SUMA 22
junio 1996, pp. 83-90

Historia del álgebra en la educación secundaria: resolución de problemas «históricos»

Paloma Gavilán Bouzas

IDEAS Y RECURSOS

El trabajo ofrece un recorrido por la historia, recogiendo diversos problemas que sirven para conocer las aportaciones que distintas culturas han hecho en la construcción de las matemáticas.
Su objetivo es dar la oportunidad al alumnado de que se sitúe en Egipto, Grecia o la India y que afronte las cuestiones que allí se plantearon, pudiendo con ello ejercitarse en la resolución de problemas y el álgebra.

El objetivo que se pretende es trabajar al unísono en tres pilares fundamentales de las matemáticas de esta etapa:

- Historia de las matemáticas.
- Resolución de problemas.
- Algebra.

Despertar en el alumnado nuevas actitudes para que se acerque al mundo de las matemáticas desde otras perspectivas más reales y flexibles, a través de la presentación de una colección de problemas históricos, fundamentalmente de carácter algebraico: éste es el reto.

El *horizonte histórico* ofrece una visión viva de las matemáticas. Éstas, se construyen, se hacen, se descubren... Recorremos la historia y ello permite saber lo que conocían y se planteaban los egipcios hace 3600 años, o los griegos hace más de veinte siglos, o los indios en el siglo XII, o Newton, Euler, Gauss... en el XVIII y XIX.

Otro de los pilares sobre el que nos apoyamos es la *resolución de problemas*, ya que se trata de un centro de interés permanente a lo largo de la educación secundaria y nos ofrece la posibilidad de presentar problemas curiosos e interesantes que provoquen al alumnado y atraigan su atención.

La destreza para resolver problemas se mejora sustancialmente con la práctica y el entrenamiento sistemático, y ello no es una perogrullada, ya que gran parte del alumnado considera que no está capacitado para resolver problemas de matemáticas, ni lo estará por mucho que se esfuerce. Desarrollar esta capacidad es fundamental no sólo para aprender matemáticas, sino para aprender a vivir.

El alumnado debe romper sus habituales resistencias a enfrentarse a los problemas, lo que se consigue a medida que van acumulando éxitos y, por lo tanto, perdiendo miedo. Tendremos que convencerles o, mejor dicho deberán experimentar, que la capacidad de resolver problemas se mejora con la práctica.

Para romper esos bloqueos iniciales ante un problema es conveniente ofrecerles unas pautas a seguir. Bien podría ser el conocido modelo de Polya, o cualquier otro organigrama (ver figura adjunta), que les oriente en los momentos de confusión o indecisión, de modo que conozcan las fases más usuales en la resolución de un problema, así como distintas estrategias heurísticas que pueden emplear.

Asimismo hay que saber qué problemas plantear y a quién planteárselos. En esta colección aparecen problemas muy sencillos, y otros menos sencillos, problemas con solución única y con infinitas soluciones, de manera que es posible atender a la diversidad y conseguir que todas las personas de la clase obtengan logros a medida de sus capacidades. Lo importante es que comprueben que con su esfuerzo aprenden y ello hace que se sientan bien y aumenten su confianza en sí mismos y en sus capacidades y, consecuentemente, mejore su relación con las matemáticas.

La elección del *álgebra* se debe a que es uno de los pilares básicos sobre los que se construye el edificio matemático; es, además, su lenguaje, su modo de expresarse. Tanto la geometría como el análisis o la estadística hacen uso de este lenguaje y para acceder a otras ramas de las matemáticas es preciso interpretar y comprender el lenguaje algebraico, así como emplearlo para referirse a distintos mensajes matemáticos. No en vano en el siglo XIX, tanto Poncelet como Laplace, aventuraron que el avance del análisis y de la geometría dependía en aquellos momentos de que los matemáticos se decidieran a expresarlas en el lenguaje algebraico y que sólo así despegarían y lograrían espectaculares avances, como así ocurrió.

En la actual reforma se están rescatando importantes facetas de las matemáticas que estaban algo marginadas; pero ello no significa que se devalúe la importancia del álgebra o pase a desempeñar un papel secundario. Es evidente que, en el nivel a que se refiere este trabajo, el alumnado no va a necesitar emplear complicadas expresiones algebraicas, ya que sus incursiones en geometría, análisis o probabilidad no lo requieren. Pero sí es necesario que, a su nivel, logre un correcto uso e interpretación del lenguaje matemático.

