laicos, organizadas para preparar, en un breve tiempo, los exámenes (que se realizan en una escuela pública u homologada).

Actualmente la política italiana está implicada en un debate sobre el papel de la escuela privada: algunos desearían una *mayor paridad* con la escuela pública (por ejemplo, con la deducción fiscal de los gastos). De vez en cuando se reabre también el debate sobre la *validez legal de los títulos*, la propuesta sería quitar todo valor a los títulos obtenidos en las escuelas y sustituirlos por exámenes de admisión en las siguientes escuelas y de habilitación para las profesiones. En la situación italiana, esta reforma podría tener el efecto de

* Traducción: Isabel Villarroya y Florencio Villarroya

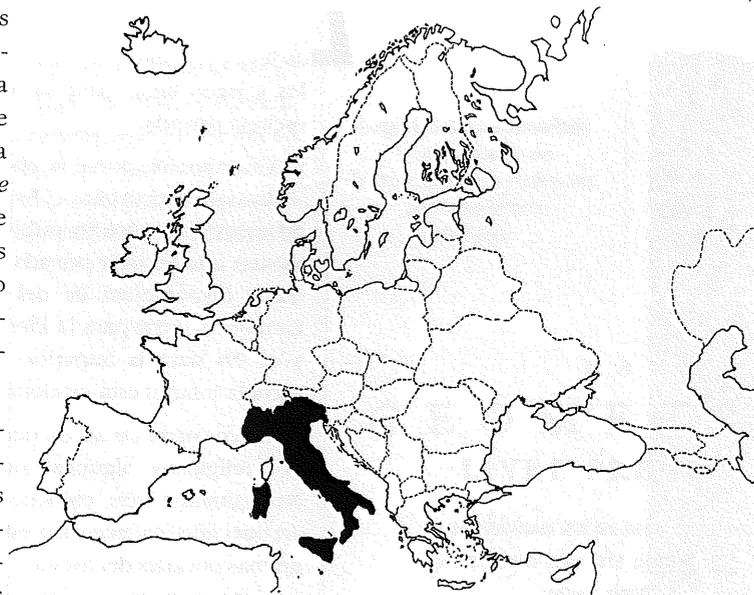
destruir la escuela ordinaria (pública o privada) que se encontraría con grandes dificultades frente a los que prometen preparar en un tiempo breve los exámenes (sobre todo si la promesa se mantiene verdaderamente).

En la escuela pública y en la mayor parte de las privadas, las clases no se organizan por niveles de capacidad de los alumnos: al contrario, al formar los nuevos grupos al comienzo de la escuela media, algunos intentan mezclar los alumnos provenientes de diferentes escuelas. La diversidad en la aplicación de los programas oficiales sugeriría, al contrario, salvaguardar lo mas posible el grupo.

No obstante, desde finales de los años setenta, se inscriben en las clases normales a alumnos portadores de discapacidades, tanto mentales como físicas (incluso a veces casos muy graves). Desgraciadamente, una legislación muy avanzada, no ha sido aplicada adecuadamente: está previsto que cada uno de esos alumnos sea seguido personalmente (al menos en una parte del horario escolar, que sea entre un cuarto y la mitad) por un *profesor de apoyo*; pero hasta el final de los años ochenta, dichos profesores no han recibido ninguna preparación específica, han estado seleccionados a petición propia.

A partir de 1988, se han estado organizando cursos bianuales para preparar a los profesores de apoyo: por parte de las Delegaciones Provinciales del Ministerio para los profesores numerarios y por parte de la universidad para los demás. Actualmente se han suspendido, en espera de la aplicación de la ley 341 de 1990 que prevé cursos especiales para los profesores de apoyo (una ley que no se aplica, sino que se utiliza como pretexto para detener una iniciativa ya en marcha!). También había cursos de ciencias de la educación, de matemáticas, de lingüística, de medicina (cada uno de ellos con un examen al final del curso).

En cuanto a la distribución entre sexos, actualmente parece que las alumnas superan a los chicos en la escuela superior. No obstante, muchas tendencias son *sexistas* (institutos para maestros casi solo femeninos, institutos técnicos industriales, masculinos en gran medida); se calcula que los tipos de escuelas en los que chicas y chicos están equiparados no alcanza el 40% del total (porcentaje que disminuye en los últimos veinte años).



Escuela Elemental

Organización general

La escuela elemental ha sido reformada en 1990, mientras que su currículo había sido definido con los programas publicados en 1985.

La organización actual prevé:

- una división en dos ciclos, de dos y tres años, respectivamente;
- el reagrupamiento de 2 o 3 clases en *módulos* didácticos;
- la adscripción de cada *módulo* a un *grupo docente* formado por tres o cuatro profesores y, eventualmente, integrado por los docentes de religión, lengua extranjera, de apoyo para los alumnos

con dificultades (en Italia, no existen clases *diferenciadas*; las personas portadoras de discapacidades físicas o mentales asisten a las clases normales heterogéneas). En los cursos primero y segundo, uno de los profesores del grupo puede tener un horario en el que predomine su presencia en una clase; de todos modos, en todas ellas, corresponde a cada profesor la competencia de un ámbito disciplinar específico.

Horario

El horario de actividades didácticas es de 27 horas, que llega a las 30 cuando se tiene enseñanza de lengua extranjera (a discreción de la escuela), o bien en el caso en que se realiza el llamado tiempo completo, al que se añade el tiempo para el comedor y el período extraescolar entre las actividades de la mañana y de la tarde.

Escuela Media (o Escuela secundaria de primer grado)

Organización general

Está definida en una ley de 1962, con algunos reajustes del año 1977; los actuales programas de enseñanza (para todas las disciplinas) han sido publicados en 1979.

La organización es única para todo el

trienio y prevé la rotación de los docentes de las diversas disciplinas en las clases, a los que se añade el profesor de apoyo cuando se hayan inscrito alumnos con dificultades (vale lo dicho para la escuela elemental).

Horario

El horario es de 30 horas semanales distribuidas en seis días de jornada matinal, que puede llegar a 36-40 horas de estancia, en el tiempo prolongado que prevé las actividades de enriquecimiento y profundización curricular con los mismos docentes del grupo y con dos o tres momentos de actividad por la tarde.

En general, cada escuela ofrece la posibilidad a los alumnos de elegir entre el horario de 30 horas y el de 36-40.

Escuela Superior (o Escuela secundaria de segundo grado)

Organización general

Desde 1923 no se ha realizado ninguna reforma global de la escuela superior. Se han dictado periódicamente decretos ministeriales que, en particular, se refieren a las modalidades de examen de madurez (exámenes finales).

En 1986 se han reformado, de modo no definitivo (sino experimental) los programas de las distintas disciplinas para los diversos tipos de escuela superior. Estos programas sirven para todo el territorio nacional.

En general, la escuela superior tiene una duración de cinco cursos: un bienio, seguido de un trienio.

Algunos institutos profesionales se dividen, al contrario, en un trienio (después del cual se obtiene un primer diploma) y un bienio posterior que permite la equiparación con las otras escuelas en lo referente al acceso a la universidad.

Horario

El horario depende del tipo de escuela superior. En general, en los liceos es de 30 horas. Para los institutos profesionales, donde están previstas diversas actividades prácticas, en general, el horario es de 36 horas.

Los primeros programas que se han renovado han sido los de la escuela media...

La enseñanza de las matemáticas: programas

Características generales

Los primeros programas que se han renovado han sido los de la escuela media: después de la guerra han tenido dos renovaciones radicales, en conexión con reformas estructurales de la escuela. En 1962 se unificó de forma definitiva la banda escolar del 6.º al 9.º grado; otras innovaciones se han introducido en 1977, mediante una profunda reforma de los programas en 1978, que entraron en vigor a partir de 1979. Los programas de la escuela elemental se han reformado en 1982-83 (trabajos de la Comisión), y se han aplicado a partir de 1987. En las Escuelas Superiores, aún no hay, oficialmente, nuevos programas obligatorios, pero muchas escuelas están adoptando programas nuevos de forma *experimental* (parece que aproximadamente la mitad de las escuelas). Las reformas de los programas han sido preparadas por comisiones formadas por profesores universitarios y de la escuela (a veces, por inspectores), especialmente interesados en los problemas de las didácticas específicas. En el caso de las matemáticas, los participantes en las comisiones han discutido sobre la marcha del trabajo con la comunidad matemática (sobre todo con los *núcleos de investigación didáctica*). En general, las reformas de los programas de matemáticas han llegado con cierto retraso respecto al debate sobre la innovación: esto ha permitido darle un aire más meditado, más atento a diversas exigencias. Si se quiere encontrar una característica común de fondo, se puede indicar que es la de dar a la matemática un carácter constructivo, y dar particular importancia a la matematización.

