

CAPÍTULO II: Ecuaciones en el campo de los números complejos

A. El teorema fundamental del Álgebra. B. Ecuaciones con un parámetro complejo; su estudio por medio de la representación conforme de dos esferas. Ejemplos: 1. La ecuación pura. 2. La ecuación diédrica. 3. Ecuaciones tetraédrica, octaédrica o icosaédrica. 4. Continuación: Establecimiento de las ecuaciones normales. 5. Sobre la resolución de las ecuaciones normales. 6. Uniformización de las ecuaciones normales por medio de funciones trascendentes. Resolución trigonométrica de la ecuación cúbica. 7. Resolubilidad por radicales. 8. Reducción de las ecuaciones generales a ecuaciones normales. Sobre la teoría de la ecuación de quinto grado.

TERCERA PARTE

CAPÍTULO I: El logaritmo y la función exponencial

1. Sistemática del análisis algebraico. 2. desarrollo histórico de la teoría. Neper y Burgi. La ecuación de diferencias. Siglo XVII: Logaritmos hiperbólicos. Euler y Lagrange: Análisis algebraico. Siglo XIX: Funciones de variable compleja. 3. Algo sobre la enseñanza de los logaritmos. 4. Punto de vista de la Teoría de funciones. El paso al límite de la función potencial a la exponencial.

CAPÍTULO II: Funciones goniométricas

1. Teoría de las funciones goniométricas. 2. Tablas trigonométricas. A. Tablas trigonométricas naturales. B. Tablas logaritmo-trigonométricas. 3. Aplicaciones de las funciones goniométricas. A. Trigonometría; en particular trigonometría esférica. B Teoría de las pequeñas oscilaciones. (Cálculo infinitesimal disfrazado). C. Representación de las funciones periódicas por series de funciones goniométricas. Aproximación por series infinitas. El fenómeno de Gibbs. Excursión sobre el concepto general de función. Significación histórica de las series trigonométricas; trabajos de Fourier.

CAPÍTULO III: Del cálculo infinitesimal propiamente dicho

1. Principios generales del cálculo infinitesimal. Orígenes intuitivos. Fundamentación lógica por medio del concepto de límite; construcción partiendo de la «diferencial».

Los infinitésimos actuales. La reacción: el cálculo de derivadas de Lagrange. Forma y significación del cálculo infinitesimal en la enseñanza. 2. El teorema de Taylor. Las primeras parábolas osculadoras. Crecimiento del orden. Evaluación del resto de Cauchy. Excursión histórica (Taylor y Maclaurin). 3. Consideraciones históricas y pedagógicas acerca del cálculo infinitesimal. Características de nuestro criterio.

APÉNDICE:

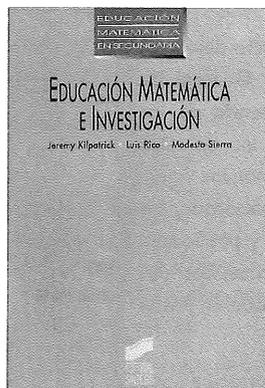
I. TRASCENDENCIA DE e y π .

Historia. Demostración de la trascendencia de e y π . Números trascendentes y números algebraicos.

II. TEORÍA DE LOS CONJUNTOS.

1. Potencia de los conjuntos. 2. Ordenación de los elementos de un conjunto.

Florencio Villarroya



**EDUCACIÓN MATEMÁTICA
E INVESTIGACIÓN**
**Jeremy Kilpatrick, Luis Rico
y Modesto Sierra**
Editorial Síntesis, Madrid, 1994
ISBN: 84-7738-228-X
207 páginas

La colección «Matemáticas: cultura y aprendizaje» de la editorial Síntesis ha constituido en los últimos años, a través de su treintena de títulos, el mayor esfuerzo editorial en el campo de la didáctica especial de una sola disciplina en los niveles de primaria y secundaria obligatoria.

Una vez finalizada esta colección, la misma editorial ha iniciado otra, esta vez dirigida a secundaria y, sobre todo, a bachillerato, titulada «Educación matemática en secundaria», dirigida por Miguel de Guzmán y Luis Rico. Aun cuando ya han aparecido varios títulos, *Educación matemática e Investigación*, constituye el primero de la serie donde se ha querido, como dicen los autores en la introducción «...comenzar por la historia de nuestro campo de trabajo, ya que el conocimiento de lo que ha sido y lo que ha hecho nuestra comunidad de profesores de matemáticas en períodos anteriores es uno de los signos de identificación de la propia comunidad».