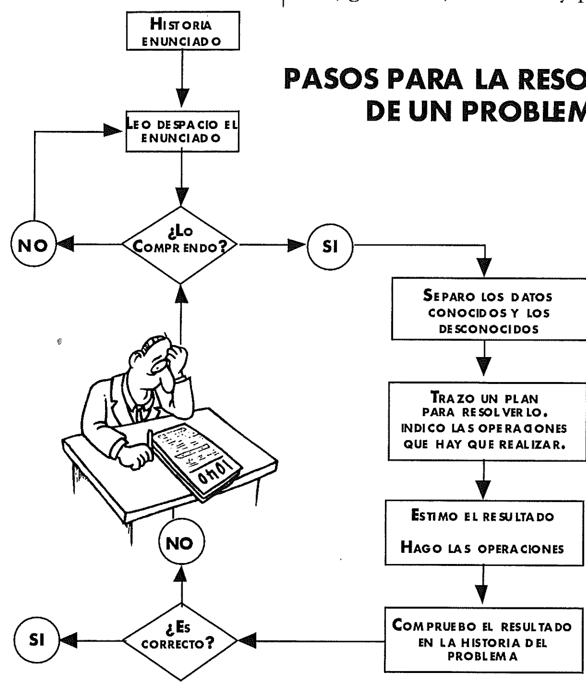
Metodología

La posibilidad de ofrecer distintas asignaturas optativas aparece en la LOGSE, y se concreta en los decretos posteriores. El *taller de matemáticas* es una de esas optativas que se puede elegir tanto en tercero como en cuarto curso de la ESO, siempre y cuando el centro la oferte. (En nuestro centro este es el tercer año consecutivo que impartimos el Taller de Matemáticas en 3.° y en 4.° de ESO).

En el taller, el alumnado adquiere una experiencia de las matemáticas desde un punto de vista diferente del que habitualmente tiene. Ofrece una vía distinta de acceso a los objetivos generales de la etapa, y no sólo del área.

La perspectiva histórica puede servir para elaborar la programación del taller. Con el telón de fondo de la historia de las matemáticas y siendo el objetivo fundamental «aprender a pensar» y, por tanto, «aprender a resolver problemas», el taller se puede estructurar en torno a los bloques de álgebra, geometría, estadística y probabilidad.

PASOS PARA LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA



Esta colección de problemas cubre el bloque del álgebra. Son problemas que se han ido planteando y resolviendo a lo largo de la historia y que están al alcance del alumnado de este nivel. A partir de ellos y dependiendo del interés conseguido en el alumnado, se abren otras vías de trabajo e investigación que nos llevarán a profundizar más en la historia de las matemáticas.

Muchos de estos problemas pueden tratarse en 3.° y 4.° de ESO al estudiar los temas de álgebra. Evidentemente no con la misma profundidad, ya que el tiempo disponible no es el mismo al estar presente la presión del programa que es preciso cubrir. No obstante, es interesante para el alumnado asomarse a esa ventana de la historia y dedicar algún tiempo a conocer cómo se ha ido avanzando en matemáticas y quiénes han sido las personas que han aportado más en este campo de la ciencia.

La metodología que se propone es la propia del trabajo cooperativo: ofrece al mismo tiempo oportunidades para trabajar las matemáticas y para aprender a trabajar en grupo y a relacionarse. Potencia la autoestima del alumnado y favorece una actitud positiva hacia las matemáticas.

Los equipos son formados por los propios alumnos y alumnas siguiendo las directrices que marquemos entre todos. Por ejemplo, que en todos los grupos haya alumnas y alumnos, que los equipos sean homogéneos entre sí, integrando personas de distintas capacidades e intereses, etc. Este es un punto importante ya que influirá en todo el proceso.

Una vez formados los equipos se distribuye la tarea. Cada equipo tiene que tratar de resolver problemas fáciles, de dificultad media y difíciles, siendo necesario que cada integrante del equipo trabaje junto con los demás, pero presente al final su propio trabajo.

Evaluación

Evidentemente, la evaluación tiene que estar en consonancia con la metodología empleada. Debe abarcar tres aspectos:

- *Aspectos generales de la clase*: ambiente de trabajo, interés y motivación general del alumnado, distribución de las tareas, formación de los equipos...
- *Aspectos de cada equipo*: iniciativa e interés por el trabajo, cumplimiento de las tareas previstas, colaboración, confrontación de opiniones, disciplina del equipo...
- *Aspectos individuales*: integración y participación en el grupo, flexibilidad para admitir ideas distintas de las propias, capacidad y disposición para enseñar a los demás y aprender de ellos, interés por el trabajo, relaciones con sus compañeros, intervenciones en debates y discusiones, capacidad de trabajar en equipo, respeto a las demás personas, respeto a las normas del grupo, hábitos de trabajo como la finalización y presentación en el tiempo previsto, cumplimiento de las tareas encomendadas, limpieza y orden en el trabajo, sistematicidad...