Escuela elemental	5 cursos Edad: 6 a 11 años (obligatoria)
Escuela Secundaria de primer grado	3 cursos Edad 11 a 14 (obligatoria)
Escuela Secundaria de segundo grado: Liceo (clásico, psicopedagógico -para hacerse maestro de elemental-, lingüístico, científico) Institutos Técnicos (con diferentes orientaciones: comercio, electrónico, electrotecnia, informático, mecánico, etc.) Institutos Profesionales (con diferentes ramas, dan un primer diploma a los tres cursos)	5 cursos Edad: 14 a 19 años Da acceso a todas las facultades universitarias
Liceo artístico	4 cursos Edad 14 a 18 Da acceso a todas las facultades universitarias, después de un curso de acceso
Universidad	

Cuadro 1. Estructura general del sistema educativo italiano

Los programas italianos son prescriptivos: un profesor está obligado a tratar todos los temas que se indican. Se observa que para otras materias, a veces, se indica explícitamente que la lista de los temas es sólo indicativa (por ejemplo, para las ciencias en la escuela media), o bien no existe ni siquiera una lista precisa de temas (por ejemplo para el italiano en la escuela media). Sin embargo, los profesores pueden decidir, en la práctica, autónomamente no tratar este o aquel tema: no existe control al respecto (los inspectores están absorbidos por tareas disciplinarias y administrativas).

Los temas a tratar van siempre acompañados de una presentación y de indicaciones metodológicas que forman parte integrante de los programas: éstas llegan a desaconsejar algunos contenidos o presentaciones tradicionales que no están en línea con el espíritu de los programas. Desgraciadamente, estas presentaciones e indicaciones son poco leídas y todavía menos meditadas: un fenómeno que puede relacionarse con la «pedagogía gentiliana», por la cual, lo que cuenta son los contenidos específicos, no el modo de insertarlos en la didáctica; todo ello con la escasa o nula preparación metodológica de los futuros profesores.

Casi todos los programas nuevos de matemáticas no están elaborados por cursos, sino por *ciclos*: en la escuela elemental, son distintos los dos primeros años de los otros tres; los tres años de la escuela media forman un ciclo único; en las superiores, el bienio forma otro ciclo. Sólo en los programas Brocca de los tres últimos años, se ha elegido una programación curso a curso. Los programas por ciclos presentan ventajas y desventajas: señalamos entre estas últimas, que pueden surgir dificultades para un alumno que cambie de clase (pero, de todos modos, hay dificultades debidas a la amplia libertad de elección de los profesores); entre las ventajas, están la posibilidad de construir itinerarios más variados, que respondan a planteamientos incluso distantes entre sí, y la valoración de la profesionalidad de los docentes. Por contra, en los programas del trienio de las escuelas superiores, la división anual ha estancado el análisis matemático en el método de Cauchy-Weierstrass; y ahora, entre los mismos autores de los programas, hay quien quisiera hacer una presentación más próxima al desarrollo histórico.

Tras la aparición de los programas de la escuela media, la Unión Matemática Italiana ha publicado un cuaderno en el que algunos de los núcleos de investigación didáctica han indicado desarrollos más precisos de los programas, con subdivisiones anuales de los temas.

Se requeriría, sin embargo, un apoyo más fuerte para los profesores con ocasión de la publicación de los nuevos programas (apoyo tanto más necesario cuanto más innovadores fuesen los programas). Para la escuela media no ha habido ninguna iniciativa general; para la escuela elemental, ha habido un *plan de puesta al día* en varios años: éste

...los profesores pueden decidir, en la práctica, autónomamente no tratar este o aquel tema: no existe control al respecto (los inspectores están absorbidos por tareas disciplinarias y administrativas).

debía contemplar todas las materias para todos los profesores y, por tanto, ha sido más bien limitado y, en algunas regiones, ni siquiera ha llegado a concluir. Para la escuela superior, la introducción de la informática ha sido la ocasión para cierta puesta al día en matemáticas.

Escuela elemental

Hasta los años ochenta, la matemática en la escuela elemental era tratada a un nivel muy sencillo. De hecho, a los niños no se les hablaba siquiera de matemática, sino de *aritmética* (*bacer cuentas*), y de *geometría* (un poco de dibujo, y cálculo de perímetros, áreas y volúmenes en casos muy sencillos): ello respondía, sobre todo, a las mínimas exigencias de una sociedad proto-industrial. La reforma preparada en los años 1982-83, que entró en vigor en 1987, marca un cambio nítido: se reconoce el papel formativo de la matemática, de acuerdo con los resultados de la psicología cognitiva.

Los nuevos programas tienen una introducción general breve, están subdivididos en áreas, cada una de las cuales contiene unos objetivos y unos contenidos y, también, amplias indicaciones metodológicas. Por su extensión global, en la presentación, prescindiremos de algunos pasos:

«La educación matemática contribuye a la formación del pensamiento en sus variados aspectos: de intuición, imaginación, elaboración de proyectos, hipótesis y deducción, de control y, por tanto, de verificación o refutación. Además tiende a desarrollar, de modo específico, conceptos, métodos y actitudes útiles para formar las capacidades necesarias para interpretarla críticamente y para intervenir sobre ella con propiedad.

La enseñanza de las matemáticas en la escuela elemental ha estado condicionada largo tiempo por la necesidad de suministrar precozmente a los niños instrumentos indispensables para las actividades prácticas. Con la ampliación de la educación se ha tenido la posibilidad de afrontar más directamente objetivos de carácter formativo.

En esta situación, que ofrecía una mayor libertad para elaborar proyectos, la enseñanza de las matemáticas, en casi todos los países del mundo, se ha orientado hacia la adquisición directa de los conceptos y de las estructuras matemáticas y así ha promovido, también en Italia, una intensa actividad de experimentación.

La gran experiencia acumulada ha demostrado, sin embargo, que no es posible llegar a la abstracción matemática sin recorrer un largo camino que incluya conjuntamente la observación de la realidad, la actividad de matematización, la resolución de problemas y la conquista de los primeros niveles de formalización. Las investigaciones didácticas más recientes, a través de un análisis cuidadoso de los procesos cognitivos en los que se articula el aprendizaje de las matemáticas, ha revelado su gran complejidad, la gradación del crecimiento y las líneas de desarrollo no unívocas. En este contexto se ha constatado que también los algoritmos de cálculo y el estudio de las figuras geométricas tienen una validez formativa mucho más allá de las utilidades prácticas que durante un tiempo justificaron su inclusión en los programas.

Objetivos y contenidos

...Algunos (de los objetivos indicados) resaltan capacidades y conocimientos estrechamente ligados y deben ser transmitidos gradualmente... Se trata principalmente de objetivos que se refieren a los números naturales y decimales, las capacidades para calcular y algunos contenidos de geometría. Otros objetivos se refieren a hechos, conceptos, principios y procedimientos menos estrechamente concatenados, para ser introducidos en un primer estadio de conocimiento y que habrán de ser profundizados en sucesivos niveles escolares... se pueden recordar los relativos a la lógica, la probabilidad, la estadística y la informática...

Los problemas

El pensamiento matemático se caracteriza por la actividad de resolver problemas, y esto en sintonía con la propensión de los niños a hacer preguntas y a buscar respuestas. En consecuencia, las nociones

El pensamiento matemático se caracteriza por la actividad de resolver problemas, y esto en sintonía con la propensión de los niños a hacer preguntas y a buscar respuestas.

matemáticas de base se deben fundamentar y construir partiendo de situaciones problemáticas concretas, que broten de experiencias reales del niño y que también ofrezcan la oportunidad de aceptar aprendizajes matemáticos realizados anteriormente, instrumentos y estrategias de resolución utilizados y las dificultades encontradas.

Objetivos

- Traducir problemas elementales expresados con palabras a su representación matemática, eligiendo las operaciones adecuadas; luego buscar la solución e interpretar correctamente el resultado; inversamente, atribuir un significado a representaciones matemáticas dadas.
- Reconocer situaciones problemáticas en ámbitos de experiencias y de estudio y formular y justificar las hipótesis de resolución con el uso de los instrumentos matemáticos apropiados.
- Resolver problemas con procedimiento y resolución únicos y problemas que presenten la posibilidad de diversas respuestas, todas igualmente aceptables.
- Reconocer la falta de datos esenciales para la resolución de los problemas, y eventualmente integrarlas, reconocer... la presencia de datos sobreaabundantes, o bien contradictorios...

