SUMA 23
noviembre 1996, pp. 7-20

Enseñar a pensar al alumnado del primer ciclo de primaria a través de la matemática

Encarnación Soriano Ayala

ARTÍCULOS

En el texto se hacen reflexiones que permiten considerar las matemáticas como área idónea para enseñar a pensar a los niños en la escuela primaria. Se analiza la necesidad de cambiar las prácticas tradicionales, diseñando actividades centradas en los procesos y no en los productos. Desde este planteamiento se establece el paralelismo que existe entre la formación de los conceptos matemáticos y la del pensamiento reflexivo. Se estudia cómo las matemáticas favorecen la adquisición de las diversas capacidades, para terminar revisando, de forma detallada y con ilustraciones prácticas, los elementos intelectuales que un adecuado planteamiento matemático permite desarrollar.

Caminamos hacia una nueva forma de ver y entender la matemática del primer ciclo de Educación Primaria. El *aprender a aprender* y a aplicar las matemáticas ha de ser una meta que debe conseguir todo el alumnado. Para ello, en las escuelas se deben crear, reinventar o aprovechar situaciones que hagan a los alumnos adquirir una amplia gama de aprendizajes significativos por sí solos. El alumnado ha de saber aplicar los conocimientos adquiridos, las matemáticas que se enseñan y aprenden en la escuela han de servir tanto para estudiar otras materias, como para resolver exigencias y problemas matemáticos que encontrarán los niños fuera de ella.

Hemos apreciado, a través de las observaciones de diferentes clases de Educación Primaria, que en muchísimas aulas de primer ciclo, las matemáticas han cubierto los huecos dejados por la lectoescritura. Se les ha dedicado y dedica poco tiempo, y se han trabajado y trabajan utilizando libro-cuaderno-lápiz, dándole importancia, sobre todo, a la práctica con algoritmos. Por esto consideramos interesante recoger en este texto las *aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90* del simposio celebrado en Valencia en 1987. En él se consideraba necesario *incorporar al aula* los resultados relevantes de las *investigaciones educativas,* mejorar las técnicas docentes y facilitar el aprendizaje del alumnado. Debe existir cierta *coherencia entre la práctica matemática y la práctica escolar,* no se puede seguir con esta dicotomía. Por ejemplo, un rasgo característico de la construcción de las matemáticas son los procesos de descubrimiento e invención; sin embargo, en la mayoría de las escuelas se insiste más en la memorización de hechos, datos y resultados matemáticos. Otro ejemplo bastante significativo es que el trabajo de descubrimiento matemático, aunque tiene un fuerte componente individual, es un trabajo compartido; en la práctica escolar, en cambio, el trabajo en matemáticas se reduce al uso del libro-lápiz-papel, olvidando la discusión de ideas, la comunicación de experiencias y pensamientos aún imprecisos entre el alumnado y entre estos y el profesor.

Pensamos que un error, hasta ahora no aceptado como tal, ha consistido en considerar que la enseñanza de las matemáticas de cualquier nivel, dependía de lo que se exigía en el nivel inmediatamente superior (carácter propedéutico de la enseñanza matemática), llevando al profesorado a perder de vista el significado y la utilidad de los conceptos que transmitían a sus alumnos y de los procedimientos que eran necesarios desarrollar para construir el conocimiento matemático.

Como consecuencia de nuestra investigación en esta área (Soriano, 1986, 1993), creemos que los cambios en el currículum matemático estarán encaminados, en primer lugar, a posibles reestructuraciones que reflejen objetivos más precisos y mejor definidos. En segundo lugar, coincidiendo con Coll (1990), estimamos imprescindible favorecer en el alumnado la adquisición de estrategias cognitivas de *exploración, descubrimiento, planificación y regulación* de la propia actividad. En tercer lugar, consideramos que el niño puede aprender a pensar a través de esta materia. Por último, es necesario valorar por igual los diferentes ámbitos o bloques del conocimiento matemático. Por ejemplo, la geometría, hasta ahora ha sido muy olvidada en la escuela de primaria.

Los procesos y los conceptos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Nuestra observación e intervención activa en situaciones reales de clase con alumnado de primer ciclo de primaria nos hace cambiar la pregunta ¿qué conceptos hay que incluir en los proyectos curriculares?, por la pregunta ¿qué queremos que los alumnos aprendan *en* y *de* las matemáticas?

Teniendo en cuenta las teorías cognitivas sobre el aprendizaje de las matemáticas (Bruner, 1961, 1966; Wittrock, 1979; Holmes, 1985), los profesores han de hacer posible el aprendizaje significativo de sus alumnos. Cuando los niños no procesan significativamente la información, los profesores han de lograr la conexión entre el material previamente aprendido y el nuevo, usando métodos verbales, de imágenes o materiales tridimensionales que destaquen la organización y los detalles específicos del material a estudiar. Cuando los alumnos procesan los contenidos significativamente, diseñarán actividades orales y escritas para asegurar que los niños generan relaciones relevantes en un modo verbal o de imagen. Finalmente, cuando los alumnos, espontáneamente, generan relaciones apropiadas, el profesor debe dirigir su atención a conceptos de nivel superior. Bruner, (1961, 1966) y Wittrock (1979) creen que el aprendizaje es un proceso de descubrimiento, los niños deben descubrir relaciones significativas entre los conocimientos previos y los nuevos, y asumir responsabilidad por la actividad cognitiva. Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente y siguiendo al ICMI (1986), llegamos a la conclusión de que el mejor *currículum matemático* es aquel *basado en procesos.* Al trabajar sobre procesos de razonamiento, las matemáticas imponen unas determinadas características como son: rigor, precisión, razonamiento lógico, equilibrio, concisión, etc. En este sentido, la educación matemática debe consistir primordialmente en *desarrollar en los niños y niñas un pensamiento y una actitud activa y creativa.* Por ello, una matemática anclada en contenidos inmutables se contradice a sí misma.

...cambiar la pregunta ¿qué conceptos hay que incluir en los proyectos curriculares?, por la pregunta ¿qué queremos que los alumnos aprendan en y de las matemáticas?

Si consideramos las matemáticas como un conjunto de procesos, la labor de la escuela, entre otras, consiste en ayudar a los niños a *matematizar,* es decir favorecer en el alumnado los procesos de comparar, clasificar, ordenar, abstraer, simbolizar, generalizar, etc. La tarea estriba en decidir qué procesos pueden ser más útiles para la vida en sociedad de estos niños y qué experiencias de la escuela pueden ayudarles a aprender esos procesos. Pero, éstos sólo se pueden enseñar a través de conceptos, de modo que los alumnos deberán aprender los más adecuados para que las posibilidades de que los procesos sean adquiridos y entendidos sean las más idóneas.

Por muy válido que sea el método que se emplee, los conceptos matemáticos no se aprenden de forma espontánea: un concepto se va adquiriendo en relación con otros y es esa red de conceptos la que tiene estructura sólida. El hecho de haber trabajado con interés un tema durante un determinado tiempo no significa que su conocimiento ya esté adquirido. Gran parte se olvidará o quedará en un almacén de la memoria, y sólo reaparecerá si es tratado en otras ocasiones. Esto es la aplicación a la matemática de las *teorías de los esquemas* (Anderson, 1977; Norman, 1985) que postula que el conocimiento previo, organizado en bloques interrelacionados, es un factor decisivo en la realización de nuevos aprendizajes.

Según C. Coll (1990) la estructura cognoscitiva del alumnado puede concebirse en términos de esquemas de conocimiento. Los diferentes esquemas de conocimiento que acomodan la estructura cognoscitiva pueden mantener entre sí relaciones de extensión y de complejidad diversa. La nueva información matemática aprendida se almacena en la memoria mediante su incorporación y asimilación a uno o más esquemas; los aprendizajes previos quedarían modificados por la construcción de nuevos esquemas. Siendo el objetivo de la educación la modificación de esquemas de conocimiento, revisándolos, enriqueciéndolos, diferenciándolos... mediante una construcción progresiva.