La colección de problemas que viene a continuación sigue un orden cronológico [...] para observar la evolución de las distintas cuestiones que han ido planteando y resolviendo los matemáticos a lo largo de la historia

Paloma Gavilán
IES Luis de Lucena
Guadalajara

Y de cara a desarrollar en el alumnado una actitud crítica frente a su trabajo y el de sus compañeros es conveniente incorporar al proceso de evaluación la opinión propia del alumnado. Con ello conseguimos:

- Contrastar nuestra opinión con la suya.
- Implicarles en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Desarrollar el hábito de juzgar críticamente su propio trabajo y el de sus compañeros.

El alumnado rellenará la ficha de autoevaluación que elaboremos, valorando tanto el trabajo en equipo como el individual. En ella pediremos su opinión sobre las actividades realizadas, los fallos que han encontrado, lo que más y lo que menos les ha gustado, las posibilidades de mejora, etc., para obtener información que nos permita evaluar y mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Algunos comentarios a los problemas

La colección de problemas que viene a continuación sigue un orden cronológico en su presentación –salvo el caso de la India, cuyos resultados son contemporáneos e incluso anteriores a los egipcios– que no es necesario respetar a la hora de llevarlos al aula; sí parece oportuno seguirlo para observar la evolución de las distintas cuestiones que han ido planteando y resolviendo los matemáticos a lo largo de la historia.

Hasta la Alta Edad Media los problemas van agrupados en varios bloques: Egipto, Grecia, China y la India, indicando, en caso de que se sepa, el autor del mismo y la época en que vivió. A partir de la Alta Edad Media cada problema va encabezado por el nombre del matemático que lo trató, su lugar y fecha de nacimiento.

Los asteriscos que aparecen entre paréntesis, gradúan la dificultad del problema en orden creciente. En algunos casos la dificultad estriba en el enunciado del problema; en otros, en la necesidad de concluir el problema, introduciendo algún concepto nuevo para esta etapa, como el de las progresiones para el famoso problema indio del ajedrez. Algunos de ellos no son meros enunciados, sino que explican cómo fueron resueltos en su época, como el problema 25 del papiro de Ahmes, la multiplicación india, o la manera en que Descartes calculó geométricamente la raíz cuadrada de AB.

Aparecen enunciados muy conocidos como el del epitafio de Diofanto, los cuadrados mágicos chinos, el del barquero, el lobo, la cabra y las coles, o el modo en que Gauss, siendo un colegial, sumó los 100 primeros números naturales; junto a otros menos conocidos aunque no por ello menos atractivos: el problema indio de las perlas y las princesas, los poéticos enunciados que Baskara dedica a su hija Lilavati, o los que se plantea Diofanto en su obra Aritmética.

Egipto

Así multiplicaban los egipcios 412 x 7:

	1	2
7	2	824
	4	1648
TOTAL		2884

Multiplica empleando este método 2801 x 7

El papiro de Ahmes: problema 25 (s. XVII a.C.) (*)

«Una cantidad y la mitad de esa cantidad es igual a 16».

Los egipcios resolvían estas cuestiones mediante el *método de la falsa posición*: Supongamos que el valor de la cantidad es $x = 2$.

$$2+\frac{1}{2}\cdot 2=3 \qquad\qquad 3\cdot\left(5+\frac{1}{3}\right)=16$$

Multiplicando por $(5 + 1/3)$ en ambos miembros de la igualdad anterior tenemos:

$$2\cdot\left(5+\frac{1}{3}\right)+1\cdot\left(5+\frac{1}{3}\right)=3\cdot\left(5+\frac{1}{3}\right)$$

La solución correcta por lo tanto es: $2\cdot\left(5+\frac{1}{3}\right)$

¿Cómo lo resolverías tú?

El papiro de Ahmes: problema 24 (s. XVII a.C.) (*)

«Calcular el valor del montón si el montón y un séptimo del montón es igual a 19».

Intenta resolverlo por el método de la «falsa posición» y contrasta la solución resolviendo el problema de otro modo.