Aritmética

El desarrollo del concepto de número natural se hará dando todo su valor a las experiencias previas de los alumnos... la idea... es compleja y, por tanto, requiere una aproximación que se apoye en diversos puntos de vista (ordinal, cardinal, medida,...); su adquisición llega a niveles de interiorización y de abstracción cada vez más elevados...

La formación de la capacidad de calcular se funda en modelos concretos y está estrechamente relacionada con situaciones problemáticas. Con ello, no se pretende subvalorar la importancia de la formación de algunos automatismos... En efecto, el conocimiento de tales algoritmos, junto a la elaboración de diversos procedimientos y estrategias de cálculo mental, también contribuye a la construcción significativa de la sucesión de números naturales y de otras importantes sucesiones numéricas.

Objetivos de los cursos primero y segundo

- Contar hacia adelante y hacia atrás...
- Comparar agrupaciones de objetos respecto de su cantidad...
- Leer y escribir números naturales hasta el cien...; compararlos y ordenarlos, utilizando los símbolos =, <, >; además situarlos en la recta numérica de forma correcta;
- Realizar con precisión y rapidez cálculos mentales sencillos de sumas y restas;...

Objetivos de los cursos tercero, cuarto y quinto

[...]

- Escribir tanto en cifras como en letras, o también al dictado, los números naturales y decimales, entendiendo

el valor posicional de las cifras, el significado del uso del cero y de la coma.

- Comparar y ordenar los números naturales y decimales, utilizando oportunamente la recta numérica...
- Escribir una sucesión de números naturales a partir de una regla dada; al contrario, descubrir una regla que genere una sucesión dada.
- Intuir y saber usar la propiedad conmutativa y asociativa de la suma y la multiplicación, la propiedad distributiva..., la propiedad de invariancia de la sustracción y de la división, también para agilizar el cálculo mental...
- Calcular, en relación recíproca, múltiplos y divisores de números naturales y reconocer los números primos;
- Encontrar las fracciones que representen partes de figuras geométricas convenientes; de conjuntos de objetos... al contrario, dada una fracción encontrar... la parte correspondiente...
- Comparar y ordenar las fracciones más sencillas, utilizando... la recta numérica.
- Comparar y ordenar sobre la recta numérica los enteros negativos...
- Respetar el orden de realización de una serie de operaciones (expresiones), interpretando el significado de los paréntesis...

Geometría y medida

Inicialmente se ve la geometría como la adquisición gradual de la capacidad de orientación, de reconocimiento y de localización de objetos y formas y, en general, de la organización progresiva del espacio, incluida la oportuna introducción de los sistemas de referencia.

El itinerario geométrico fundamental... se desarrollará a través de la introducción progresiva de las representaciones esquemáticas de los aspectos de la realidad física; desde el estudio y desde la realización de modelos y dibujos se llegará al conocimiento de los principales (tipos de) figuras planas y sólidos y de sus transformaciones elementales.

Se pondrá atención especial en una adquisición correcta de los conceptos fundamentales de longitud, área, volumen, ángulo, paralelismo y perpendicularidad.

Especial interés deberá tener... la introducción de las magnitudes y el uso de... procedimientos de medida, que hay que aprender... en contextos experimentales y problemáticos en continua relación con la enseñanza de las ciencias.

Objetivos de los cursos primero y segundo

- Localización de objetos en el espacio, tomando como referencia, bien uno mismo, bien otras personas u objetos, y utilizar correctamente los términos: delante/detrás, arriba/abajo, a la izquierda/a la derecha, próximo/lejano, dentro/fuera.
- Efectuar cambios de posición a lo largo de trayectos descritos por instrucciones verbales o escritas; o describir... recorridos seguidos de otros, incluso recu-

Inicialmente se ve la geometría como la adquisición gradual de la capacidad de orientación, de reconocimiento y de localización de objetos y formas y, en general, de la organización progresiva del espacio, incluida la oportuna introducción de los sistemas de referencia.

riendo a representaciones gráficas adecuadas.

- Reconocer entre los objetos del entorno, y nombrar correctamente, los tipos más sencillos de figuras geométricas: planas, sólidas.
- Reconocer simetrías en objetos y figuras dadas; realizar y representar gráficamente simetrías mediante pliegues, cortes, dibujos,...
- Comparar y medir longitudes, extensiones, capacidades, duraciones temporales, usando las unidades adecuadas...

Objetivos de los cursos tercero, cuarto y quinto

- Reconocer en contextos variados, nombrar, dibujar y construir los principales (tipos de) figuras geométricas planas; construir con técnicas y materiales diferentes, algunas figuras geométricas sólidas sencillas y describir algunas de sus características: como, en el caso de los poliedros, número de vértices, de aristas, de caras.
- Reconocer la igualdad de áreas de figuras planas sencillas, mediante descomposición y recomposición.
- Medir y calcular el perímetro y el área de las principales figuras planas, distinguiendo con claridad la diferencia conceptual entre las dos nociones.
- Calcular el volumen de objetos, incluidos los irregulares, con diversas estrategias y unidades de medida distinguiendo con claridad la diferencia... entre el volumen y el área de la superficie de una figura sólida.
- Reconocer, en situaciones concretas, posiciones y desplazamientos en el plano (puntos, direcciones, distancias, ángulos como rotaciones); representar dichas situaciones además con el uso de retículas con coordenadas enteras positivas; mapas, planos,...
- Utilizar correctamente expresiones como recta vertical, horizontal, rectas paralelas, incidentes, perpendiculares; dibujar con regla, escuadra y compás, rectas paralelas y perpendiculares, ángulos y polígonos.
- Reconocer posibles simetrías presentes en una figura plana y clasificar los triángulos y cuadriláteros respecto de todas sus simetrías.

- Realizar, también con el uso de materiales..., y dibujos, la figura correspondiente de una figura plana, sometida a una traslación, a una simetría axial, a una rotación, a una ampliación o a una reducción a escala.
- Conocer las principales unidades internacionales de medida y las usuales...
- Elegir los instrumentos adecuados para realizar las medidas.
- Pasar de una medida expresada en una unidad dada a otra...
- Efectuar medidas de amplitudes angulares... de duraciones...

Lógica

La educación lógica, más que ser objeto de una enseñanza explícita y formalizada, debe ser un tema de reflexión y de cuidado continuo del profesor, al que corresponde la tarea de favorecer y de estimular el desarrollo cognitivo del niño, descubriendo a tiempo las eventuales dificultades y carencias. Se dedicará especial cuidado a la conquista de la precisión y de la perfección del lenguaje... que... tiene una riqueza expresiva y una potencialidad lógica adecuada a las necesidades del aprendizaje.

El profesor propondrá, desde el comienzo... actividades ricas en posibilidades lógicas: clasificaciones mediante atributos, inclusiones, seriaciones, etc. Gradualmente propondrá alguna representación lógico-conjuntista... La simbolización formal de las operaciones lógico-conjuntistas no es necesaria como preliminar para la introducción de los naturales y de las operaciones aritméticas...

Objetivos de los cursos primero y segundo

- Clasificar objetos, figuras, números... con una condición dada y, viceversa, indicar una condición que explique la clasificación dada.
- En contextos problemáticos concretos..., reconocer los posibles casos de combinaciones de objetos y de propiedades.
- Descubrir y verbalizar regularidades y ritmos en sucesiones dadas de objetos, imágenes, sonidos, y viceversa, seguir reglas... para construir tales sucesiones.

La educación lógica, más que ser objeto de una enseñanza explícita y formalizada, debe ser un tema de reflexión y de cuidado continuo del profesor...

Importancia educativa notable debe también reconocerse a conceptos, principios y capacidades relacionadas con la representación estadística de hechos, fenómenos y procesos y con... juicios y previsiones en condiciones de incertidumbre.

- Representar con esquematizaciones elementales (por ejemplo con flechas) sucesiones espacio-temporales, relaciones de orden, correspondencias, referidas a situaciones concretas.

Objetivos de los cursos tercero, cuarto y quinto

- Clasificar objetos de acuerdo con dos o más propiedades y realizar las representaciones adecuadas de las clasificaciones mediante diagramas de Venn, de Carroll, en árbol, con tablas,...
- Utilizar correctamente el lenguaje de conjuntos:... unión, intersección, complementario, incluso en relación... con las conectivas lógicas y con aplicaciones a las clasificaciones aritméticas, geométricas, naturales, gramaticales,...

Probabilidad, estadística, informática

Importancia educativa notable debe también reconocerse a conceptos, principios y capacidades relacionadas con la representación estadística de hechos, fenómenos y procesos y con... juicios y previsiones en condiciones de incertidumbre.

La introducción de los primeros elementos de probabilidad... tiene por objetivo preparar... un terreno intuitivo en el que se pueda, en una fase siguiente, formular el análisis racional de las situaciones de incertidumbre. La definición clásica de probabilidad como relación... no puede ser asumida como punto de partida, pero puede ser el punto de llegada de unas actividades bien graduadas.