El carácter jerárquico de los contenidos matemáticos obliga a una elección minuciosa que respete los procesos de construcción de las matemáticas. Esto no quiere decir que tenga que seguirse una enseñanza lineal de los conceptos, sino un desarrollo cíclico en espiral, con ampliaciones sucesivas que estaría en concordancia con la psicología de los niños y las niñas (Chamorro, 1991).

La adquisición de técnicas matemáticas requiere *práctica* y un tratamiento continuo y planeado. La *comprensión* se adquiere normalmente como resultado de actividades matemáticas *significativas,* varias y repetidas (ICMI, 1986).

En las aulas, los contenidos y los temas matemáticos no pueden estar encerrados ni aislados, sino que han de ser adecuados a las posibilidades, competencias y capacidades reales de los alumnos y al contexto en el que se desarrolla la vida de estos.

La matemática como método para «enseñar a pensar»

Consideramos la matemática una materia clave en los primeros años de la escolaridad obligatoria. Ayuda al niño a desarrollar su inteligencia, le enseña a pensar, favorece el desarrollo de las capacidades y procesos cognitivos, facilita la comunicación con el profesor y su grupo de iguales, a la vez que le capacita para encontrar y usar estrategias, repercutiendo sus logros en las demás áreas. La matemática posibilita el desarrollo integral del niño como persona inmersa en una sociedad (Soriano, 1993).

(La) enseñanza-aprendizaje de las matemáticas debe dirigirse a impartir conocimiento y a desarrollar las habilidades del pensamiento. (...) es difícil alcanzar uno de ellos hasta un grado significativo sin hacer algún progreso en el otro.

Entre enseñar y aprender, dice Dewey (1933), existe la misma relación que entre vender y comprar. La única manera de aumentar el nivel de aprendizaje del alumnado es incrementar la cantidad y la *cualidad* de la enseñanza real.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas debe dirigirse a impartir conocimiento y a desarrollar las habilidades del pensamiento. Creemos que es difícil alcanzar uno de ellos hasta un grado significativo sin hacer algún progreso en el otro.

Cómo se forman los conceptos matemáticos. Paralelismo con la formación del pensamiento reflexivo

Los conceptos comienzan con experiencias que proceden de la constante interacción del niño con su medio. Todos los organismos están alerta, desean una oportunidad para entrar en actividad, y necesitan algún objeto sobre el cual actuar. Los conceptos *se precisan con el uso,* el pensamiento no es otra cosa que la capacidad para comprender y relacionar entre sí las sugerencias específicas que las cosas plantean y, por último, *se generalizan también con el uso* (Dewey, 1933). Pensar es indagar, investigar, inspeccionar, ensayar... con el fin de encontrar algo nuevo o ver lo ya conocido bajo una perspectiva diferente; por todo lo dicho anteriormente, consideramos que la matemática es una materia ideal para lograrlo en los niños. Las actividades escolares y, de forma especial las que proceden del área de matemáticas, ofrecen grandes posibilidades intelectuales.

Según Dewey (1933), el objetivo y el resultado del pensamiento es en todos los casos la transformación de una situación dudosa y desconcertante en una situación clara y determinada. Coincide con la estrategia de enseñanza que proponemos. Para *trabajar la matemática,* hay que comenzar con el planteamiento de una situación problemática que a través de una cuidadosa investigación pueda ser resuelta.

Vamos a establecer un paralelismo entre las cinco fases del pensamiento reflexivo según Dewey (1933), y las fases que nosotros creemos necesarias para pensar reflexivamente desde las matemáticas. En el plano de la matemática se pueden considerar cinco fases que favorecen el pensar reflexivamente. En la primera, se presenta la situación problemática y se busca una posible solución; en la segunda, hay una intelectualización de la dificultad que se ha experimentado en un problema que hay que resolver, una pregunta a la que se debe buscar una respuesta. La tercera consiste en el uso de una sugerencia tras otra, como hipótesis, para iniciar y guiar la observación; la cuarta fase es la de razonamiento, es la elaboración mental de la idea o suposición (razonar ayuda a ampliar el conocimiento, mientras que al mismo tiempo depende de lo ya conocido y de las facilidades existentes) y, por último, la comprobación de hipótesis. *Creemos que aprender matemáticas es aprender a pensar.*

Todo el proceso de pensar consiste en formar una serie de criterios relacionados entre sí de tal modo que se sostienen mutuamente y conducen a una conclusión, coincidiendo este procedimiento con el que se debe llevar a cabo en matemáticas para adquirir conocimiento de forma significativa. Así, comprender en matemáticas es aprehender un significado. Consiste en contemplarlo en sus relaciones con otras situaciones o materias, determinar que utilidad puede dársele, observar cómo opera...

Los conceptos concreto y abstracto van muy ligados al acto de pensar reflexivamente (Dewey, 1933). En matemáticas hay que ir, para adquirir un buen conocimiento matemático, de lo concreto a lo abstracto y operar en lo abstracto. Pero, es conveniente clarificar semánticamente estos términos y observar el paralelismo de ellos en la formación del pensamiento y en la adquisición del conocimiento matemático.

Dewey (1933) afirma que lo *concreto* denota un significado claramente aprehensible por sí mismo. La diferencia entre lo concreto y lo abstracto está relacionada con el progreso intelectual de un niño; lo que es abstracto en un período del desarrollo es concreto en otro. Lo que determina los límites entre lo concreto y lo abstracto son las exigencias de la vida práctica. Cuando el pensamiento se utiliza como medio para algún fin, bien o valor que lo transciende, es concreto (lo que ocurre cuando se trabaja el área de matemáticas en los primeros niveles de primaria); cuando se emplea simplemente como medio para seguir pensando, es abstracto.

Los conceptos matemáticos han de pasar de lo concreto a lo abstracto, para ello es necesario considerar que el hecho de comenzar con lo concreto significa que en el punto inicial de toda experiencia de aprendizaje matemático, se debería hacer gran parte de lo que ya es familiar. Por ejemplo, no es concreta la enseñanza del número simplemente porque se utilicen piedrecitas, garbanzos, chapas, puntos... Una vez que se ha percibido claramente el uso y el alcance de las relaciones numéricas, la idea de número es concreta aún cuando sólo se usen números. Hay que comenzar a trabajar las matemáticas con manipulaciones prácticas, pero la actividad meramente física y la simple manipulación no aseguran resultados intelectuales. Siempre deben ir encaminadas a resolver un problema, hay que reflexionar sobre lo realizado, discutir con el grupo clase, secuenciar y ordenar las sugerencias para la consideración de una solución a la cuestión planteada (Soriano, 1993). La interacción con el grupo favorece la comunicación. Se ha de utilizar el lenguaje con fines prácticos y sociales, de forma que poco a poco se convierta en una herramienta consciente para vehicular el conocimiento matemático en particular y apoyar el pensamiento (Vygotski, 1978).

...comprender en matemáticas es aprehender un significado. Consiste en contemplarlo en sus relaciones con otras situaciones o materias, determinar qué utilidad puede dársele, observar cómo opera...

Las matemáticas favorecen el desarrollo de la inteligencia y enseñan a pensar a los niños desde los primeros cursos

Nickerson, Perkins y Smith (1987) consideran que los enfoques tradicionales de la educación se han centrado en impartir un conocimiento práctico. Se ha prestado poca atención a la enseñanza de las habilidades del pensamiento tales como el razonamiento, el pensamiento creativo y la solución de problemas. Al enfocarse en las habilidades del pensamiento, no hay por qué negar la importancia de la adquisición de conocimiento. El pensamiento es esencial para la adquisición de conocimiento y el conocimiento es esencial para el pensamiento. Nosotros compartimos esta reflexión y creemos que los niños pueden aprender a pensar a través del currículum matemático. Además lo consideramos la forma idónea para enseñar a pensar a un niño de primer ciclo de Educación Primaria; entendiendo que en matemáticas la mera «información» no se convierte por sí sola en «formación», *el aprendizaje intelectual incluye la reunión, procesamiento, retención o almacenaje y recuperación de la información;* por ello, hay que hacer mucho hincapié en los *procedimientos* y en favorecer *actitudes* positivas hacia esta materia.