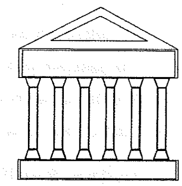
El papiro de Rhind: problema 79 (s. XVII a.C.) (*)

«Había una propiedad compuesta por siete casas; cada casa tenía siete gatos; cada gato se comía siete ratones; cada ratón se comía siete granos de cebada; cada grano había producido siete medidas. ¿Cuánto sumaba todo esto?»

El papiro de Ahmes: problema 40 (s. XVII a.C.) (***)

«Repártanse diez hogazas de pan entre cinco hombres de tal manera que las partes correspondientes estén en progresión aritmética y que además un séptimo de la suma de las tres partes más grandes sea igual a la suma de las dos más pequeñas.»

Grecia



Pitágoras de Samos (s. VI a.C.)(**)

Pitágoras de Samos, s. VI a.C., llamó *número perfecto* a aquel que es igual a la suma de todos sus divisores, excepto él mismo. El 6 es un número perfecto ya que $6 = 1+2+3$.

Así mismo, llamó *número deficiente* si es mayor que la suma de sus divisores propios. Por ejemplo, 8 es deficiente: $8 > 1+2+4$.

Por último, un *número* es *abundante* si es menor que la suma de sus divisores propios. El 12 es un número abundante, puesto que $12< 1+2+3+4+6$.

¿Cuál es el siguiente número perfecto?

¿Y el siguiente número deficiente?

¿Y el siguiente número abundante?

Los griegos resuelven ecuaciones (s. IV a.C.) (***)

Así resolvieron los griegos la ecuación que hoy escribimos como $x^2 + ax = b^2$, en el siglo IV a.C.:

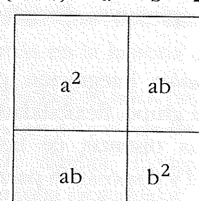
«Encontrar un segmento x tal que si al cuadrado construido sobre él se le suma un rectángulo construido sobre el mismo segmento y sobre un segmento dado a, obtengamos un rectángulo de área igual a la de un cuadrado dado.»

Aplica ese método de resolución y resuelve geométricamente la ecuación: $x^2 + 5x = 50$

Euclides (s. III a.C.) (***)

La proposición 4 del libro II de los «Elementos» de Euclides, ofrece la siguiente demostración geométrica del cuadrado de una suma:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$



Trata de demostrar tú del mismo modo que:

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

Algoritmo de Euclides (s. III a.C.) (*)

Euclides ingenió el siguiente método para calcular el máximo común divisor de dos números:

Divide el mayor entre el menor. Si la división es exacta, el divisor es el M.C.D. En caso contrario, divide el divisor anterior entre el resto obtenido, continuando de igual modo hasta que el resto sea cero. El último divisor empleado es el M.C.D.

Por ejemplo, para calcular el M.C.D. de 1728 y 842

COCIENTES	2	19	7	3
1728	842	44	6	**2**
044	402 06	2	0	

Por tanto, el M.C.D. de 1728 y 842 es 2.

Emplea este método para calcular el M.C.D. de 824 y 36.

Criba de Eratóstenes (s. III a.C) (*)

Para obtener los 100 primeros números primos, en la siguiente tabla, a partir del 2, tacha todos los números saltando de dos en dos. A continuación, a partir del 3, tacha todos los números de tres en tres, y así sucesivamente. Los números que queden sin tachar son los números primos. Compruébalo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
92	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Epitafio de Diofanto (s. III d.C) (**)

«¡Caminante! Aquí fueron sepultados los restos de Diofanto, y los números pueden mostrar, ¡oh milagro!, cuán larga fue su vida cuya sexta parte constituyó su hermosa infancia. Había transcurrido además, una duodécima parte de su vida cuando de vello cubrióse su barbilla.

La séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril. Pasó un quinquenio más y le hizo dichoso el nacimiento de su precioso primogénito, que entregó su cuerpo, su hermosa existencia, a la tierra, que duró tan sólo la mitad de la de su padre.

Y con profunda pena, descendió a la sepultura, habiendo sobrevivido cuatro años a la muerte de su hijo».

¿A qué edad murió Diofanto?

¿Con qué edad se casó?

¿A qué edad tuvo su hijo?

¿A qué edad murió su hijo?

Diofanto de Alejandría (s. III d.C.)
Aritmética, problema 19

Diofanto en su obra *Aritmética* presenta 189 problemas resueltos.

«Encontrar cuatro números de manera que la suma de tres de ellos exceda al cuarto en un número dado. Condición necesaria: la mitad de la suma de las cuatro diferencias dadas debe ser mayor que cada una de ellas. Sean las diferencias 20, 30, 40 y 50.»