En el desarrollo de este itinerario puede realizarse la construcción y el análisis de los procedimientos y de los algoritmos —numéricos y no numéricos— también con el empleo inicial... de los oportunos instrumentos de cálculo y de elaboración de las informaciones.

Objetivos de los cursos primero y segundo

- En situaciones problemáticas extraídas de la vida real y del juego, usar de un modo significativo y coherente las expresiones: quizá, es posible, es seguro, no lo se, es imposible,...

Objetivos de los cursos tercero, cuarto y quinto

- Efectuar observaciones y recogidas de datos estadísticos sencillos: trazar diagramas de barras, histogramas, diagramas circulares,...; calcular medias aritméticas y porcentajes, utilizando, si se considera oportuno, calculadoras de bolsillo...
- Comparar en situaciones de juego... la probabilidad de distintos sucesos...
- Representar, enumerar y contar (por ejemplo, mediante diagramas en árbol) todos los casos posibles en situaciones combinatorias sencillas; deducir de ellas algunos valores elementales de probabilidades;
- Trazar e interpretar diagramas de flujo para la representación adecuada de los procesos.

Indicaciones metodológicas

- 1) Al comienzo del primer curso elemental es conve-

niente que el profesor realice un reconocimiento cuidadoso del nivel de preparación individualizado de sus alumnos... importantes sectores de su observación son la capacidad de: reconocer relaciones y poner en relación objetos entre sí, contar por contar (sucesión numérica verbal), contar objetos (correspondencia entre pasos consecutivos... y objetos), orientarse en el espacio (arriba, abajo, delante, detrás,...) orientarse en el tiempo (antes, después).

La programación didáctica se desarrollará teniendo en cuenta las informaciones obtenidas... y en primer lugar se dirigirá a constituir una base común de experiencias sobre la que fundar la reflexión y la conceptualización matemática...

Todos los alumnos tienen que estar en condiciones de utilizar, inicialmente, diversos materiales, ordinarios o estructurados, que suministren modelos adecuados de los conceptos matemáticos... También es importante que se distancien, en un cierto momento, de la manipulación del propio material para llegar a utilizar solamente las imágenes mentales relativas...

- 2) Atención especial hay que poner tanto en la adquisición del... concepto de número natural, como en la formación de la capacidad de representarlo en el sistema decimal, con referencia al valor posicional de las cifras... Con tal objetivo puede ser ventajosa la introducción de diversos sistemas de numeración... Es esencial que el niño adquiera la capacidad de ordenar y de comparar los números, utilizando la... recta numérica...

La introducción de los números decimales se realizará a partir del tercer curso...

La actividad de manipulación de los materiales idóneos, las operaciones de medir magnitudes físicas, el análisis de los datos económicos y demográficos pueden ofrecer ocasiones para trabajar con los números, bien en base diez o bien en otra base...

- 3) La iniciación en el estudio de la geometría está relacionada... con... los estímulos que provienen de la percepción de la realidad física. Sería, por tanto, empobrecedor limitar la enseñanza... a la memorización de la nomenclatura tradicional y de las fórmulas de cálculo de perímetros, áreas y volúmenes de figuras particulares.

En su lugar, se debe favorecer una actividad geométrica rica y variada, partiendo de la manipulación... de los objetos y de la observación y descripción de sus transformaciones y posiciones recíprocas. Por ejemplo, las sombras de una figura sólida... sugerirán... representaciones planas de la figura; la reproducción en el cuaderno de una figura dibujada en la pizarra dará un ejemplo de reducción de escala; los movimientos de una cartulina... harán comprender que las nociones de *rectángulo*, de *cuadrado*,... son independientes de la posición de la figura en el plano...

Las nociones de perímetro, área, volumen: deberán introducirse —a nivel intuitivo— también para las figuras irregulares, con objeto de desvincular estos conceptos de las fórmulas...

Además de los sistemas de referencia de tipo cartesiano... (geoplano, mapa cuadrículado, mapas y planos geográficos) se podrán introducir informalmente otros sistemas... más directamente ligados con la posición del observador...

- 4) Un itinerario de trabajo para la medida... deberá incluir las etapas de comparación directa, y comparación indirecta con unidades arbitrarias y... con las unidades convencionales de medida...

Una reflexión sobre las unidades locales de medida... de otros pueblos y de otros tiempos podrá servir para consolidar la idea de la convencionalidad del sistema hoy en uso...

En cuanto al empleo de los «pasos» en la resolución de los problemas... es preferible que no se expresen con las indicaciones de las operaciones... que junto con las mismas operaciones se incluya una descripción del procedimiento, en el que se indicará la unidad de medida obtenida.

[...] tener presente que se pueden medir tanto los aspectos de la realidad física... como económica y social...

- 5) Los elementos de lógica y de conjuntos tienen por objetivo principal la paternidad de los lenguajes relativos y el suyo propio, su uso...

El profesor... llevará al niño... al empleo correcto de... *todos*, *alguno*,...

Se recomienda no introducir las nociones de modo incorrecto, siendo preferible posponer la precisión de un concepto a rectificar nociones ya impropriamente introducidas. Por ejemplo, es conveniente que el cuadrado sea presentado como un caso particular de rectángulo, evitando hacer creer que un rectángulo es tal sólo si tiene los lados desiguales...

*Se recomienda
no introducir
las nociones
de modo
incorrecto,
siendo preferible
posponer
la precisión
de un concepto
a rectificar
nociones ya
impropriamente
introducidas.*

- 6) La recogida de datos... en diversos contextos... llevará a las primeras nociones de estadística descriptiva, también a través de la visualización...

En cuanto a las primeras nociones de probabilidad... el niño será conducido a aceptar sin inquietud situaciones de incertidumbre. Se puede alcanzar muy bien este objetivo mediante juegos... La habilidad consiste en saber elegir... la jugada que ofrece mayores posibilidades de victoria: se trata de... sacar conclusiones de la probabilidad...

También la informática... por un lado, pone en evidencia la idea de algoritmo ya presente en la aritmética, pero susceptible de un empleo más amplio; por otro, presenta la calculadora como instrumento...

En definitiva, la introducción al pensamiento y a la actividad matemática debe dirigirse... a construir... una amplia base experimental de hechos, fenómenos, situaciones, sobre las cuales desarrollar el conocimiento intuitivo, los procedimientos y los algoritmos de cálculo y las más elementales formalizaciones...

Así se favorecerá... una disposición positiva hacia la matemática, entendida, bien como instrumento válido de conocimiento y de interpretación crítica de la realidad, bien como fascinante actividad del pensamiento humano.

Escuela media

En la escuela media la matemática se enseña, por un único profesor, integrando las ciencias matemáticas, química, física y naturales.

En las indicaciones metodológicas que acompañan a los programas se dice «la matemática y las ciencias experimentales confluyen unitariamente en la consecución de los objetivos de la educación científica; lo que no excluye la especificidad de los contenidos que cada una lleva de modo autónomo. [...] Dadas las frecuentes relaciones y la constante interacción prevista en el tra-

bajo de aula entre la matemática y las ciencias experimentales, no es posible establecer un reparto rígido del horario semanal entre las dos áreas».

En la práctica escolar, en general, las seis horas semanales para educación científica se reparten en tres horas