La información se va a convertir en conocimiento sólo si se comprende el material que la constituye (Dewey, 1933). La comprensión de las distintas partes de la *información matemática* y sus relaciones recíprocas, se logra cuando la adquisición va acompañada de una constante reflexión sobre el significado de lo que se estudia. Es necesario aprehender las conexiones de lo que es retenido y recordado (recuperado), para poder utilizar el material en situaciones nuevas.

Todo el proceso de enseñanza-aprendizaje tiene como objetivo desarrollar en el alumnado una serie de capacidades que le permitan vivir en sociedad inteligentemente. La matemática contribuye, de forma especial, a desarrollar en el alumnado del primer ciclo de Educación Primaria las capacidades cognitivas, afectivas, psicomotoras, de inserción social y comunicativas (Soriano, 1993).

La matemática favorece el desarrollo de las *capacidades cognitivas* en el alumnado comenzando por las más simples como atender, conocer, comprender... y continuando por otras más complejas como la capacidad de relacionar, de razonar, sintetizar, aplicar, pensamiento creador, pensamiento y sentido crítico.

Aunque se la ha tachado normalmente de materia árida, la matemática contribuye a desarrollar *capacidades de tipo afectivo.* Estas pueden ser, según las circunstancias, positivas y negativas; es labor del profesor que el alumno las logre en sentido positivo: autoestima, valorar, disfrutar (a través de los retos que supone el proceso seguido para alcanzar una solución a un problema), el criticar (los procesos matemáticos, las soluciones... deben ser debatidos por el grupo, deben de participar todos para poder construir el conocimiento matemático a través de la interacción con los iguales), etc.

Las *capacidades de tipo psicomotor* también son desarrolladas por el aprendizaje de las matemáticas. Además, el bloque matemático «Espacio y Geometría» contribuye expresamente a su desarrollo: capacidad de orientarse, organización espacio-temporal, coordinar, manipular, construir...

Si se posibilitan las puestas en común en el aula después de realizar actividades matemáticas y se estudian y debaten los procedimientos seguidos para solucionar un problema, se producen intercambios, etc., se logrará que las matemáticas contribuyan a desarrollar las *capacidades de inserción social.* El compartir un problema al que hay que buscar la solución en el pequeño grupo, el discutir con el grupo clase los procesos y resultados, etcétera, favorece capacidades como las de saber participar, colaborar, compartir, contribuir, respetar... que tan necesarias son para integrarse en la sociedad.

La matemática contribuye de forma especial a desarrollar en el alumnado del primer ciclo de Educación Primaria las capacidades cognitivas, afectivas, psicomotoras, de inserción social y comunicativas

Por último, es preciso comentar el poder que tiene esta área para conseguir, a través del trabajo diario, las *capacidades comunicativas* del alumnado; la expresión oral, la expresión gráfica, la escrita, la simbólica, dialogar, escuchar... No se debe olvidar que la matemática es un lenguaje universal, es decir, lenguaje matemático.

Aspectos intelectuales favorecidos por el área de matemáticas

Desde la perspectiva cognitiva y desde el procesamiento de la información hay una serie de capacidades humanas que su manifestación en una persona nos informa de una conducta más o menos inteligente, y pensamos que son favorecidas por una matemática trabajada adecuadamente. En concreto, existen una serie de elementos importantes cuyo desarrollo y cultivo contribuye a enseñar a una persona a pensar, y creemos que se pueden abordar en toda su amplitud desde el área de matemáticas. Entre ellos, por su importancia, contemplamos los siguientes:

La memoria

Es una de las capacidades cognitivas básicas junto con la atención y el razonamiento. Tradicionalmente ha sido considerada como índice importante de la inteligencia.

Todas las informaciones que llegan al alumno son seleccionadas por él y pueden permanecer en la memoria más o menos tiempo. El período de tiempo depende de la relación que se establezca entre la información nueva y la previamente adquirida. Según Beltrán (1987), Gagné (1987), Novak y Gowin (1988), Heimlich y Pittelman, (1990), Coll (1990) y Hernández Pina (1993), entre otros, la información que le llega al alumno sigue un esquema común. El alumno la selecciona y pasa a su memoria de trabajo, en la que puede permanecer un pequeño período de tiempo y a partir de aquí seguir dos caminos:

- Uno es *desestimarla,* debido a diversos motivos: no encontrar esquemas de conocimiento previos con los que relacionarlos, la existencia de una distancia bastante grande entre el nuevo conocimiento y las ideas previas, que no sea de interés, no le encuentre utilidad, etc. Si esta información no tiene ningún sentido para el niño, la utiliza tal como le llega, sin elaborarla, con el fin de salir de una situación próxima o comprometida para la cual la necesita, como puede ser, aprobar un examen o satisfacer las expectativas que el profesor o la profesora han depositado, en ese momento, en él. Cuando pasa este corto período de tiempo la información que se ha acumulado por repetición, generalmente, se pierde. Se adquieren los conceptos de forma mecánica, y al no encontrar la nueva información relaciones con otras anteriores, no es reelaborada por el alumno, no se almacena y, por lo tanto, no puede recuperarse para adquirir nuevos significados, ni para aplicarla a una nueva situación.

- El otro camino es *encontrar sentido* a la nueva información y, para ello, se buscan relaciones con las experiencias previas que posee. La nueva información siempre produce un desequilibrio conceptual, que se ha de paliar para volver al estado normal de equilibrio. El alumno, intencionadamente, busca y encuentra relaciones con sus conocimientos anteriores, los reelabora y aparecen nuevos esquemas de conocimiento más complejos, para lo cual utiliza estrategias de aprendizaje, ya adquiridas o que puede aprender , recuperándolas en una situación adecuada.

Los niños y niñas una vez reelaboradas las informaciones las almacenan en su memoria a largo plazo, y son recuperadas y utilizadas en nuevas situaciones de aprendizaje o cuando son requeridas para solucionar cualquier situación. De esta manera, los alumnos y alumnas, lo único que siempre tienen son esquemas previos de conocimiento cada vez más complejos, pero son previos porque siempre tienen oportunidad de aprender más sobre un tema en concreto. Nunca se consigue el total aprendizaje o toda la información.

Los aprendizajes se basan en reelaboraciones de esquemas previos de conocimientos, que cada vez son más complicados y con una red más rica de relaciones que se recuperan y usan para solucionar nuevas situaciones o realizar un nuevo aprendizaje. La memoria se ejercita y aumenta porque se comprende, si las informaciones no se comprenden rápidamente se desestiman.

Pensamos que la enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos ejercita la capacidad de memoria por muchas razones. Matemáticas es un área que posee una estructura interna rica, lógica y significativa, no se puede trabajar en matemáticas sin reestructurar esquemas previos. Los nuevos conocimientos se basan en los anteriores, se trabaja con ellos, se encuentran relaciones lógicas utilizando para ello estrategias de aprendizaje. Es una materia en la que sus elementos internos se rigen por un orden, así que un buen aprendizaje de matemáticas jamás se logra por repetición, ni mecánicamente, ya que los nuevos conocimientos se basan en los anteriores. Los conocimientos nuevos van a formar parte de la red de conocimientos que el niño poseía en su memoria, construida a partir de su experiencia. A la vez en matemáticas se avanza en espiral, es decir, los contenidos se vuelven a tomar desde diferentes perspectivas y con un índice creciente de dificultad.

La matemática desarrolla la memoria, porque busca estrategias que permitan interconexionar los contenidos nuevos con los ya obtenidos, porque es rica en relaciones y porque para memorizar hay que aprehender significados de las cosas de forma comprensiva.