El libro tiene dos partes claramente diferenciadas, pero complementarias, una referida al ámbito internacional y la otra dirige su atención a la realidad española.

En la primera, «Historia de la investigación en educación matemática», Kilpatrick comienza estableciendo las raíces de la investigación en educación matemática en relación, en primer lugar, con las propias matemáticas (simplificando, qué contenidos matemáticos se enseñan y se aprenden) y, en segundo lugar, con la psicología (volviendo a simplificar, cómo el contenido es enseñado y aprendido).

Una vez descritas las raíces, se discute la investigación realizada durante los dos primeros tercios de siglo por aquellas personas que han llegado a denominarse educadores matemáticos. A continuación, se describe la formación durante el siguiente decenio de una comunidad internacional de investigadores en educación matemática, y la narración sigue hasta comienzo de los ochenta, con un bosquejo de algunos de los retos y respuestas actuales en este campo.

La segunda parte del volumen, «Educación matemática en la España del siglo XX», corre a cargo de los profesores españoles Rico y Sierra. En este estudio se traza el recorrido histórico y los logros de la comunidad de educadores matemáticos en nuestro país.

Se divide el estudio en cuatro periodos: primer tercio del siglo, desde la guerra civil hasta la ley Villar, la Ley General de Educación y los años setenta y, finalmente, la década de los ochenta y comienzos de los noventa. Para cada uno de estos periodos se estudia los planes de estudio de Matemáticas vigentes en primaria y secundaria, la formación del profesorado, las aportaciones hechas desde la universidad, revistas y publicaciones, asociaciones y movimientos de profesores, encuentros, jornadas y congresos y algunas aportaciones individuales interesantes.

En conjunto, este trabajo es una muy valiosa aportación, que viene a llenar un hueco en historia de la educación en lo que atañe a la historia de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Emilio Palacián

EL UNIVERSO DE LAS MATEMÁTICAS

William Dunham

Ed. Pirámide, Madrid, 1995

ISBN: 84-368-0896-7

444 páginas

En *El Universo de las matemáticas* su autor nos propone un recorrido alfabético por el mundo de las matemáticas: un capítulo para cada una de las letras del abecedario desde la A a la Z.

No es una idea original a la hora de abordar un libro de divulgación. Hay otro libro anterior y próximo (tanto en la edición española –Tusquets, 1993–, como en la original norteamericana

de 1991; la edición norteamericana de Dunham es de 1994) estructurado de la misma forma: *Más allá de los números*, de J. A. Paulos. A él se refiere Dunham en el prólogo de su libro cuando dice que «con múltiples artículos dedicados a algunas letras, ha conseguido una mayor amplitud de cobertura. Escribiendo menos ensayos, pero más largos, he optado por una mayor profundidad en los temas. Espero que nuestros dos libros coexistan pacíficamente como variaciones de un mismo formato alfabético».

¿A quién puede interesar un libro como este? En primer lugar hay que decir que es de lectura amena y sin grandes complicaciones matemáticas en general, con la facilidad añadida de estar estructurado en capítulos cortos, independientes y que se pueden leer en cualquier orden, y cuyo tema se conoce de antemano por el título. También es apropiado para los enseñantes, porque en él encontrarán bastante historia y algo del presente de las matemáticas; disquisiciones (tales como los capítulos «La personalidad de los Matemáticos» o «Utilidad»), discutibles en muchos casos, problemas (algunos bien conocidos y otros no tanto, al menos por quien esto escribe) y demostraciones de resultados elementales y populares, pero que no se suelen encontrar en los libros (por ejemplo, la fórmula de Herón para el área de un triángulo, que hace a partir de la más general de Brahmagupta; la expresión del área de una esfera o que nos hay más que un triplete de números primos gemelos que difieren en dos unidades: 3, 5 y 7, a diferencia de las quizás infinitas parejas de los mismos números); también hay múltiples anécdotas y bastantes consideraciones generales sobre diferentes aspectos de las matemáticas.