Temas	Contenidos del tema
1. La geometría, primera representación del mundo físico.	<ul style="list-style-type: none"> a) De los objetos a los conceptos geométricos: estudio de las figuras del plano y del espacio a partir de modelos materiales. b) Longitudes, áreas, volúmenes, ángulos y sus medidas. c) Problemas sencillos de isoperimetría y de equiextensión. El teorema de Pitágoras. d) Construcciones geométricas: uso de la regla, la escuadra y el compás.
2. Conjuntos numéricos.	<ul style="list-style-type: none"> a) Números naturales. Sucesivas ampliaciones del concepto de número: de los naturales a los enteros; de las fracciones (como operadores) a los números racionales. Razones, porcentajes. Proporciones. Representación de los números sobre la recta orientada. b) Escritura decimal. Orden de magnitud. c) Operaciones directas e inversas y sus propiedades en los diferentes conjuntos numéricos. Potencias y raíces. Múltiplos y divisores de un número natural y comunes a varios números. Descomposición en factores primos. Ejercicios de cálculo, exacto y aproximado. Aproximaciones sucesivas, como aproximación al número real. Uso razonado de los instrumentos de cálculo (p.ej. tablas numéricas, calculadoras, etc.).
3. Matemática de lo cierto y matemática de lo probable.	<ul style="list-style-type: none"> a) Afirmaciones del tipo Verdadero/Falso y afirmaciones de tipo probabilístico. Uso correcto de las conectivas lógicas (y, o, no); su interpretación como operaciones sobre conjuntos y aplicaciones a los circuitos eléctricos. b) Informaciones estadísticas y su representación gráfica (histogramas, aerogramas,...) frecuencia; medias. c) Sucesos casuales; nociones de probabilidad y sus aplicaciones.
4. Problemas y ecuaciones.	<ul style="list-style-type: none"> a) Reconocimiento de los datos y variables significativas en un problema. Resolución mediante diversos procedimientos (diagramas de flujo, fundamentos y cálculo de expresiones aritméticas...). b) Lectura, escritura, uso y transformaciones de fórmulas sencillas. c) Ecuaciones e inecuaciones numéricas sencillas de primer grado.
5. El método de coordenadas.	<ul style="list-style-type: none"> a) Uso del método de coordenadas en situaciones concretas; lectura de mapas topográficos y geográficos. b) Coordenadas de un punto en la recta; coordenadas de un punto en el plano. Representación y estudio de las figuras sencillas del plano, p.ej. figuras poligonales de las que se conozcan las coordenadas de los vértices. c) Leyes matemáticas sencillas obtenidas también del mundo físico, económico, etc y su representación en el plano cartesiano; proporcionalidad directa e inversa, dependencia cuadrática, etc.
6. Transformaciones geométricas.	<ul style="list-style-type: none"> a) Isometrías (o congruencias) planas: traslaciones, rotaciones, simetrías, a partir de experiencias físicas (movimientos rígidos). Composición de isometrías. Figuras planas directa e inversamente congruentes. b) semejanza plana, en particular homotecia, a partir de ampliaciones y reducciones. Escalas. c) Observación de otras transformaciones geométricas: sombras producidas por los rayos solares u otras fuentes luminosas, representaciones proyectivas (fotografía, pintura, etc.) imágenes deformadas,...
7. Correspondencias y analogías estructurales.	<ul style="list-style-type: none"> a) Recuerdo, comparación y síntesis de los conceptos de relaciones, correspondencia, función, composición encontrados en diferentes ámbitos. Búsqueda y descubrimiento de analogías entre estructuras.

Cuadro 2. Temas y contenidos de las matemáticas de la escuela media

para matemáticas y tres para ciencias experimentales, o bien cuatro horas para matemáticas y dos para ciencias.

El programa de matemáticas consta de siete temas a desarrollar en los tres cursos (pueden verse sus contenidos en el cuadro 2). La división anual depende de la programación del aula.

Los contenidos de los temas están acompañados de *orientaciones para la lectura*, de las que hemos seleccionado algunos párrafos:

«...El estudio de la geometría sacará provecho de una presentación no estática de las figuras, que hará evidentes las propiedades en el acto de modificarse; también será conveniente utilizar material y recurrir al dibujo. La geometría del espacio no se limitará a consideraciones sobre meras figuras, sino que tendrá que educar además en la visión espacial. En esta concepción dinámica es donde va incluido también el tema de las transformaciones geométricas... Se tendrá presente que *resolver un problema* no significa solamente aplicar reglas fijas a situaciones ya esquematizadas, sino que también quiere decir afrontar problemas en estado natural, en los que se pide al alumno hacerse cargo completo de la traducción en términos matemáticos... El tema *Correspondencias y analogías estructurales* no dará lugar a un tratamiento en sí mismo. En el transcurso de los tres años, todas las veces que se presente la ocasión, se harán reconocer analogías y diferencias entre diversas situaciones... Se desaconseja la insistencia sobre aspectos puramente mecánicos y mnemónicos, debido a su escaso valor formativo...».

Escuela superior

Las dos culturas en la escuela italiana

Incluso antes de la reforma Gentile de 1923, la escuela italiana privilegiaba claramente la *cultura clásica* sobre la *científica*. Francesco Brioschi, ilustre matemático, preocupado por la reforma de la legislación escolar, sostenía que en la fase formativa del aprendizaje bastaba con el estudio del italiano y de las lenguas clásicas. Únicamente el liceo clásico daba acceso a la universidad: durante un cierto tiempo, la matemática, en él, no era obligatoria en el último curso (en ese caso no se podía acceder a ciertos estudios universitarios).

La ideología neoidealista que ha dominado la reforma Gentile tiene entre sus fundamentos la separación de las *dos culturas* y la superioridad de la cultura humanística sobre la científica. Se abolió la *sección físico-matemática* del Instituto Técnico que permitía acceder a algunos estudios universitarios sin necesidad de pasar por las lenguas clásicas, y se instituyó el Liceo Científico, en el cual, sin embargo, se estudia más latín que matemáticas, y que daba acceso sólo a las facultades científicas y técnicas. A menudo se oye decir que los estudiantes universitarios de las facultades científicas y técnicas provenientes del liceo clásico tienen dificultades para adaptarse, ini-

cialmente, pero pueden demostrar una mayor *madurez* y dan un mayor rendimiento; sin embargo, no se ha demostrado estadísticamente esta afirmación y, en todo caso, estaría viciada de origen: la mayor madurez puede ser debida al hecho de que en el liceo clásico (por cuanto numéricamente inferior a los otros tipos de escuela) recoge un mayor porcentaje de muchachos de la clase medio-alta.

Por otro lado, muchos expertos científicos han pedido *más espacio* para las materias científicas en el área común, y (cuando se habla de nuevas opciones) algunas opciones orientadas fuertemente hacia las disciplinas científicas (por ejemplo, en el proyecto Brocca, la opción científico-tecnológica); están inspirados de un principio de subdivisión de la influencia entre las culturas (que hoy, en efecto, son tres; la *tecnológica* tiene ahora una fisonomía propia).

La escuela superior italiana se resiente todavía demasiado de la separación entre *escuela formativa* (los liceos, cuyo título permite en la práctica sólo el acceso a la universidad) y *escuelas profesionales*. A estas últimas se les pedía (y en parte, todavía se pide ahora) producir técnicos preparados ya para entrar en el mundo del trabajo: sin embargo se comprende hoy, cada vez más que esto es un objetivo falso, porque los que salen de las escuelas, tienen por delante cuarenta años de trabajo y, en este periodo, las profesiones para las que se hayan preparado podrían modificarse profundamente e, incluso, desaparecer. De aquí la necesidad de *aprender a aprender*, más que aprender técnicas. En las experiencias de estos últimos decenios, se han propuesto soluciones que intentan conciliar estas exigencias: la tarea es menos difícil de lo que puede parecer.

Los nuevos programas Brocca intentan, si bien con alguna timidez, superar la división entre las culturas. Entre tanto, las diferentes opciones estarán mucho menos diferenciadas por las enseñanzas y los programas que las materias de las áreas comunes. En los programas de las materias científicas se han incluido temas que podrían ser importantes para comprender

La escuela superior italiana se resiente todavía demasiado de la separación entre escuela formativa (los liceos, cuyo título permite en la práctica sólo el acceso a la universidad) y escuelas profesionales.

la evolución de la ciencia de un modo no puramente *técnico* (por ejemplo, las geometrías no euclídeas, los problemas de la formalización de la matemática); en todas las opciones se ha introducido el estudio de la filosofía (limitada hasta ahora a los liceos y a las escuelas de magisterio).

La introducción de la informática (en todas las opciones, como parte del programa de matemáticas, pero con cierta ambición de que sea válida también para otras disciplinas), puede ser un paso hacia una valoración de la cultura tecnológica. El plan de actualización de los profesores, en el cual el ministerio ha invertido mucho, se ha desarrollado, sin embargo, bajo líneas diferentes a los programas.

Como en otras muchas ocasiones, una buena reforma debe de contar con la práctica escolar: los profesores (ya sean científicos o humanistas) han tenido una preparación universitaria en un sentido único, y no han tenido (salvo raras excepciones) los instrumentos para abrirse a una visión no sectorial de los problemas del conocimiento y de la vida.

La escuela obligatoria (de 6 a 14 años) se ha modificado profundamente en los últimos decenios; pero la separación de las culturas todavía se siente en alguna medida, sobre todo, a través de la formación de los profesores.

Finalidades, objetivos y contenidos

Actualmente, existen algunas decenas de tipos de escuelas superiores: liceos (clásico y científico), que permiten la entrada a la universidad, liceo artístico, institutos y escuelas de magisterio (para la formación de los profesores de la escuela infantil y elemental), muchos tipos de institutos *técnicos* (formación de técnicos), y de institutos profesionales (para obreros especializados). Los programas oficiales de muchas de ellas, son todavía los de la reforma Gentile.