Realmente comprender matemáticas es aprehender un significado e interrelacionarlo. Las matemáticas favorecen la formación de redes de conexiones para su comprensión, todo lo que se comprende se reelabora y aprende, formando parte de la persona y almacenándose en su memoria. Por ello, decimos que la matemática desarrolla la memoria, porque busca estrategias que permiten interconexionar los contenidos nuevos con los ya obtenidos, porque es rica en relaciones y porque para memorizar hay que aprehender significados de las cosas de forma comprensiva. A la vez, estamos convencidos que las relaciones ejercitadas desde el área de matemáticas se pueden extrapolar a otras áreas para favorecer los aprendizajes.

Desde los primeros años de la escolaridad el niño desarrolla su capacidad de memoria y las actividades matemáticas, bien de tipo manipulativo, verbal o a nivel simbólico le ayudan a conseguirlo.

Capacidad de formación de imágenes mentales

La formación de imágenes proporciona una forma especial de almacenamiento de la información que es diferente del significado verbal. Las imágenes representan la información, y los objetos imaginados pueden ser manipulados mentalmente en la misma forma que sus correspondientes objetos mentales (Kosslyn, 1986).

Según Gordon Bower (1972) las imágenes mentales parecen mejorar la memoria de dos formas. Primeramente, se puede almacenar no solamente la palabra, sino también la cosa a la que se refiere. El recuerdo de 1a memoria verbal y de las imágenes mentales son distintos, y esta diferencia puede ser utilizada para asegurar el recuerdo de alguno. En segundo lugar, las imágenes pueden combinarse en escenas y ser recordadas por ellas mismas, dando lugar a otra vía para mejorar la memoria. Cuando memorizamos escenas, no sólo almacenamos ideas y objetos sino también las relaciones que se establecen entre ellos.

El segundo uso de las imágenes mentales investigado por los científicos, entre ellos

Richardson (1969), implica la utilización de las imágenes mentales como sustituto de la práctica real en la realización de alguna actividad. Las imágenes pueden actuar como sustitutos de objetos reales.

No tenemos conocimiento de investigaciones sobre la formación de imágenes mentales en niños pequeños. Nuestra intervención y observación de las aulas nos informa que los niños pequeños forman imágenes mentales y trabajan con ellas. La imaginación creadora es el modo natural de funcionar de la mente infantil cuyos contenidos se perciben fundamentalmente mediante imágenes o pensamiento visual.

El proceso matemático fomenta la formación de imágenes mentales. Comienza el conocimiento matemático a través de manipulación de un material concreto y situaciones de la vida cotidiana, sobre los que se actúa y reflexiona, pero paulatinamente este material se retira y el niño tiene que trabajar manipulando imágenes mentales que, una vez hechas familiares y asimiladas por el alumnado, son tan concretas como el material sobre el que se ha actuado.

Comienza el conocimiento matemático a través de manipulación de un material... (que paulatinamente) ... se retira y el niño tiene que trabajar manipulando imágenes mentales.

El pensamiento divergente

Muchos autores (Bartlett, 1958; Bruner, 1962; Guilford, 1983; De Bono, 1968) han distinguido dos tipos de pensamiento, uno que caracterizan como analítico, deductivo, riguroso, formal, crítico y *convergente,* y el otro como sintético, inductivo, expansivo, libre, informal, creativo y *divergente.* Hemos de tener en cuenta estos dos tipos de pensamiento.

Para Guiford (1983) el pensamiento divergente, viene a significar mirar desde distintas perspectivas, buscar siempre más de una respuesta, desarticular esquemas rígidos, no apoyarse en suposiciones únicas y previas, ensayar, establecer nuevas asociaciones, tantear para producir algo nuevo a fin de comprender mejor y sentirse autor y ligado a una obra común.

Para muchos, según Orton (1990), las matemáticas son una materia en la que se valoran más las destrezas del pensamiento convergente. De hecho, es posible que no haya prueba de que se necesiten en modo alguno las destrezas del pensamiento divergente. Estas personas piensan que en otras áreas es muy fácil producir preguntas que sean divergentes, es decir, que proporcionen la oportunidad para que surjan muchas variedades de respuestas aceptables. Cabría preguntarse, sin embargo, si ¿es la típica instrucción escolar en matemáticas la que genera los pensadores convergentes que hallamos, por ejemplo, al finalizar la educación primaria? o, por el contrario, ¿los niños se encuentran predispuestos hacia la convergencia y nuestro currículum en matemáticas influye poco para contrarrestar tal tendencia?

La matemática favorece la aparición de productos creativos.

Pensamos que hasta ahora las matemáticas escolares han favorecido el desarrollo del pensamiento convergente. La matemática escolar se ha concebido como una materia perfectamente acabada, en la que todo poseía una solución, y cuando se han planteado situaciones con más de una, aparecían problemas de tipo didáctico. Los procesos que hay que seguir para encontrar la solución de un problema pueden ser varios, y muy diferentes. En la instrucción matemática recibida generalmente por los actuales profesores, estos se vieron obligados a realizar el camino efectuado por su profesor al resolver cualquier situación, pues en caso contrario, lo tenían mal. Hoy debemos evitar, para nuestros alumnos, este modelo de instrucción.

Apreciamos que la matemática favorece la aparición de productos creativos, porque puede fomentar tanto el pensamiento convergente como el divergente y de hecho uno de los objetivos de las matemáticas es desarrollar los dos. Ejemplos de actividades realizadas con alumnos y alumnas de primer ciclo de primaria y que reflejan el uso de los dos, son las siguientes:

Pensamiento convergente

a) *2 - 4 - 6 - 8 - ...*

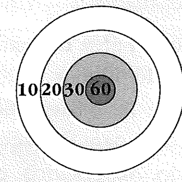
¿Qué número viene a continuación?

b) *3 - 20 - 35 - 8*

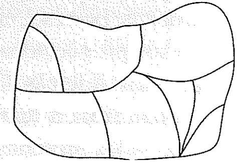
Ordena estos números de menor a mayor.

Pensamiento divergente

a) *Lanza el dardo tres veces de forma que sume 70.*



b) *Colorea las regiones utilizando cuatro colores de forma que no coincidan dos regiones juntas del mismo color.*



Estos ejemplos de enseñanza matemática, unidos a un nuevo estilo de organización del aula y de interacción con el alumnado, se contraponen a un aprendizaje consistente casi con exclusividad en asimilación de informaciones. Un nuevo desarrollo educativo exige una actividad de exploración y descubrimiento del alumnado, para la que constituye un elemento esencial la creatividad, ese modo de proceder sin cánones, ni fórmulas rígidas preestablecidas.

Hemos dicho anteriormente que las actividades matemáticas propuestas mejoran el pensamiento divergente. Si mejora este pensamiento y este lleva asociado actitudes críticas y transformadoras, también colabora en fomentar estas actitudes. Los niños que siguen actividades creativas en su quehacer escolar de forma integrada mejoran su rendimiento escolar, sus experiencias intelectuales y hasta sus relaciones afectivas. Vemos pues, la importancia de la matemática como materia del currículum.

Al analizar los principios en los que según J. A. Smith (1966, 1974) deben fundamentarse y orientarse la enseñanza creativa, encontramos un paralelismo total con los principios en los que deben fundamentarse la enseñanza de las matemáticas.

- La creatividad se desarrolla centrándose en aquellos procesos de la mente que caen bajo el área general de *pensamiento divergente.*
- En la enseñanza creativa se utilizan situaciones con final abierto.
- La enseñanza creativa significa que los alumnos son animados a generar y desarrollar sus propias ideas, a pensar por sí mismos, lo que se logra favoreciendo los procedimientos matemáticos y desarrollando actitudes de autoestima.
- En la enseñanza creativa el proceso es tanto o más importante que el producto logrado.
- En la enseñanza creativa se provee para aprender muchos conocimientos y habilidades pero se hacen previsiones también para aplicar estos conocimientos/habilidades en nuevas situaciones de solución de problemas.
- En la enseñanza creativa se manipulan y exploran las ideas y los objetos.