¿Cuáles son los números?

Aritmética, problema 39 (***)

«Dados dos números, encontrar otro tal que las sumas de los distintos pares, multiplicadas por el tercer número, proporcionen tres números en progresión aritmética.

Números dados: 3 y 5».

Aritmética, problema 20 (**)

«Encontrar dos números de manera que el cuadrado de uno sumado al otro dé un cuadrado».

Aritmética, problema 9, libro II (***)

«Dado un número, encontrar otros tres de manera que la suma de dos cualesquiera de ellos menos el número dado sea un cuadrado, y que sea también un cuadrado la suma de los tres menos el número dado.

Sea 3 el número dado».

Aritmética, problema 11, libro IV (***)

«Encontrar dos cubos de manera que su diferencia sea igual a la diferencia de sus lados».

Aritmética, problema 20, libro V (***)

«Dividir una fracción dada en tres partes de manera que una cualquiera de ellas menos el cubo de su suma sea un cuadrado.

Sea la fracción dada 1/4».

Aritmética, problema 1, libro VI (***)

«Encontrar un triángulo rectángulo cuya hipotenusa menos cada uno de los lados sea un cubo. Formemos el triángulo con x y 3».

China

Cuadrados mágicos (**)

El primer cuadrado mágico data del año 2200 a.C., y según cuenta la leyenda, fue hallado por el emperador de esa época en el caparazón de una tortuga divina que pasaba por el río Amarillo. Los cuadrados mágicos eran usados como amuletos, ya que se suponía que preservaban de muchas enfermedades.

Ordena de forma conveniente los números de este cuadrado para que sea mágico.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Pista: su suma es 34.

Los ladrones (*)

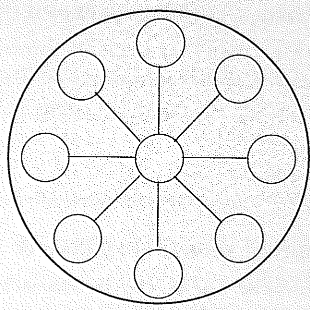
Una vez unos ladrones robaron varios rollos de tela. Alguien que pasaba por el bosque oyó hablar:

– Si nos quedamos con seis cada uno, sobran cinco rollos; pero si nos quedamos con siete cada uno, faltarán ocho.

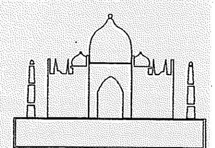
La cuestión es la siguiente: ¿Cuántos rollos de tela y ladrones hay?

La rueda mágica

Coloca los números del 1 al 9 de modo que las diagonales sumen 15.



India



Baskara (s. XII) (***)

Baskara, en el siglo XII, escribió un libro al que llamó *Lilavati*, nombre de su hija a quien iba dedicado. En él planteó cuestiones como la siguiente:

«Bella muchacha de ojos relucientes, dime tú, si conoces el arte del invertir, cuál es el número que multiplicado por tres, aumentado en tres cuartos del producto, dividido por siete, disminuido en un tercio del cociente, multiplicado por sí mismo, disminuido en cincuenta y dos, mediante extracción de la raíz cuadrada, adición de ocho y división por diez, da por último el número dos».

¿Te atreves a ayudar a Lilavati?

De nuevo Lilavati... (s. XII) (**)

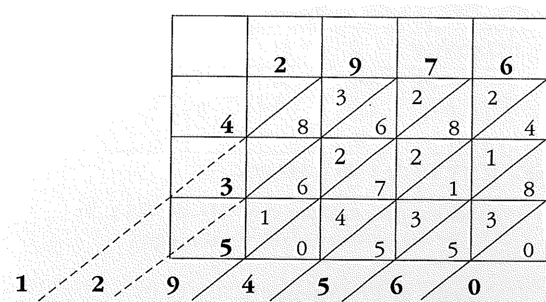
«Un quinto de un enjambre de abejas se posa sobre una flor de kadamba; un tercio, sobre una flor de silindha. Tres veces la diferencia entre los dos números voló a las flores de un kutuja, y quedó una sola abeja que se alzó por el aire, igualmente atraída por el grato perfume de un jazmín y de un pandamus. Dime tú ahora, mujer fascinante, cuál era el número de abejas».

Otro problema para Lilavati... (s. XII) (*)

«Amable y querida Lilavati, de dulces ojos como los de la delicada y tierna gacela, dime cuál es el número que resulta de multiplicar 135 por 12».