Se puede decir que, en ellos, la matemática es vista como instrumental, pero de una forma arcaica: largos cálculos (radicales, logaritmos, trigonometría): así se ha formado una tradición que empeora la calidad de los programas. Por ejemplo, la enseñanza de la geometría euclídea tenía una cierta importan-

Geometría del plano y del espacio

Plano euclídeo y sus transformaciones isométricas. Figuras y sus propiedades. Polígonos equidescomponibles; teorema de Pitágoras. *Homotecias y semejanzas en el plano. Teorema de Thales.*

Plano cartesiano: recta, *parábola, hipérbola equilátera.*

Coseno y seno de ángulos convexos. Relaciones entre los ángulos de un triángulo equilátero.

Ejemplos significativos de transformaciones geométricas en el espacio. Ejemplos de simetrías en algunos sólidos geométricos.

Conjuntos numéricos: cálculo

Operaciones, orden y propiedades en los conjuntos de los números naturales, enteros y racionales.

Valores aproximados y su uso en cálculos elementales. Introducción intuitiva de los números reales. *Radicales cuadráticos y operaciones elementales con ellos.*

El lenguaje del álgebra y el cálculo literal: monomios, polinomios y funciones algebraicas. Ecuaciones y sistemas de primero y segundo grado. *Inecuaciones de primer grado.*

Relaciones y funciones

Conjuntos y sus operaciones. Primeras nociones de cálculo combinatorio.

Leyes de composición y ejemplos de estructuras particulares. Producto cartesiano. Relaciones binarias.

Relaciones de orden y de equivalencia. Aplicaciones (funciones).

Funciones $ax+b$, ax^2+bx+c , a/x , y sus gráficas.

Elementos de probabilidad y estadística

Espacios de probabilidad sencillos: sucesos aleatorios. Sucesos disjuntos, regla de la suma.

Probabilidad condicionada, probabilidad compuesta. Sucesos independientes y «regla del producto».

Elementos de estadística descriptiva: obtención de datos, valores de síntesis, índice de variación.

Elementos de lógica y de informática

Lógica de proposiciones: proposiciones elementales y conectivas, valores de verdad de una proposición compuesta.

Inferencia lógica, principales reglas de deducción.

Variables, predicados, cuantificadores.

Análisis, organización y representación de datos, construcción estructurada de algoritmos y sus representaciones.

Autómatas finitos, alfabetos, palabras y gramática generativa. Sintaxis y semántica. Introducción a los lenguajes formales.

Laboratorio de informática

Utilización de un lenguaje de programación, análisis de problemas y de sus soluciones, bien con lenguajes de programación, bien con el empleo de un «ambiente informático» adecuado.

Cuadro 3. Los programas de matemáticas del primer bienio de la escuela superior

cia (era probablemente la parte más formativa de la matemática): desde hace algunos años está casi desaparecida.

Aquí, ni siquiera podemos lamentarnos de la escasa preparación disciplinar de los profesores: casi todos son licenciados en matemáticas o en físicas. El empeoramiento ha llegado más o menos, cuando, al inicio de los sesenta, la enseñanza universitaria de las matemáticas se volvió más abstracta, sin una reforma de los programas de la escuela superior y, sobre todo, sin dar a los profesores los instrumentos para comprender las innovaciones, y el modo en que éstas se han inscrito en la matemática elemental, así, la distancia entre la enseñanza en la escuela y en la universidad se ha ampliado.

Ahora existen muchos cursos post-universitarios para la formación de los profesores (los grupos que se interesan en la didáctica de la matemática están implicados en el estudio y experimentación de contenidos y metodología). Además, desde hace algún tiempo existen programas nuevos, todavía experimentales, adoptados por un porcentaje importan-

Tercer curso

Circunferencia, elipse, parábola, hipérbola en el plano cartesiano.
Cambio de sistemas de coordenadas.
Ecuaciones de las isometrías y de las semejanzas.
Propiedades invariantes. Ecuaciones de una afinidad.
Longitud de la circunferencia y medidas angulares.
Teorema del coseno y de los senos. Resolución de triángulos. El conjunto de los números naturales: construcción, divisibilidad, algoritmo de Euclides, números primos, clases de restos. Principio de inducción. Progresiones aritméticas y geométricas. Sucesiones. Sucesiones definidas por recurrencia.
El conjunto de los números reales y su completitud.
Potencias de base real positiva y exponente real. Sus operaciones.
Inecuaciones de segundo grado. Ecuaciones e inecuaciones «fraccionarias» e irracionales. Sistemas de inecuaciones.
Estadística descriptiva multivariante: matriz de datos, tabla de doble entrada, distribuciones estadísticas (conjunta, condicionadas, marginales).
Regresión y correlación.
Reglas de inferencia y de deducción en la lógica de predicados.
Empleo de algoritmos numéricos directos e iterativos, control de la precisión.

Cuarto curso

Incidencia, paralelismo, ortogonalidad en el espacio.
Ángulos entre rectas y planos, ángulos diedros, triedros.
Poliedros regulares, sólidos importantes.
Números complejos y su representación gráfica. Raíces n -ésimas de la unidad.
Estructuras algebraicas fundamentales. Estructura de orden. Correspondencia entre conjuntos estructurados.
Comparación entre conjuntos numéricos infinitos.
Espacio vectorial: estructura vectorial en \mathbb{R}^2 y en \mathbb{R}^3 . Bases, aplicaciones lineales.
Resolución de sistemas lineales. Estructura algebraica de las matrices de orden dos.
Logaritmos y sus propiedades. Funciones exponencial y logarítmica.
Funciones circulares. Fórmulas de adición y principales consecuencias.
Valoración y definición de probabilidad en contextos variados.
Variables aleatorias, en una y dos dimensiones (casos finitos). Correlación, independencia, fórmula de Bayes. Variables aleatorias discretas: distribución binomial, geométrica, de Poisson.
Convergencia de los métodos iterativos. Algoritmos recursivos. Complejidad de cálculo de los algoritmos definidos de modo iterativo o recursivo.
Límite de una sucesión numérica.
Ceros de una función. Límite y continuidad de una función de una variable real. Derivada de una función. Teoremas de Rolle, Cauchy, Lagrange y De l'Hôpital.

Quinto curso

La geometría no euclídea, desde un punto de vista elemental.
El método hipotético deductivo: conceptos primitivos, axiomas, definiciones, teoremas; coherencia e independencia de un sistema de axiomas. Sistemas formales y modelos.
Los axiomas de la geometría euclídea y de la aritmética.
Distribuciones continuas. Distribución normal y errores en las medidas en las ciencias experimentales. Distribución uniforme. Distribución exponencial.
Ley de los grandes números (Bernoulli).
Comparación entre las distribuciones binomial, de Poisson, normal (mediante la construcción de las tablas numéricas).
Inferencia estadística: estimación de parámetros para modelos sencillos.
Formalización del concepto de algoritmo. Tesis de Church. Ejemplos de funciones no calculables. Ejemplos de problemas no decidibles.
El problema de la medida: longitud, área, volumen. Integral definida.
Funciones primitivas e integral indefinida. Teorema fundamental del cálculo integral. Integración por sustitución y por partes.
Resolución aproximada de ecuaciones. Integración numérica.

Cuadro 4. Los programas de matemáticas de la opción científica de la escuela superior

te de escuelas. En un principio fueron preparados para las escuelas que seguían el *plan nacional para la informática*, y después generalizados en los llamados *programas Brocca*.

Los nuevos programas diseñan una escuela superior mucho más unitaria que la actual, articulada en una docena de opciones. En el programa del gobierno, el primer bienio será obligatorio; para la matemática hay previstas dos opciones, la A, más fácil y la B, para las opciones científicas, tecnológicas y económica. En el cuadro 3, pueden verse en detalle los contenidos de las dos opciones de matemáticas en el primer bienio. Lo que va en cursiva, no figura en el programa de la opción A. En el trienio siguiente, los programas son diferentes según las opciones. El cuadro 4 presenta el programa de la opción científica.

Los nuevos programas presentan un cierto desequilibrio: en nuestra opinión pretenden demasiado en estadística e informática. Empero, dan una idea bastante buena de lo que hoy son las matemáticas: para algunos instrumento esencial, necesario para su aplicación y para continuar sus estudios, para otros ofrecen una perspectiva cultural (pensando en argumentos como la matemática griega en continuidad y en oposición a la contemporánea, la abstracción en matemática, las geometrías no euclídeas, el estructuralismo en matemáticas, la lógica matemática, las ideas esenciales de informática,...). Desde nuestro punto de vista, un tratamiento adecuado de estos argumentos es suficiente para hacer comprender a una persona, de cultura media o alta, el significado de la matemática en el desarrollo del pensamiento científico y filosófico.