Nuestro planteamiento del área de matemáticas en el primer ciclo de primaria lo hemos alimentado con estos principios; por lo tanto, las matemáticas se manifiestan como un terreno abonado para fomentar la creatividad en el niño. En el trabajo matemático consideramos más importante el proceso seguido que la solución final. Se invita a los niños y niñas a presentar sus respuestas, a discutirlas con el grupo, a respetar las contestaciones de los demás, aunque sean erróneas; por eso, en los debates, el niño genera y desarrolla sus propias ideas confrontándolas con las de sus compañeros. Además, los niños adquieren más seguridad y confianza para resolver los problemas y las dificultades que se les presentan.

(Niños de edades tempranas) pueden razonar correctamente si se tiene cuidado en asegurarse de que se acuerdan de la información que se les proporciona, de que no se les induce a error a través de preguntas confusas y de que se les presenta problemas sobre objetos familiares en relaciones también familiares.

El razonamiento

El término razonamiento se ha utilizado en los contextos más heterogéneos. Al hablar de razonamiento expresamos dos tipos de razonamiento: *deductivo e inductivo.* El *razonamiento deductivo* incluye una inferencia lógica. El razonamiento deductivo consiste en extraer una conclusión de las premisas existentes (Nickerson, Perkins y Smith, 1987). Una deducción es un proceso sistemático de pensamiento que conduce de un grupo de proposiciones a otro, y que se supone que está basado en los principios de la lógica (Johnson-Laird, 1986).

El dominio total del razonamiento deductivo depende, en la obra de Piaget, del dominio de las operaciones formales. Niños de edades bastante más tempranas que las exigidas por la teoría pueden razonar correctamente si se tiene cuidado en asegurarse de que se acuerdan de la información que se les proporciona (Bryant y Trabasso, 1971), de que no se les induce a error a través de preguntas confusas (Donaldson, 1978) y de que se les presenta problemas sobre objetos familiares en relaciones también familiares.

Veamos a continuación un problema, de los muchos planteados y resueltos por los niños de primer ciclo (segundo curso) de Educación Primaria. Creemos que es un claro ejemplo de razonamiento deductivo.

Problema: Alicia, Rocio, Antonio y Pepe han realizado una carrera.

Se sabe: Que Alicia ha llegado la última. Antonio ha llegado antes que Rocio y después que Pepe.

Completa la tabla indicando el orden de llegada de cada uno de los niños.

1.°	2.°	3.°	4.°

Apreciamos que el área de matemáticas ayuda a utilizar y a desarrollar el razonamiento deductivo desde edades tempranas. Aunque la respuesta para las personas adultas es obvia, los procesos por los que se llega a ella son sorprendentemente complejos. En primer lugar, es necesario entender el problema y captar las condiciones iniciales y el objetivo. En segundo lugar, es necesario diseñar un plan. En tercer lugar, es preciso efectuar el plan sin cometer error. En cuarto lugar, hay que comprobar la respuesta y considerar tal vez si hay alguna otra forma de proceder. Las inferencias deductivas en la vida cotidiana raras veces necesitan una estrategia complicada.

La matemática no sólo influye en el desarrollo del razonamiento deductivo, sino que también influye positiva y dimensionalmente en el razonamiento inductivo.

La *inducción* es una capacidad cognitiva general. Se define como el desarrollo de reglas, ideas o conceptos generales a partir de grupos específicos de ejemplos (Pellegrino, 1986; Nickerson, Perkins y Smith, 1987). Siempre que a partir de diferentes observaciones del mundo en el que vivimos, se hace una generalización, hemos hecho una inducción. Por lo tanto, gran parte del aprendizaje es inducción.

Todas las tareas de razonamiento inductivo (Pellegrino, 1986) tienen la misma propiedad básica. Se presenta un grupo de estímulos al niño, y su tarea consiste en inferir el modelo o regla, de forma que pueda generar o seleccionar una continuación apropiada del modelo. Este procedimiento general de pruebas se observa en una amplia gama de tareas diferentes: clasificaciones, series, etc.

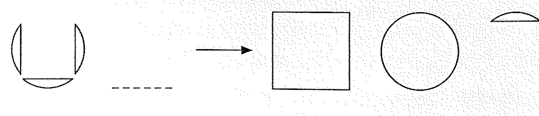
Los problemas, según Pellegrino (1986), que además de medir, desarrollan la capacidad de razonamiento inductivo y que desde los primeros momentos de la escolaridad obligatoria, nosotros pensamos, deben aparecer en los programas de matemáticas son los siguientes:

A) Clasificaciones.- Consiste en descubrir la relación entre los términos iniciales y a continuación seleccionar la alternativa coherente con la regla inferida.

Consideremos el siguiente ejemplo trabajado con el alumnado de primer ciclo de Educación Primaria.

La matemática no sólo influye en el desarrollo del razonamiento deductivo, sino que también influye positiva y dimensionalmente en el razonamiento inductivo.

De las figuras que hay a tu derecha, elige la que debes poner en los puntos suspensivos.



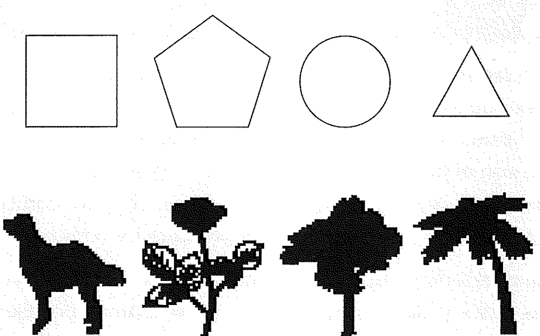
En los problemas de clasificación, el proceso de inferencia busca una relación común entre 3 o 4 términos, como puede ser: perro, vaca, caballo, gato. La relación consiste normalmente en una categoría de nivel superior que abarca a todos los términos o alguna propiedad común.

Por ejemplo:

Fíjate en la siguiente tabla.

a) En el ejemplo de las figuras colorea la que es diferente.

b) En el segundo ejemplo, señala lo que creas que es diferente.



Normalmente el niño que llega al primer ciclo de Educación Primaria está acostumbrado, informalmente, a realizar clasificaciones sencillas. Separar semillas mezcladas, colocando en diferentes tarros las semillas iguales; hacer collares con bolas sólo redondas, otros con cuadrados; con los juegos de colores, guardar cada objeto en su estuche atendiendo al color. Además de hacer estas clasificaciones pasa a realizar otras más estructuradas, por ejemplo utilizando los bloques lógicos de Dienes, clasificando de acuerdo a los criterios: forma, color, tamaño y grosor. Pudiendo clasificar (ya en el primer ciclo de primaria) atendiendo a un criterio, a dos a la vez, a tres criterios a la vez e incluso a cuatro. Así mismo, también pueden inferir la propiedad característica después de observar una clasificación.

B) Series.- Consiste en descubrir la estructura periódica y relacional existente en cadenas de números, letras y figuras, secuencias de notas musicales y modelos coloreados, procesos y secuenciación en las series incompletas.

Con series incompletas de números, ritmos, figuras, etc., se trabaja desde la llegada del niño a la escuela. Cuando empieza a familiarizarse con el número comienza a hacer diversidad de series numéricas. Series ascendentes y descendentes, con operaciones de suma, resta y multiplicación.