Asimismo, es interesante este libro para el alumnado de enseñanza media o de universidad. Para los primeros como banderín de enganche a las matemáticas, y para que puedan leer y comentar (porque, ¿no es conveniente que en esos niveles educativos se hagan también comentarios de textos matemáticos y no sólo de materias de «letras3?»). Para los segundos, como auxiliar que les permita situar histórica y socialmente su materia de estudio, que no son sólo epsilonles, algoritmos y teoremas de existencia, así como



consideraciones conexas a la teoría en estado puro.

Una vez dicho todo lo anterior, también hay (o yo al menos así lo considero) algunos defectos, más allá de la siempre discutible elección de unos temas y no de otros. Hay en el libro mucha historia y poco presente y futuro (como ya pasaba en el anterior libro del autor *Viaje a través de los genios*, y que era motivo de crítica por bastantes de mis alumnos que lo leyeron), lo que puede contribuir a interiorizar todavía más esa percepción social de las matemáticas como algo añejo, casi arqueológico. También, un cierto aire o tono distante y profesoral, poco próximo al ciudadano de a pie (lo que, sin embargo, para algunos puede ser una virtud). Si hubiera que elegir, yo desde luego encuentro más vivo y más proyectado hacia el futuro el libro de Paulos; pero creo que no es necesaria la elección, sino que pueden coexistir perfectamente y es conveniente que lo hagan. Y para acabar, hay que felicitarse de que los libros de divulgación matemática se editen y se vendan en nuestro país, como lo prueba la rápida traducción del que comentamos (el original es de 1994), en una colección que ya cuenta con otros libros de este tipo.

Fernando Corbalán

BIOGRAFÍAS DE MATEMÁTICOS ÁRABES QUE FLORECIERON EN ESPAÑA

José Antonio Sánchez Pérez

Edición facsímil

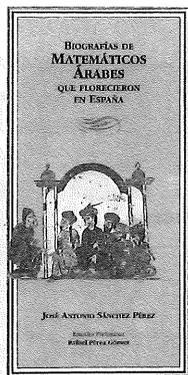
Estudio Preliminar:

Rafael Pérez Gómez

El legado andalusí,
Sevilla, 1995

ISBN: 84-87004-50-4

XXIII + 163 páginas



Siempre resulta gozosa la aparición de la edición facsimilar de un libro. Y ello por un doble motivo, porque se suelen reproducir ediciones muy cuidadas con una bella tipografía y porque se pone al alcance de todos, obras

que, aparte de poder consultar en buenas bibliotecas, sólo se pueden conseguir, con suerte, en el catálogo de librerías especializadas de anticuario dentro del epígrafe de «libros raros, curiosos y agotados».

En esta ocasión se reproduce una memoria de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, publicada en el año 1917 con ocasión de un concurso sobre el tema «Monografías histórico-científicas de matemáticos españoles anteriores al siglo XIX».

La monografía de Sánchez Pérez constituye un repertorio de casi dos centenares de fichas sobre otros tantos «andalusíes que, entre otras ramas del conocimiento, también se ocuparon de lo que hoy llamamos matemáticas». Esta última expresión entrecomillada describe el contenido mucho mejor que el título asignado por el autor, según se señala en el estudio introductorio en el que se presenta la edición, escrito por Rafael Pérez —entre otras cosas primer director de nuestra revista SUMA—, en el que, de forma muy documentada y erudita, centra el tema y realiza algunas críticas a la obra.

Emilio Palacián



GILBERT ARSAC
ALAIN COLONNA
YVES GUICHARD
HÉLÈNE HANTE

INITIATION AU
RAISONNEMENT DÉDUCTIF
au collège

INITIATION AU
RAISONNEMENT DÉDUCTIF AU
COLLÈGE

Gilbert Arzac y otros
Presses Universitaires de Lyon, Lyon,
1992

ISBN: 2-7297-0422-1

188 páginas

ÉDITIONS
UNIVERSITAIRES
DE LYON

Entre los objetivos generales que se proponen para el área de Matemáticas en los Diseños Curriculares Base de la Educación Secundaria Obligatoria elaborados por el MEC, figura el siguiente: «Al finalizar la Educación Secundaria Obligatoria los alumnos habrán desarrollado la capacidad de utilizar las formas del pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, relacionar y organizar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas». La consecución de este objetivo supone, entre otras cosas, que el profesor de matemáticas de esta etapa deberá plantear situaciones didácticas que pongan de manifiesto algunas de las reglas lógicas del discurso matemático para que el alumno empiece a familiarizarse con ellas. Este libro se ocupa de ese tema, iniciando en la argumentación matemática a niños de 11-12 años a través de varias situaciones didácticas que se describen con mucha precisión. Aun cuando estas situaciones están pensadas para el sistema de enseñanza francés, son perfectamente transportables a nuestro país y, en este sentido y dada la escasez

de publicaciones en castellano que aborden estos problemas, sería muy deseable que algún organismo oficial se plantease su traducción.