La evaluación

Escuela elemental

Los programas de 1985 sintetizan, con las siguientes palabras, los criterios de valoración de los alumnos: «con el fin de asegurar una evaluación efectiva del punto de partida y de llegada, de los procesos, de

las dificultades encontradas y de las intervenciones compensatorias realizadas, los profesores deberán recoger de manera sistemática y continuada informaciones relativas al desarrollo de los conocimientos y de las capacidades, a su disponibilidad para aprender, a la maduración del sentido de sí mismo de cada alumno... de acuerdo con criterios que aseguren una comparación positiva de los niveles de desarrollo individual y colectivo... para la regulación continua de la programación, permitiendo a los profesores introducir aquellas modificaciones o integraciones que consideren necesarias».

La evaluación de los alumnos se realiza a lo largo de todo el curso.

Para cada alumno se cumplimenta una ficha, articulada en tres partes que se refieren a:

- Los conocimientos del alumno: se recogen datos e informaciones útiles para trazar el perfil del alumno, en la fase inicial del curso escolar –también sobre la base de las informaciones transmitidas por la escuela materna (de 3 a 5 años, no obligatoria), para los alumnos de primer curso.
- La puesta de relieve de los aprendizajes: se refiere a la apreciación para cada uno de los aspectos esenciales de los campos disciplinarios previstos por los programas, del grado de dominio de los aprendizajes demostrado por el alumno y de cualquier progreso apreciable, junto con las indicaciones de las eventuales intervenciones individualizadas.
- La evaluación del proceso formativo: contiene un balance de la incidencia de la experiencia formativa sobre los aspectos cognitivos, relacionales y ético-sociales de la personalidad del alumno.

Para cada disciplina, la evaluación cognitiva se basa sobre los llamados *indicadores* iguales para los cinco cursos.

La decisión del paso de un curso al siguiente es competencia del grupo docente. La escuela elemental termina con un examen interno/local del que se da un diploma que permite el acceso a la escuela secundaria de primer grado (escuela media).

La escuela media termina con un examen escrito (lengua italiana, matemática, lengua extranjera) y una entrevista oral realizada por los profesores del grupo, dirigidos por un presidente de comisión externo.

La escuela elemental envía a la escuela media un *informe del alumno* que contiene toda la documentación informativa y evaluadora del mismo, junto con una *síntesis global* sobre el recorrido formativo realizado en el transcurso de la escuela elemental.

Escuela media

También en la escuela media está en vigor lo que se acaba de llamar *ficha del alumno* dentro de una concepción de la escuela obligatoria como formativa y no selectiva. Dicha ficha se articula sobre los siguientes puntos:

- la evaluación parte de una aceptación de la situación de partida sobre la que se debe desarrollar el proceso del acercamiento progresivo a los objetivos programados para cada alumno, de alcanzarse a través de itinerarios individualizados y elecciones organizativas que tengan en cuenta el ritmo y las condiciones subjetivas del aprendizaje;
- la ficha indica, para cada disciplina, algunos criterios señalados en los programas: el conocimiento de los contenidos, la iniciación al método disciplinar, las operaciones intelectuales más complejas y específicas de cada lenguaje, la competencia en el conocimiento y en el uso de los instrumentos. En ellos se basa el consejo de curso (compuesto por los profesores de todas las disciplinas), para determinar los objetivos individuales. La escala de valoración indica el grado de aproximación al objetivo entendido como la progresión desde el nivel de partida, a través de cinco calificaciones (A-B-C-D-E);
- la evaluación no se refiere sólo a los progresos cognitivos alcanzados por el alumno, sino que también debe documentar el proceso de maduración de su personalidad, valorando y evidenciando los objetivos, incluso los mínimamente alcanzados, y sus recursos, para ayudarle, así, a construirse un concepto positivo y realista de sí mismo.

La decisión de pasar de un curso al siguiente es competencia del consejo de curso. Es posible la repetición de cada curso.

La escuela media termina con un examen escrito (lengua italiana, matemática, lengua extranjera) y una entrevista oral realizada por los profesores del grupo, dirigidos por un presidente de comisión externo.

El resultado positivo en el examen se certifica con una evaluación en cuatro niveles (suficiente, bien, distinguido y óptimo) y con un consejo de orientación no vinculante. El certificado da acceso a todos los tipos de escuela secundaria de segundo grado.

Escuela superior

La evaluación en la escuela superior, que todavía no se ha reformado globalmente, está todavía regido por los cánones más tradicionales. La evaluación se realiza a través de

notas concretas sobre pruebas escritas y orales. El examen de madurez al final del quinquenio tiene carácter nacional con pruebas que, de todos modos, *bloquean* en los últimos cursos las innovaciones metodológicas.

El examen de madurez

La escuela superior termina con un examen de madurez (bachillerato) que:

- habilita para las profesiones, y para los institutos técnicos y escuelas de magisterio;
- permite el acceso a cualquier facultad universitaria (para las escuelas de duración cuatrienal, se exige un curso complementario).

El examen de madurez es el residuo más resistente de la concepción centralizada de la escuela italiana, como estaba prevista en la *reforma Gentile* (1923). Giovanni Gentile (1875.1944) fue el animador, con Benedetto Croce, de la filosofía neoidealista italiana, que se apoyaba en el pensamiento de Hegel (y en particular de la *derecha hegeliana*). Se arrimó al fascismo, en el cual veía la realización del *Estado Ético*, que debía dar su impronta a todos los aspectos de la sociedad: igual que Hegel había dado una justificación del absolutismo prusiano, Gentile daba de este modo un fundamento teórico al fascismo. El examen de madurez debía ser la garantía de la unicidad de la escuela, sobre todo debía de asegurar la adecuación de la escuela privada a los principios de la escuela pública. De hecho, todavía hoy, los temas de las pruebas escritas son seleccionados por una comisión nacional muy *secreta*, y transmitidos con un ceremonial invariable a las comisiones de examen.

Hasta el año 1968 el examen consistía en numerosas pruebas escritas: 4 en el liceo clásico (italiano, dos de latín, una de griego), 6 en el liceo científico (italiano, matemática, dos de latín, historia del arte, lengua extranjera), y pruebas orales de todas las materias de todos los cursos. Después, para intentar contener la protesta estudiantil, se introdujo un sistema *experimental* provisional que todavía está en práctica. Hay una prueba escrita de italiano (a elegir entre tres temas iguales para todos y uno específico para cada tipo de escuela) y otra prueba escrita que cambia de una escuela a otra; para el examen oral hay señaladas cuatro materias, una de ellas el italiano; el examen se desarrolla sobre el programa del último curso de dos de ellas (uno elegida por el candidato, la otra por la comisión, pero a menudo, ésta deja la elección al candidato). Hay prevista alguna excepción (en el sentido de una evaluación más cuidadosa) para algunas escuelas experimentales.

A pesar de que los porcentajes de éxito son muy altos (más del 95%), el examen de madurez influye de modo negativo en el último curso de la escuela superior. Al principio del mes de abril, se conocen las materias del examen: desde entonces, las otras son abandonadas por los estudiantes. Para el liceo científico, que es habitualmente el

La evaluación en la escuela superior, que todavía no se ha reformado globalmente, está todavía regido por los cánones más tradicionales.

[...]

El examen de madurez al final del quinquenio tiene carácter nacional con pruebas que, de todos modos, bloquean en los últimos cursos las innovaciones metodológicas.

canal más seguido para los estudios científicos universitarios, las matemáticas están siempre presentes como prueba escrita y nunca como prueba oral: esto ha difundido una imagen de las matemáticas como *conjunto de ejercicios*, alejando los aspectos críticos y de profundización (debemos decir que en los últimos años los temas de la prueba escrita han sido un poco más innovadores).

La formación de los profesores

La formación de los profesores es particularmente inadecuada: desde el punto de vista disciplinar, es estadísticamente débil hasta el final de la escuela media; para todos es insuficiente como preparación para la enseñanza de las matemáticas.

La situación actual se puede reagrupar en dos casos:

Escuela infantil y escuela elemental

Sus profesores no tienen una formación universitaria: es más, su formación secundaria es inferior (en dos y un curso respectivamente) a la de otras profesiones (*Escuelas de Magisterio e Institutos de Magisterio*¹). Sus programas de matemáticas son ligeros y de implantación antigua; sin embargo existen muchas experiencias de Institutos de Magisterio de cinco cursos, con programas renovados. Un hecho indicador de la ideología que sostiene a la escuela italiana: hay una facultad universitaria, *Magisterio*, que debería dar una mayor cultura a los profesores elementales. Pero se compone de cursos de Ciencias de la Educación, de Letras, de Historia y de Filosofía: ésta es la *vera cultura* según los principios de la filosofía neoidealista italiana [Benedetto Croce (1866-1952), Giovanni Gentile]. Actualmente estas facultades se están transformando en Facultades de *Filosofía y Letras* o de *Ciencias de la Educación*, pero estas tienen las mismas características que los Magisterios (además, por añadidura, con los mismos profesores).