Por ejemplo:

Continúa las siguientes series escribiendo cinco números más en cada una de ellas:

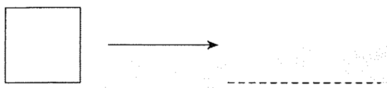
a) *4 - 6 - 8 - ...*

b) *20- 19 - 18 - ...*

c) *3 - 7 - 12 - 18 ...*

Podemos realizar series con figuras en las que se aprecie una estructura periódica clara. También podemos permitir al niño que cree su serie. Por ejemplo, continúa la siguiente serie:

d)

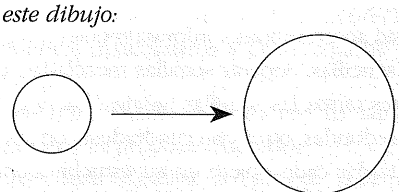


En la puesta en común se observará y estudiará cuál es la solución a la serie de cada uno de los niños, se debatirá y se verá que todas son series aunque sigan ritmos distintos.

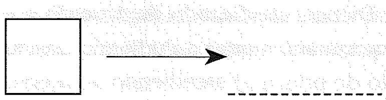
C) Las analogías.- Requieren que los niños elijan la alternativa que esté relacionada con el tercer término del tema, en la misma forma en que el segundo término está relacionado con el primero. Según Pellegrino (1986) las analogías se presentan en un formato de elección forzosa como una introducción de tres términos representados como A:B::C:D.

En el aula de primer ciclo de primaria no se utiliza tanto como las series y clasificaciones, pero, sí las usamos por ejemplo para discriminar formas, tamaños, el número de objetos, etc.

Por ejemplo:
Fíjate en este dibujo:



completa el segundo, estableciendo la misma relación que en el primero.



La capacidad matemática

Una de las capacidades humanas que, sin lugar a dudas, desde el primer momento en que el niño se pone en contacto con las matemáticas, ya sea de manera formal o informal, favorece esta materia, es la capacidad matemática.

Ahora bien, ¿a qué llamamos capacidad matemática? Compartimos la definición de Mayer (1986) que determina la *capacidad matemática* como todo el conjunto de operaciones cognitivas, habilidades y conocimientos que son componentes de las tareas matemáticas.

Algunos alumnos revelan claramente más aptitud que otros por las matemáticas, de modo que la cuestión de la capacidad matemática es esencial para una consideración de las diferencias individuales. Lo importante es determinar si se puede desarrollar esta capacidad y nosotros estimamos que puede ser desarrollada con una adecuada metodología matemática.

Algunos alumnos revelan claramente más aptitud que otros por las matemáticas, de modo que la cuestión de la capacidad matemática es esencial para una consideración de las diferencias individuales.

Krutetskii (1976) elaboró un extenso estudio sobre la capacidad matemática de los alumnos, basado esencialmente en la observación y las conversaciones mantenidas con estos. Define la capacidad matemática como las características psicológicas individuales, que responden a las exigencias de la actividad matemática escolar y que influye en el éxito del dominio creativo de las matemáticas como materia escolar, sobre todo en un dominio relativamente rápido y profundo del conocimiento, las destrezas y los hábitos en matemáticas.

Krutetskii (citado por Orton, 1990) concibió así algunos componentes de la capacidad matemática:

1. Capacidad para extraer la estructura formal del contenido de un problema matemático y para operar con ella.
2. Capacidad para generalizar a partir de resultados matemáticos.
3. Capacidad para operar con símbolos, incluyendo los números.
4. Capacidad para conceptos espaciales, exigidos en ciertas ramas de las matemáticas.
5. Capacidad de razonamiento lógico.
6. Buena memoria para el conocimiento y las ideas matemáticas.

Krutetskii (citado por Orton) también señaló que hay diferentes tipos de capacidad matemática. Algunos alumnos poseen una mente «analítica» y prefieren pensar en términos verbales y lógicos. Otros tienen una mente «geométrica» y gustan de un enfoque visual o gráfico. Y existen otros alumnos que poseen una mente «armónica» y que son capaces de combinar características de la mente analítica y de la geométrica, aunque muy probablemente revelarán una cierta inclinación por el enfoque analítico o por el geométrico.

La capacidad matemática puede adoptar muchas formas, derivada cada una de ellas, de una diferente mezcla de otras aptitudes. Entre estas figuran la habilidad numérica, la espacial, el razonamiento verbal y no verbal, las destrezas del pensamiento convergente y del divergente, etc.

Creemos que no se necesitan grandes pruebas para demostrar que una habilidosa y adecuada organización de la matemática fomenta esta capacidad en el niño, desde el primer momento que se pone en contacto con la institución escolar. Aunque la escuela no posee la exclusiva, ya que la matemática de tipo informal, que este aprende, favorece también el desarrollo de esta capacidad.

La capacidad espacial

Es otra de las capacidades humanas que puede ser desarrollada por la matemática. Aunque, por supuesto, la capacidad espacial no está ligada únicamente a las matemáticas.

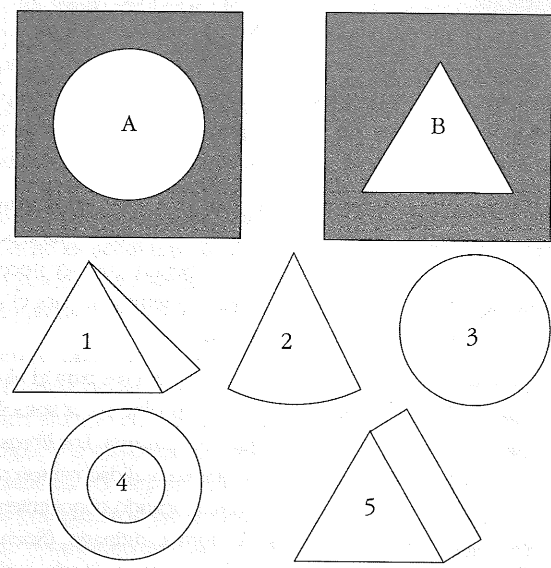
Los estudios realizados por Smith (1964) nos informan sobre la capacidad espacial, considerándola un componente de la destreza matemática. Bruner (1973) apuntaba que la enseñanza podía desarrollar la capacidad espacial, y ello lo expresaba diciendo, «no creo que hayamos comenzado a rozar la superficie del adiestramiento en visualización». Bishop (1973) estudió el valor que tenían los materiales manipulativos en la enseñanza, hallando diferencia de rendimiento en los test de capacidad espacial entre el alumnado que utilizaba en el aula material manipulativo y el que no lo utilizaba. Polya (1957) proponía, como una de las etapas del proceso de resolución de problemas, realizar un dibujo que ayude al alumno, a través de una representación en el espacio, a encontrar la solución.

El aprendizaje de las matemáticas estamos convencidos que favorece la capacidad espacial, ya que relaciona al alumno con imágenes, dibujos, gráficos y representaciones visuales muy diversas. Un problema específico matemático, utilizado en el aula, es la *representación bidimensional de objetos tridimensionales,* otro es la construcción de un objeto espacial a partir de un desarrollo en el plano (*recortables*). Son actividades de tipo espacial que, a la vez, tratan de fomentar el desarrollo de esta capacidad, las nociones topológicas fundamentales: delante-detrás, arriba-abajo…, y otras más complejas para el niño como izquierda-derecha, siempre en relación con su cuerpo y considerando que son conceptos relativos, dependiendo de la posición. Son importantes también las actividades realizadas con material de construcción, encajables, juegos, etc.

El aprendizaje de las matemáticas estamos convencidos que favorece la capacidad espacial, ya que relaciona al alumno con imágenes, dibujos, gráficos y representaciones visuales muy diversas.

Ejemplo 1

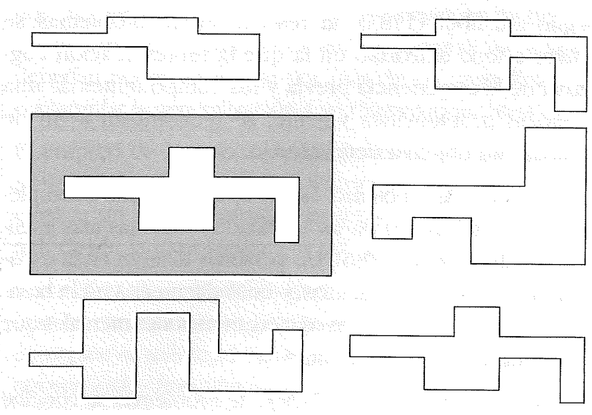
Observa los trozos A, B y los 5 objetos dibujados.