Los autores del libro, basándose en su experiencia docente, eligen aquellas reglas del discurso lógico-matemático que, debido a su diferencia con las reglas de la argumentación común, producen dificultades en los niños. Así pues, el objetivo que se plantean es la creación de dispositivos didácticos que faciliten a los alumnos la aceptación de las siguientes reglas del razonamiento matemático:

- Un enunciado matemático sólo puede ser verdadero o falso.
- Un contraejemplo es suficiente para invalidar un enunciado.
- La argumentación matemática se apoya sobre un cierto número de propiedades y definiciones claramente enunciadas sobre las cuales existe acuerdo previo.
- No se puede decidir sobre la validez de un enunciado apoyándose en el hecho de que la mayor parte de las personas presentes están persuadidas de que el enunciado es verdadero.
- La existencia de ejemplos que verifican un enunciado no es suficiente para probar su validez.
- Una constatación hecha sobre un gráfico no es suficiente para probar que un enunciado de geometría es verdadero.

Al objetivo anterior se añade una concepción del aprendizaje basada en que «la adquisición de un conocimiento pasa, en un primer momento, por la toma de conciencia del alumno de la insuficiencia de sus conocimientos anteriores». Esto supone la búsqueda de «situaciones que permitan a los alumnos utilizar sus propios conocimientos, tomar conciencia de que son insuficientes y adquirir conocimientos nuevos mejor adaptados a la situación». Pero los conocimientos iniciales de los alumnos en materia de demostraciones son familiares a cualquier profesor: en los enunciados numéricos comprueban algún caso particular y, a partir de ahí, deducen la veracidad del enunciado, mientras que en los enunciados geométricos se limitan a mirar el dibujo o, en todo caso, a efectuar alguna medida sobre el mismo, y deducen propiedades basándose en la particular idiosincrasia de dicho dibujo. Por tanto, se trata de definir situaciones didácticas en las que los niños puedan utilizar sus formas iniciales de demostración, pero que en el transcurso de las mismas se ponga de manifiesto que estas formas son insuficientes y se vean obligados, por imperativos de la propia situación, a modificar sus reglas iniciales de razonamiento.

Las situaciones elegidas por los autores del libro son las siguientes:

- En la expresión $n^2 - n + 11$ si se reemplaza n por cualquier número natural se obtiene siempre un número primo.
- Si n es un número par entonces n^2 es un número par.
- ¿Existe un triángulo cuyos lados midan 5 cm, 9 cm y 4 cm?
- Trazar un rectángulo ABCD tal que $AB=8$ cm y $BC=5$ cm.

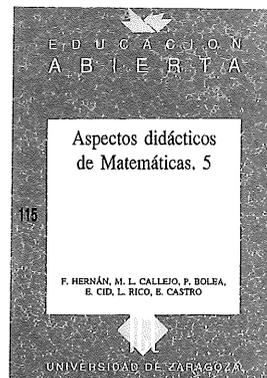
Dibujar un punto E sobre AC de forma que $AE=3$ cm. Trazar la paralela a AD que pasa por E; ella corta a AB en N y a DC en L. Trazar la paralela a AB que pasa por E; ella corta a AD en M y a BC en K. Entre los dos rectángulos EMDL y ENBK ¿cuál es el que tiene mayor área?

- La suma de los ángulos de un triángulo es un ángulo llano.

La gestión de cada situación se lleva a cabo en tres fases: un primer tiempo de trabajo individual para que cada niño pueda pensar por su cuenta en el problema propuesto y tomar decisiones, una segunda fase de trabajo en pequeños grupos que obliga a los niños a comentar y discutir sus propuestas particulares y a ponerse de acuerdo para escribir las conclusiones del grupo en un cartel y, por último, una tercera fase en la que toda la clase, ayudada por el profesor, realiza un debate sobre la validez de las conclusiones obtenidas por cada grupo.