Los indios inventaron para multiplicar la «regla fulmínea».

Para multiplicar 435 por 2976 disponían así los números:



Emplea tú el mismo «método fulminante» para ayudar a Lilavati.

Otro problema indio (**)

«Un pavo real estaba posado sobre un poste de nueve codos de altura. En la base del poste había un agujero de culebra. El pavo se lanza por la culebra, que está a una distancia del poste igual a tres veces su altura. Cuando la atrapa, los dos han recorrido la misma distancia. ¿A qué distancia del poste cogió el pavo a la culebra?»

El precio del ajedrez (***)

El ajedrez fue inventado por el indio Lahur Sessa, y va unido a una curiosa leyenda:

«Al rey Sirham de la India, le gustó tanto el juego que le dijo a Lahur: pídeme lo que quieras.

Lahur le pidió el trigo que resultara de, comenzando por la primera casilla del ajedrez con un grano de trigo, colocar en cada casilla el doble del número de granos que hubiera en la anterior.

Los contables del rey le dijeron que, a pesar de la riqueza de su reino, no podía cumplir el deseo de Lahur».

¿Cuánto trigo pedía Lahur?

El problema de las «catils» (***)

«Un navío que volvía de Serendibe, trayendo gran cantidad de especias, fue alcanzado por violento temporal. La embarcación habría sido destruida por las olas, si no fuera por el valor y el esfuerzo de tres marineros que, en medio de la tormenta, manejaban las velas con extremada pericia.

El capitán, queriendo recompensar a los denodados marineros, les dio cierto número de «catils». Los «catils» eran más de 200 y menos de 300. Las monedas fueron colocadas en una caja para que al día siguiente, al desembarcar el almojarife las repartiese entre los tres valientes. Sucedió, sin embargo, que durante la noche, uno de los tres marineros se despertó y penso:

– «Sería mejor que retirase mi parte. Así no tendré oportunidad de discutir con mis amigos».

Y, sin decir nada a los compañeros, fue, en puntas de pie, hasta donde se hallaba guardado el dinero, lo dividió en tres partes iguales y notó que la división no era exacta, ya que sobraba un «catil».

– «Por causa de esta mísera monedita, es probable que mañana haya riña y discusión. Será mejor sacarla».

Y el marinero la tiró al mar, retirándose cauteloso. Llevaba su parte y dejaba las que correspondía a sus compañeros en el mismo lugar.

Horas después el segundo marinero tuvo la misma idea. Fue al arca en que se depositara el premio colectivo y lo dividió en tres partes iguales. Sobraba una moneda. El marinero optó por tirarla al mar, para evitar posibles discusiones. Y salió de allí llevándose la parte que creía le correspondía.

El tercer marinero, ignorando por completo que sus compañeros se le habían anticipado tuvo el mismo pensamiento. Levantóse de madrugada y fue a la caja de los «catils». Dividió las monedas que en ella encontró, y la división tampoco resultó exacta; sobró un «catil». No queriendo complicar el reparto, el marinero la tiró al mar y regresó satisfecho a su litera.

Al día siguiente, al desembarcar, el almojarife encontró un puñado de «catils» en la caja. Sabiendo que esas monedas pertenecían a los marineros, las dividió en tres porciones, que repartió entre sus dueños. Tampoco fue exacta la división. Sobraba una moneda, que el almojarife se guardó como retribución de su trabajo y habilidad.

Es claro que ninguno de los marineros reclamó, pues cada uno estaba convencido de haber retirado su parte. Ahora bien:

¿Cuántas eran las monedas?

¿Cuántas recibió cada marinero?»

Los indios jugaban con el cuatro (*)

Con cuatro cuatros y empleando las operaciones aritméticas puedes escribir muchos números. Por ejemplo:

$$0 = 44 - 44;$$

$$1 = 44/44;$$

$$\dots$$

¿Hasta que número puedes llegar?

Las perlas y las princesas (**)

«Un rajá dejó a sus hijas cierto número de perlas y ordenó que el reparto se hiciese del siguiente modo: a la hija mayor correspondería una perla más un séptimo de las que quedasen; la segunda tomaría dos perlas y un séptimo de las restantes; la tercera recibiría tres perlas y un séptimo de las que quedasen: Y así sucesivamente, para las restantes hijas.

Las hijas más jóvenes del rajá presentaron su queja a un juez, alegando que por ese sistema complicado ellas serían fatalmente perjudicadas.