¿Cuáles son los objetos dibujados (1,2,3,4,5) que podrían pasar a través de A? ¿Cuáles de esos objetos pueden pasar a través de B?

Ejemplo 2

Observa el hueco dejado en un tablero después de extraer una figura. Entre las figuras que rodean al tablero, identifica la que encaje y coloréala.



Los ejemplos anteriores son ejercicios espaciales realizados en el papel, después de haber trabajado previamente con materiales concretos manipulables. El último ha sido realizado en el taller de matemáticas de segundo nivel.

La capacidad espacial también la intentamos desarrollar en el primer ciclo de primaria, por medio de otra actividad realizada en la clase de matemáticas. Consiste en localizar las casas de los amigos, tiendas, etc., sobre planos sencillos y familiares para los alumnos. Por supuesto, esto llegan a hacerlo después de haber trabajado elaborando sobre el terreno pequeños itinerarios, una vez que han imaginado su calle, las plazas, etc., de su ambiente familiar.

Resolución de problemas

La resolución de problemas es una capacidad ligada íntimamente a la aptitud intelectual. No hay teóricos cognitivos o matemáticos que hablen de resolución de problemas y no la consideren una capacidad compleja del individuo que proporciona un índice de lo inteligente que puede ser éste, según tenga más facilidad o estrategias para solucionarlos.

Hablaremos de problemas en general y no sólo de los aritméticos. De hecho, en matemáticas los problemas planteados desde el principio a los alumnos no tienen que ser necesariamente aritméticos. Hay infinidad de ejemplos, para el primer ciclo de primaria, que no lo son.

Un problema matemático es una tarea de interés para el alumno, que le lleva a implicarse de lleno en obtener la solución. Cualquier tarea no es un problema por sí misma. Los libros de texto presentan muchos ejercicios, que en realidad no son problemas pues la mayoría se resuelven aplicando conocimientos o procedimientos aprendidos de forma rutinaria (Soriano, 1993). A la derecha podemos ver algunos ejemplos de problemas planteados en el primer ciclo de Educación Primaria.

Para Chi y Glaser (1986), un problema es una situación en la que se intenta alcanzar un objetivo y es necesario encontrar un medio para alcanzarlo. Todos los problemas poseen aspectos comunes, todos tienen un *estado inicial* y tienden a lograr algún *objetivo*. Para resolverlo es preciso realizar algunas operaciones sobre el estado inicial para poder lograr el objetivo.

Según Ausubel (1983), la resolución de problemas se refiere a toda actividad en la que la representación cognitiva de la experiencia previa y los componentes de una situación problemática vigente, se reorganizan a fin de alcanzar un objetivo determinado.

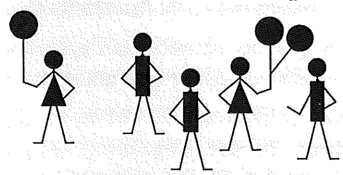
La resolución de problemas es una aptitud cognitiva compleja que caracteriza una de las actividades humanas más inteligentes (Chi y Glaser, 1986). Las personas difieren en la capacidad para resolver problemas, y estas diferencias están basadas en los procesos cognitivos y organizaciones mentales que las personas tienen en común.

Según Orton (1990) la resolución de problemas se concibe ahora normalmente como generadora de un proceso a través del cual, quien aprende, combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva.

No hay teóricos cognitivos o matemáticos que hablen de resolución de problemas y no la consideren una capacidad compleja del individuo que proporciona un índice de lo inteligente que puede ser éste.

Ejemplo 3

Tenemos cinco amigos, Antonio, Alicia, Rocío, Pepe y Pablo. Se sabe que:
Rocio tiene más globos que Alicia
Pablo es el último
Alicia está delante de Pepe

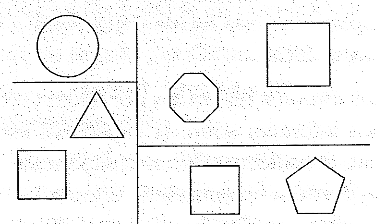


Observa el dibujo en el que aparecen y completa la tabla indicando en cada casilla el nombre del niño al que corresponde.

1.°	2.°	3.°	4.°	5.°

Ejemplo 4

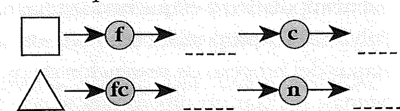
Observa las siguientes figuras geométricas. Colorea las situadas debajo y a la izquierda.



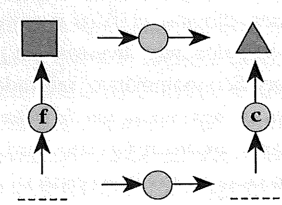
Ejemplo 5

Transforma las figuras con las máquinas que cambian la forma, el color, forma y color o nada. Sabiendo que (f) transforma la forma, (c) el color, (fc) forma y color y (n) nada.

a) Colorea del color que quieras las primeras figuras y sigue las instrucciones de las máquinas.



b) Colorea el cuadrado del color que quieras. Identifica las máquinas que actúan en cada ocasión y completa las figuras que faltan.



Las tendencias actuales en la enseñanza de la resolución de problemas y su aplicación a las matemáticas son: la enseñaza de estrategias de tipo general que puedan ser aplicadas a multitud de problemas; la enseñanza de técnicas heurísticas y la enseñanza estratégica.

Respecto a la enseñanza de estrategias de tipo general, tenemos las cuatro fases de Polya (1957). Éste propone un modelo prescriptivo de solución de problemas dividido en cuatro fases. El que se expone a continuación es una adaptación.

1. *Comprender el problema*

1.1 Cerciorarse de que conoce la incógnita, los datos y las condiciones que relacionan a esos datos.

1.2 Cerciorarse de que conoce la índole del estado final, del estado inicial y de las operaciones.

1.3 Trazar un gráfico (una representación visual de un problema puede evidenciar la existencia de determinadas relaciones entre las diferentes partes).

2. *Idear un plan*

Consiste en traer a la mente otros problemas afines que uno sabe ya resolver.

2.1 Recordar un problema conocido análogo al que tienen delante.

2.2 Pensar en un problema conocido que tenga el mismo tipo de incógnita y que sea más sencillo.

2.3 Si no puede resolverse, intentar transformarlo en otro del que la solución se conozca.

2.4. Simplificar el problema fijándose en casos especiales.

2.5. Sustituir la variable entera por valores específicos.

2.6 Descomponer el problema en partes.

3. *Ejecutar un plan*

Es un estadio deductivo. Se ha de verificar cada paso.

4. *Verificar los resultados*

4.1 Tratar de resolver el problema de un modo diferente.

4.2 Verificar la solución.

Hay métodos, principios y reglas prácticas que funcionan bien en muchos casos. Esos enfoques, que no ofrecen garantías de dar resultado, pero que lo dan con frecuencia se denominan heurísticos. Un *heurístico* constituye sólo un procedimiento que ofrece una probabilidad razonable de solución (Nickerson, 1987). *La enseñanza de tipo heurístico está orientada a desarrollar estrategias específicas para problemas concretos.* Schoenfeld (1979) considera cinco estrategias: a) dibuja un diagrama o representación del problemas; b) considera el parámetro integrador del problema y busca un argumento de tipo inductivo; c) considera un contraargumento; d) piensa en un problema similar pero con menos variables y e) trata de establecer subobjetivos.

El empleo de la resolución de problemas como un componente fundamental del currículum de matemáticas implica un cambio radical del enfoque docente tradicional, desde la exposición a la práctica de destrezas.