La cuidadosa descripción que el libro hace de las situaciones y su desarrollo, así como el análisis detallado de los resultados y de las dificultades surgidas en su puesta en práctica, permite a cualquier profesor tener la suficiente información para controlar lo que suceda en su propia clase e, incluso, diseñar nuevas situaciones de introducción al razonamiento deductivo. Creemos, por tanto, que este libro ofrece una propuesta didáctica bien fundamentada y útil para los profesores de la Educación Secundaria Obligatoria.

Eva Cid



ASPECTOS DIDÁCTICOS DE MATEMÁTICAS. 5
F. Hernán y otros
ICE, Zaragoza, 1995
ISBN: 84-7791-121-5
182 páginas

Las cinco ponencias que encontramos en este libro abordan aspectos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de notable interés.

En *Estilos de enseñanza. Territorio y límites de la claridad*, el ensayo de Francisco Hernán, el autor emplea un símil para analizar la enseñanza de las matemáticas, basado en el problema de tres cuerpos, que le permite observar el pasado reciente como una sucesión de momentos en los que el centro de gravedad del sistema formado por el que enseñamos, a quién y cómo ha ido basculando de uno de los «cuerpos» al otro. El trabajo constituye una reflexión crítica sobre los problemas de una profesión, la de profesor de matemáticas, que nunca acaba de resolver sus interrogantes. Termina exponiendo su deseo de entrar, en los próximos años, en lo que denomina «el momento de la claridad», en el que la reflexión sobre el lugar, las condiciones y las fronteras de la claridad debe conducir a decisiones educativas de carácter práctico, lo que muestra en algunos ejemplos.

M^a Luz Callejo en *Evaluación de los alumnos en resolución de problemas: tres estudios de casos*, reconoce que, siendo la finalidad de la evaluación el conocimiento de los progresos de los alumnos en la resolución de problemas, es una difícil tarea, sobre todo porque esos progresos se van haciendo realidad a largo plazo. Nos acerca a través de ejemplos de diseño de baremos, escalas, protocolos y planes de evaluación concretos a la práctica evaluativa en este campo.

Pilar Bolea, partiendo del concepto de transposición didáctica, analiza en su ponencia *La transposición didáctica de la geometría elemental* los cambios que han transformado el saber geométrico matemático en la geometría escolar.

La hipótesis de que el conocimiento aritmético adquirido previamente por los alumnos es la causa principal de los errores que éstos cometen en el paso al álgebra, es el punto de partida del texto de Eva Cid titulado *De la aritmética al álgebra: obstáculos epistemológicos y didácticos*. En él, además de desarrollar algunos conceptos teóricos de didáctica fundamental, proporciona propuestas didácticas muy precisas para iniciar el aprendizaje algebraico.

Luis Rico y Encarnación Castro en el último trabajo de este libro, *Pensamiento numérico en educación secundaria obligatoria*, presentan un modelo teórico para caracterizar

el pensamiento numérico y a través del mismo analizan el bloque de números y operaciones del diseño curricular base de la educación secundaria obligatoria.

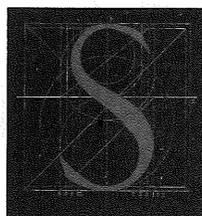
En conjunto estas actas, que dan fe de los encuentros bianuales del ICE de Zaragoza sobre educación matemática en secundaria, vuelven a responder al interés con que son acogidas por los muchos profesores y profesoras que asisten a las sesiones y esto es, sobre todo, por responder a temas candentes en la profesión.

Julio Sancho

VI Jornadas Andaluzas
de Educación Matemática

8-10 de Septiembre de 1993

SEVILLA



ACTAS

**VI JORNADAS ANDALUZAS
DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

Manuel Iglesias (Edit.)

SAEM «Thales», Sevilla, 1995

ISBN: 84-920056-0-2

483 páginas

La Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales» organiza bianualmente unas jornadas cuyo interés trasciende las fronteras de la comunidad andaluza. Este libro recoge las actas de la sexta edición, celebrada en Sevilla en septiembre de 1993.

Además de los resúmenes de las conferencias plenarios aparecen los textos completos de cerca del medio centenar de comunicaciones presentadas a las jornadas, buen síntoma de la vitalidad de la «Thales» y de las propias jornadas. Estas comunicaciones están agrupadas en los siguientes temas:

- El laboratorio de matemáticas.
- Calculadoras en el aula.
- Resolución de problemas.
- Evaluación en matemáticas.
- Matemáticas y medios de comunicación.
- Comentario de texto en matemáticas.
- Enseñanza de las matemáticas en la universidad.
- Formación del profesorado.
- Software en matemáticas.
- Comunicaciones libres.