El juez, que era hábil en la resolución de problemas, respondió rápidamente que las demandantes estaban equivocadas, y que la división propuesta por el rajá era justa y perfecta.

EL juez tenía razón. Hecha la división, cada una de las hermanas recibió el mismo número de perlas».

¿Cuántas hijas tenía el rajá?

¿Cuántas perlas se llevó cada una?

Otros problemas

Leonardo de Pisa «Fibonacci» (Italia 1170-1240) (***)

El origen de la conocida serie que lleva el nombre de *serie de Fibonacci* fue el siguiente problema de los conejos:

«Una pareja de conejos al cabo del segundo mes de vida producen una nueva pareja, que a su vez, al cabo de un mes de vida produce otra nueva pareja que hace lo mismo, y así sucesivamente».

¿Cuántas parejas de conejos se obtendrán al año?

Niccolo Tartaglia (Italia 1499 - 1557) (**)

El barquero, el lobo, la cabra y las coles

«Un barquero quiere pasar de una orilla a otra del río a su lobo, su cabra y su saco de coles, y en la barca sólo caben él y una de las tres cosas...

El barquero sabe que si deja solos al lobo y a la cabra, el lobo se comerá a la cabra... Si deja a la cabra junto con el saco de coles, la cabra se comerá a las coles.

¿Qué puede hacer para pasar el río con todas sus posesiones?

Robert Recorde (País de Gales 1510 - 1558)

Problema de mezcla (***)

«Hay cuatro clases de vino de precios diferentes, uno de seis peniques el galón, otro de ocho, el tercero de once, y el cuarto de quince peniques el galón. De estos vinos, deseo una mezcla de 50 galones, de manera que cada galón valga nueve peniques. ¿Cuál será la proporción de cada vino en esta mezcla?»

Problema del caballo (**)

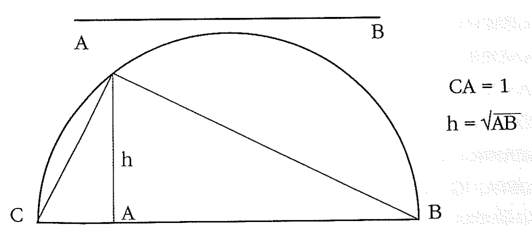
«Vendo un caballo con 4 cascos, y cada casco lleva 6 clavos, a condición de que me paguen por el primer clavo un «ob», por el segundo dos «ob», por el tercero cuatro «ob», y así sucesivamente, doblando cada vez el precio.

Ahora pregunto: ¿Cuál será el precio del caballo?»

René Descartes (Francia 1596 - 1650) (**)

Descartes contribuyó notablemente al desarrollo de las matemáticas con la geometría analítica, es decir, la relación de la geometría con el álgebra. Un ejemplo de esta aportación es el siguiente cálculo geométrico de la raíz cuadrada de la longitud AB:

¿Puedes explicarlo?



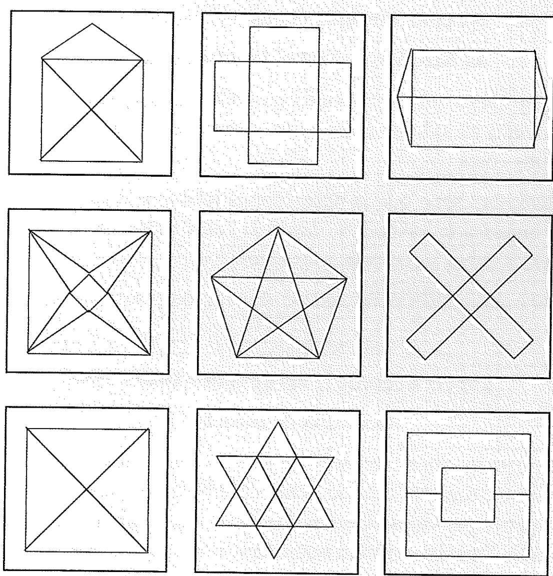
Isaac Newton (Inglaterra 1642 - 1727) (**)

«Un negociante separa al principio de cada año 100 escudos para los gastos de ese año. Todos los años aumenta su capital en un tercio y al cabo de tres años ha duplicado su dinero.

¿Qué capital tenía al inicio de los tres años?»

Leonhard Euler (Suiza 1707 - 1783)

Intenta dibujar las siguientes figuras sin levantar el lápiz del papel, ni pasar dos veces por el mismo sitio. Para ello, ten en cuenta que un *vértice* es *par* si de él salen un número par de caminos, y es *impar* si de él salen un número impar de caminos.