Un heurístico importante es el *análisis de los medios y los fines*. Consiste en averiguar las diferencias existentes entre el estado real y el estado final, y a continuación encontrar las operaciones que las reducirán. Estas estrategias nosotros no las hemos apreciado en los niños entre 6 y 8 años.

La *enseñanza estratégica,* o desarrollo de procesos de pensamiento en matemáticas, considera que la solución de problemas no es solamente una habilidad algorítmica, es más bien un proceso consistente en aplicar los conceptos y habilidades adquiridas a situaciones nuevas (Tsuruda y Lash, 1985).

Hemos observado que los niños de 6 a 8 años, poseen la estrategia de representar el problema que quieren resolver. Cada alumno ensaya un camino, que le parece el acertado y único, y a través de las puestas en común, comprenden la posibilidad de seguir otros, aceptando el proceso seguido por sus compañeros. No tienen aún la capacidad de volver atrás uno o varios niveles, aunque sí una capacidad bastante desarrollada y compleja, que les permite enfrentarse a situaciones más complicadas que las que esperaríamos que resolvieran. Puede resultar de utilidad generar un grupo de posibles soluciones, a partir de un problema determinado, y luego comprobar cada una de ellas para ver si es la solución correcta.

Las investigaciones sobre la instrucción estratégica coinciden en que los problemas, antes de ser propuestos a los niños, han de estar formulados claramente para poder ser entendidos; no deben incluir conceptos matemáticos nuevos; ser intrínsecamente motivadores e intelectualmente estimulantes; deberían poder resolverse por más de un procedimiento y contemplar la generalización a una variedad de situaciones.

El empleo de la resolución de problemas como un componente fundamental del currículum de matemáticas implica un cambio radical del enfoque docente tradicional, desde la exposición a la práctica de destrezas.

Con el área de matemáticas pretendemos enseñar a generar y usar los conceptos junto con los contenidos y habilidades. Los conceptos se trabajan a través de habilidades y estrategias de razonamiento. Aprender matemáticas no es sólo adquirir conceptos sino, además, aprender a pensar (Kaplan, 1989). Para ello hay que partir de los conocimientos previos del alumno y favorecer la construcción del conocimiento, reestructurando los conocimientos según las exigencias curriculares y considerando todo el aprendizaje matemático informal exterior al contexto escolar.

Bibliografía

ANDERSON, R. C. (1977): «The notion of schemata and the educational enterprise: general discussion of the conference», en R .C. ANDERSON y otros (comps), *Schooling and the acquisition of knowledge,* L. Erlbaum, Hillsdale, N. J.

AUSUBEL, D. y E. V. SULLIVAN (1983*a*): *El desarrollo infantil: Teorías. Los comienzos del desarrollo,* Paidós, Barcelona.

AUSUBEL, D. y E. V. SULLIVAN (1983*b*). *El desarrollo infantil: aspectos lingüísticos cognitivos y físicos,* Paidós, Barcelona.

BELTRÁN, J. y otros (1987): *Psicología de la Educación,* EUDEMA, Madrid.

BISHOP, A. J. (1973): «The use of structural apparatus and spatial ability- a possible relationship», *Research in Education,* 9, 43-49.

BOWER, G. H. (1972): «Mental imagery and associative learning», en L. GREGG (Ed.), *Cognition in learning and memory,* Wiley, New York.

BRUNER, J. S. (1961): *The Process of Education,* University Press, Harvard.

BRUNER, J. S. (1966): *Toward a theory of instruction,* University Press, Harvard. (Tr. 1972)

BRUNER, J. S. (1973): *Beyond the information given,* Allen & Unwin, Londres.

BRYANT, P. E y T. R. TRABASSO (1971): «Transitive inferences and memory in young children», *Nature,* 232, 456-458.

COLL, C. (1990): *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento,* Paidós Educador, Barcelona.

CHAMORRO, C. (1991): *El aprendizaje significativo en el área de matemáticas,* Alhambra Longman, Madrid.

CHI, M. T. H. y R. GLASER (1986): «Capacidad de resolución de problemas», en R. J. STERNBERG, *Las Capacidades Humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información,* Labor Universitaria, Barcelona.

DE PRADO, D. (1988): *Técnicas creativas y lenguaje total,* Narcea, Madrid.

DEWEY, J. (1933): *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo,* Paidós, Barcelona. (Tr. 1989)

GAGNE, R. M. (1987): *Las condiciones del aprendizaje,* Interamérica, México.

GUIFORD, J. P. y otros (1983): *Creatividad y Educación,* Paidós, Barcelona.

HEIMLICH, J. Y S. PITTELMAN (1990): *Los mapas semánticos. Estrategias de aplicación en el aula,* Aprendizaje Visor/MEC, Madrid.

HERNÁNDEZ PINA, F. (1993): «El mapa conceptual como modelo de organización gráfica», *Bordón.*

HOLMES, E. (1985): *Children Learning Mathematics. A Cognitive approach to teaching,* Prentice-Hall, New Jersey.

I.C.M.I. (1986): *Las matemáticas en primaria y secundaria en la década de los 90,* Mestral, Valencia.

JOHNSON-LAIRD, P. N. (1986): «Capacidad de razonamiento deductivo», en R.J. STERNBERG, *Las Capacidades Humanas. Un enfoque desde el procesamiento e la información,* Labor Universitaria, Barcelona.

KAPLAN, R. G., T. YAMOTO y H. P. GINSBURG (1989): «Theaching mathematics concepts». en RESNICK y KOPFER, *Towar the thinking curriculum: current cognitive research,* Yearbook of the Association for Supervision and Curriculum Development.

KOSSLYN S. (1986): «Capacidad para formar imágenes mentales», en R. J. Sternberg, *Las Capacidades Humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información,* Labor Universitaria, Barcelona.

KRUTETSKII, V. A. (1976): *The psychology of mathematical abilities in school children,* University of Chicago Press, Chicago.

MAYER, R.E. (1986): «Capacidad matemática», en R.J. STERNBERG, *Las Capacidades Humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información,* Labor Universitaria, Barcelona.

NICKERSON, R. S. y otros (1985): *Enseñar a Pensar,* Paidós, Barcelona. (Tr. 1987).

NORMAN, D. A (1985): *Aprendizaje y memoria,* Alianza Universidad, Madrid.

NOVAK, J. D. y D. GOWIN (1988): *Aprendiendo a aprender,* Martínez Roca, Barcelona.

ORTON, A. (1990): *Didáctica de las matemáticas,* Morata y MEC, Madrid.

PELLEGRINO, J. W. (1986): «Capacidad de razonamiento inductivo», en R. J. STERNBERG, *Las Capacidades Humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información,* Labor Universitaria, Barcelona.

POLYA, G. (1957): *How to solve it* (2ned.) , Princeton University Press, Princeton, NJ.

RICHARDON, A. (1969): *Mental Imagery,* Springer, New York.

SMITH, J. A. (1966): *Setting conditions for creative teaching in the elementary school,* Allyn and Bacon, Boston.

SMITH, J. A. (1974): *Creative teaching of the lenguage arts in elementary school,* Allyn and Bacon, Boston.

SCHOENFELD, A. H. (1979): «Can heuristics be taught?» en J. LOCHHEAD y J. CLEMENT (Eds.), *Cognitive process instruction,* The Franklin Institute Press, Philadelphia, PA.

SORIANO, E. (1993): *Estrategias de aprendizaje, edad de adquisición y secuenciación de los conceptos matemáticos en los ninos de 6 a 8 años,* Tesis doctoral, Universidad de Murcia.

TSURUDA, G. y A. A. LASH (1985): *Ideas on teaching problem solving in intermediate mathematics,* Far West Laboratory.

VYGOTSKI, L. S. (1978): *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores,* Grijalbo, Barcelona.

WITTROCK, M. C. (1979): «The cognitive movement in instruction», *Educational Researcher,* 8, 5-10.

Encarnación Soriano
Universidad de Almería