Obviamente, la calidad de los trabajos es irregular, como no puede ser de otra forma en una publicación colectiva de este tipo.

Es de resaltar la diligencia e interés con que la sociedad «Thales» edita sus actas. En todo congreso, encuentro, jornadas... lo que queda es eso, las actas, y se debería seguir el ejemplo de la misma, para que no quedase un acontecimiento de este tipo sin que llevase aparejado la publicación correspondiente.

Emilio Palacián

VEINTIDÓS SÉPTIMOS

Revista informativa de matemáticas y ciencia

Varios autores

N.º 6, segundo semestre 1995

Flamagás, SA, División didáctica

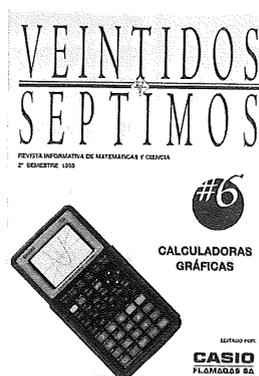
30 páginas

Nos hacemos eco de esta publicación, editada con fines publicitarios, que hemos recibido recientemente, puesto que pensamos que en su contenido aparecen algunas aportaciones de interés para la incorporación de las calculadoras al aula. De hecho, creemos que la mejor publicidad que puede hacer la marca es demostrar las posibilidades didácticas de estos instrumentos. No sabemos que tipo de difusión tiene y cómo es posible recibirla con periodicidad en los centros de enseñanza, aunque sospechamos que es dirigiéndose a los distribuidores locales.

Este número, del que damos noticia, centra su interés en las calculadoras gráficas, muy en sintonía con lo que está ocurriendo en su incipiente implantación, así como con la aparición de numerosos artículos sobre el tema en revistas didácticas.

Destacaríamos los trabajos «La estadística y la calculadora gráfica», «matrices y sistemas de ecuaciones» y la traducción de la primera parte del artículo «Isometrías en el plano cartesiano».

Julio Sancho



NÚMEROS TRIANGULARES Y CUADRANGULARES

Serie: Ojo matemático. Programa 19

Producción: Yorkshire TV, 1992

Distribución:

Metrovídeo Española

C/ Torres Quevedo 1

28760 Tres Cantos

Tfno.: 8032142

VHS, 20 minutos



Existen muchos tópicos sobre los vídeos didácticos de contenido matemático. El primero, muy extendido entre el profesorado de esta materia, es que no existen. El segundo es que, aunque haya alguno, sus contenidos no se ajustan a los currículos que se desarrollan en clase. El tercero es que, aunque traten un tema que tenga que ver con los contenidos que estamos dando en clase, el vídeo no es un recurso serio, que el profesoro profesora lo cuenta mucho mejor y, por tanto, es ese material que se les «pone» a los alumnos en esos días terribles,

después de las evaluaciones, la semana antes de las vacaciones, cuando están cansados... Ya se sabe: «el audiovisual amansa a las fieras...».

Esta serie de vídeo «Ojo Matemático» viene a desmontar de un plumazo estos tópicos y alguno más que, por la brevedad, he omitido pero que están en la mente de todos.

La serie consta de 20 vídeos didácticos, con títulos independientes que abarcan todos los bloques del actual currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria: *Área y Volumen, Ecuaciones y fórmulas, Fracciones y porcentajes, Gráficos, Lógica y resolución de problemas, Números, Probabilidad, Razón y escala, Formas y ángulos, Simetría, Círculos, Decimales, Líneas y redes, Mapas y coordenadas, Medidas, Cálculos aproximados, Números de Fibonacci y números primos, Estadística, Números triangulares y cuadrangulares* y *Cómo abordar los problemas*.

En cada vídeo los contenidos se presentan en bloques de corta duración, marcados por pausas para que los alumnos investiguen sobre cuestiones planteadas por el propio vídeo o por las fichas de actividades que acompañan a la guía didáctica.

No presentan los contenidos de forma cerrada sino que más bien pretende que sea el propio alumno el que vaya construyendo los conceptos y extrayendo sus propias conclusiones sobre los temas planteados. La presentación de los contenidos se basa, por tanto, en una metodología constructivista en la que más que ofrecer respuesta se plantean interrogantes para que sea el alumno el que construya sus propios conocimientos.