¿Qué vértices son pares y cuáles impares? Elabora una tabla con los resultados y saca las conclusiones que te parezcan oportunas.

Leonhard Euler (Suiza 1707 - 1783)

«Un padre deja una herencia de 8600 libras a sus cuatro hijos. Según el testamento, la parte del mayor debe ser inferior en 100 libras al doble de la parte del segundo. La parte del segundo, inferior en 200 libras al triple de la parte del tercero. Y la parte del tercero inferior en 300 libras al cuádruple de la parte del más joven.

¿Cuál es la parte de cada uno?»

Karl Friedrich Gauss (Alemania 1777 - 1855) (*)

Siendo Gauss un colegial, su maestro pidió a los alumnos de la clase que calcularan la suma de los números del 1 al 100, pensando que les tendría entretenidos haciendo sumas durante un buen rato.

Apenas propuesto el ejercicio, Gauss se levantó y entregó al maestro su pizarra: ¡5050 era la solución correcta!

Intenta hacerlo tú del modo más rápido posible.

Albert Einstein (Alemania 1879 - 1955) (***)

Este problema le fue planteado a Einstein por un alumno:

«Dos profesores pasean, charlando de sus respectivas familias.

– Por cierto -pregunta uno- ¿de qué edades son tus tres hijas?
– El producto de sus edades es 36 -contesta su colega-, y su suma, casualmente es igual al número de tu casa.

Tras pensar un poco, el que ha formulado la pregunta acota:

– Me falta un dato.
– Es verdad -concede le otro-. Me había olvidado de aclararte que la mayor toca el piano».

¿Qué edades tienen las tres hijas del profesor?

Bertrand Rusell (País de Gales 1872 - 1970)
Paradoja del barbero

«En una isla el barbero afeita a todos aquellos que no se afeitan a sí mismos.

¿Quién puede afeitar al barbero?».

Bibliografía

Resolución de problemas

ALEM, J. P.: *Juegos de ingenio y entretenimiento matemático*, Gedisa, Barcelona.

ALEM, J. P.: *Nuevos juegos de ingenio y entretenimiento matemático*, Gedisa, Barcelona.

GAIRÍN, J. y F. CORBALÁN (1987): *Problemas a mí*, Edinumen, Madrid.

GARDNER, M. (1975): *Paradojas ¡ajá!*, Labor, Barcelona.

GARDNER, M.: *Inspiración ¡ajá!*, Labor, Barcelona.

GUZMÁN, M. (1995): *Aventuras matemáticas*, Labor, Barcelona.

GUZMÁN, M. (1991): *Para pensar mejor*, Labor, Barcelona.

GUZMÁN, M. (1984): *Cuentos con cuentas*, Labor, Barcelona.

LANDER, I. (1985): *Magia matemática*, Labor, Barcelona.

MASON, J. y otros (1988): *Pensar matemáticamente* Labor, Barcelona.

PERELMAN, Y. (1968): *Matemáticas recreativas*, Martínez Roca,

PIZARRO, F. y otros: *Aprender a razonar*, Ed. Alhambra.

POLYA, G. (1945): *Cómo plantear y resolver problemas*, Ed. Trillas, México.

SMULYAN, R.: *¿Cómo se llama este libro?*, Ed. Cátedra, Madrid.

VIVES, P.: *Juegos de ingenio*, Ed.Martínez Roca,

Historia de las matemáticas

ALEKSANDROV, y otros (1973): *La matemática: su contenido, método y significado*, Alianza, Madrid.

BOYER, C. (1968): *Historia de la matemática*, Alianza, Madrid.

BOURBAKI, N. (1969): *Elementos de historia de las matemáticas*, Alianza, Madrid.

CARLAVILLA, J. L. y G. FERNÁNDEZ (1988): *Historia de las matemáticas*, Ed. Consejería de Educación de Castilla La Mancha.

COLERUS, E. (1973): *Breve historia de las matemáticas*, Doncel, Madrid.

COLLETTE, J. P. (1973): *Historia de las matemáticas*, Siglo XXI, Madrid.

IFRAH, G. (1985): *Las cifras*, Alianza, Madrid.

MEAVILLA, V. y J. A. CANTERAS (1984): *Viaje gráfico por el mundo de las matemáticas*, ICE, Zaragoza.

PARADIS, J. y otros: *Historia de las ideas algebraicas*, PPU.

RADICE, L. (1983): *La matemática de Pitágoras a Newton*, Laia. Barcelona.