Se accede a la enseñanza mediante oposición pública, en el que no es

¹ Escuela de Magisterio: Se realizan estudios para la formación de la enseñanza de la escuela maternal.

Instituto de Magisterio: Es la escuela media superior, donde se prepara a los futuros maestros de la escuela elemental.

necesario el conocimiento de las matemáticas.

Como hemos visto, en 1987 entraron en vigor los nuevos programas de la escuela elemental, y poco después nuevas orientaciones para la escuela infantil. Sobre todo las primeras son más bien avanzadas tanto en contenidos como en la metodología recomendada: es indispensable una renovación de la formación. En la nueva escuela elemental ya no hay un único profesor para todas las materias, sino diferentes profesores que enseñan algunas materias, sin un esquema fijo (es más, deberían cambiar cada cierto tiempo las materias enseñadas).

Una ley de 1990 (n. 341/90) establece que la formación de los profesores de la escuela infantil y elemental sea de nivel universitario, con una sola licenciatura dividida en dos opciones. Desde entonces se ha discutido mucho sobre la efectividad de este principio, sobre todo para los profesores de la elemental. Existe un cierto acuerdo sobre el hecho de que la formación de base sea igual para todos los profesores, con una especialización en una o dos áreas. Actualmente (1996) se ha presentado a los Ministerios de Instrucción y de la Universidad un proyecto para una Licenciatura en *Ciencias de la Formación Primaria*, en la Facultad de Ciencias de la Educación, de cuatro cursos, con un primer bienio común y un segundo diferente para las dos opciones. Se han previsto 21 cursos anuales (o el equivalente en semestres) y 400 horas de prácticas. Se indican algunas áreas disciplinares de las que se van a desarrollar en el curso: una se llama *físico matemática*, y en ella se deben elegir al menos dos cursos anuales: al menos un curso debe ser de didáctica. También para el área lingüístico-literaria, pedagógica y metodológico-didáctica se piden dos cursos anuales; al menos tres para una lengua extranjera. Cumplidos estos mínimos, quedan nueve semestres a elección de la propia universidad o del estudiante.

Sólo existen algunas indicaciones genéricas sobre los contenidos matemáticos: sin embargo en los años pasados se ha

A diferencia de lo que ocurre en muchos países europeos, en Italia, los profesores de matemáticas (como también los licenciados en matemáticas), son en su amplia mayoría mujeres.

hablado mucho de estos temas entre los expertos del sector, y también se ha indicado, como consecuencia de un convenio, un programa de máximos (Coassi, 1982). Este programa aún aparece como válido, quizá un poco ambicioso respecto a los espacios que puedan estar efectivamente disponibles.

Escuela media y escuela superior

Para enseñar en estas escuelas se requiere un título universitario completo (la licenciatura). En la facultad de Ingeniería, o de Medicina, o de Derecho, ... se considera natural preocuparse de la formación de ciertas figuras profesionales; por contra, en las facultades más interesadas en la formación de los profesores (Ciencias y Letras), se piensa más bien en una preparación cultural genérica. De hecho, la preparación de un licenciado en matemáticas (y no sólo en matemáticas) apunta hacia la formación de un investigador universitario. Al comienzo de los ochenta se ha instituido el *doctorado de investigación*, un título de post-licenciado, de tres o cuatro (caso de las matemáticas) cursos de duración. Con ello se esperaba que los cursos *undergraduati* se dedicarían a una mejor preparación de base, en función de la enseñanza: en su lugar seguimos encontrando cursos muy especializados y avanzados.

Se dice que es obligación del estado establecer los títulos que se deben exigir a los futuros profesores y eventualmente prepararlos profesionalmente (no preocupa si está en condiciones de hacerlo). Existen *tablas* que indican, para cada disciplina, la licenciatura que permite su enseñanza. Naturalmente se desencadenan de vez en cuando las presiones de los lobbies para introducir esta o aquella licenciatura (si bien, a menudo, afirman que algunas no son apropiadas para la formación de profesores).

Para llegar a enseñar hay que obtener la habilitación, y superar una oposición; ambas pueden obtenerse con la misma prueba. La habilitación no se exige para obtener una plaza como interino, en sustitución de un profesor numerario trasladado o enfermo.

A diferencia de lo que ocurre en muchos países europeos, en Italia, los profesores de matemáticas (como también los licenciados en matemáticas), son en su amplia mayoría mujeres.

En la Escuela media, la enseñanza de las matemáticas y de las ciencias se hace por un solo profesor: se le exige una licenciatura cualquiera científica, matemática o física o química o ciencias naturales, o ciencias biológicas, o ciencias geológicas. De hecho, la mayor parte de los profesores han conseguido una de estas últimas, porque es mayor el número de licenciados en esta disciplina y son menores las posibilidades de otras salidas profesionales.

En la Escuela Superior, la matemática a menudo está unida a la física: la mayor parte de los expertos y de los

profesores están a favor de su separación. Los licenciados en matemáticas y en física pueden enseñar matemáticas, pero los matemáticos no pueden enseñar física. Actualmente (1996) también se admiten ingenieros.

Todas las licenciaturas científicas se articulan en *opciones*, pero solo en matemáticas y física existe una opción *didáctica* que debería dar una preparación para la enseñanza: pero la opción didáctica en física, en algunas universidades, ni siquiera existe, y la de matemáticas está poco diferenciada de las otras (y, en cualquier caso, ni siquiera es título preferente para enseñar). Además, de varios modos se ve un estudiante inducido a creer que puede desarrollar brillantes perspectivas profesionales de investigación o de colocación profesional; muchos sienten la enseñanza como una salida no adecuada para las propias capacidades y expectativas. Es probable que las *estudiantes* sean menos sensibles a estas ilusiones; la presencia de muchas muchachas entre los licenciados es, por tanto, un rasgo positivo.

De vez en cuando en Italia se habla de la *abolición del valor legal de los títulos de estudio*. No está claro lo que ello significaría en el caso del acceso a la enseñanza: quizá que cualquiera podría presentarse a las oposiciones para la habilitación o para un puesto de numerario. Las oposiciones tendrían que hacerse más serias, para valorar la preparación, tanto cultural como profesional (pero el estado no está preparado para esta operación). Fácilmente podemos prever que la universidad se volvería *inútil*, porque florecerían escuelas privadas que prometerían dar en poco tiempo la preparación para superar la oposición.

También para los profesores de secundaria, la ley 341/90 da disposiciones nuevas (si bien éstas, no se han aplicado todavía). Para obtener la habilitación, un licenciado tendrá que seguir una «escuela de especialización» articulada en opciones para las diferentes enseñanzas secundarias. Su

*Los licenciados
en matemáticas
y en física
pueden enseñar
matemáticas,
pero
los matemáticos
no pueden
enseñar física.*

duración será de cuatro semestres, que se reducen cuando el estudiante tenga *créditos*, es decir haya aprendido antes de la licenciatura algunos de los temas enseñados en la escuela. El último proyecto presentado prevé al menos cinco semestres de ciencias de la educación y al menos 5 semestres de didáctica de las disciplinas, con el objetivo de una profundización metodológica y didáctica de las áreas disciplinares correspondientes. A cualquier estudiante también se le podrá exigir que siga cualquier curso universitario, que sea necesario para su preparación cultural (caso de la enseñanza científica en la escuela media).

Este proyecto está encontrando oposición en muchos ambientes. Inicialmente muchos decían que se alargaba en dos años el tiempo para llegar a enseñar: pero a menudo, la espera de una oposición es superior a dos años, y por otro lado no piensan en aligerar los cursos de *undergraduati* de especializaciones inútiles. Ahora, en la alta burocracia escolar hay quien ve en ello (y en lo de la licenciatura para los profesores de la elemental) un avance del poder universitario. Algunos ambientes académicos temen la idea de que el sistema de créditos pueda inducir a los estudiantes *undergraduati* a seguir enseñanzas que les puedan ser útiles para prepararse para la enseñanza, en lugar de cursos especializados.

Lucía Grugnetti
Francesco Speranza
Universidad de Parma

ENVÍO DE COLABORACIONES

Revista SUMA

ICE Universidad de Zaragoza
Pedro Cerbuna, 12. 50009-ZARAGOZA

Tno.: (976) 76 13 49

Fax: (976) 76 13 45

E-mail: palacian@posta.unizar.es