Pero, tan interesante como los propios vídeos es la guía didáctica que los acompaña, en la que de una manera clara y precisa se le brinda al profesor una información valiosa sobre la metodología de la utilización del vídeo en la clase. En esta guía, y para cada uno de los programas, se presenta al profesor:

- Por una parte los aspectos didácticos relacionados con el vídeo: Ideas generales tratadas en la película, unas fichas de prácticas para fotocopiar y entregar a los alumnos con problemas e investigaciones de carácter abierto relacionado

con los contenidos del vídeo, y un apartado de Ideas complementarias para extensión de prácticas.

- Por otra, un sumario detallado del programa con indicación de minutado y pausas y los puntos de discusión que se pueden tratar al hilo del visionado, formulados en forma de preguntas concretas.

El programa 19 de esta serie es el vídeo Números triangulares y cuadrangulares. Es un material muy apropiado para desarrollar, con una metodología activa y de investigación por los propios alumnos, uno de los contenidos del segundo ciclo de la ESO: las regularidades numéricas.

El vídeo, de 20 minutos de duración, diversifica los tipos de imágenes, lo que le confiere una agilidad que mantiene de forma constante el interés de los alumnos. Cuenta con imagen real (dramatizaciones con agradables toques de humor, pero presentando problemas matemáticos –el humor no está reñido con las matemáticas–, situaciones de investigación matemática práctica realizadas por alumnos en clase), dibujos animados, animaciones con infografía, gráficos de refuerzo de las ideas... y pausas para separar bloques y proporcionar tiempo a los alumnos para meditar sus respuestas.

Comienza el vídeo con una situación simpática: un empleado de un supermercado derriba una pirámide de rollos de papel. La encargada (estos vídeos tienen un tratamiento muy positivo sobre la educación en valores: planteamiento no sexista en la asignación de roles, marco de convivencia interracial...) le conmina a que reconstruya la pirámide lo que genera una situación de investigación que vertebra todo el documento. ¿La pirámide era triangular o cuadrada? ¿Cuántos rollos tenía la base?...

A partir de esta situación se introducen los números triangulares y diversas situaciones en las que aparecen regularidades numéricas: envases de dulces de forma triangular, suma de los números del 1 al 100, número de apretones de manos entre un número determinado de personas, etc.

De una manera natural, y huyendo de la combinatoria, nos introduce en el frondoso campo de las relaciones numéricas que se dan en el triángulo de Pascal, para descubrirnos que en una de sus líneas paralelas a un lado aparecen los números triangulares, pero que en la siguiente aparecen, ¡sorpresa!, el número de elementos que forman pirámides triangulares.

En la segunda parte, el vídeo aborda las relaciones entre los números triangulares y los números cuadrados y, ¿por qué no?, la relación entre pirámides triangulares y cuadrangulares. Todo ello planteado de una forma ágil y nada formal, ya que son los alumnos los que van descubriendo estas relaciones numéricas, de forma inductiva y gráfica y sin tener que recurrir a herramientas algebraicas en ningún momento.

El vídeo «engancha» desde el primer momento, no sólo a los alumnos, sino también al profesor que se puede ver tentado a desarrollar sus propias investigaciones del siguiente estilo:

- ¿Qué fórmula nos proporciona el número de elementos de una pirámide triangular en función del número de pisos? ¿Y los de una cuadrada?
- ¿Qué pasa en el triángulo de Pascal si cambiamos los unos de uno de los lados por doses? ¿Qué números aparecen en las paralelas al lado de los doses?

Por cierto, al final el empleado del supermercado con los rollos de la pirámide que había tirado construye no una sino dos pirámides.

Sabiendo que había más de 100 rollos ¿podrías decir cuántos había?, ¿cómo son las pirámides que ha construido?, ¿cómo era la original?

Si lo descubres, sin mirar el vídeo, encontrarás no sólo la solución a un problema no rutinario, sino algo mucho más importante: las ventajas del aprendizaje basado en situaciones reales de investigación matemática por parte de los alumnos. Eso es lo que pretende el vídeo.

Antonio Pérez Sanz

SUSCRIPCIONES

Particulares:	3.000 pta (3 números)
Centros:	3.500 pta (3 números)
Número suelto:	1.200 pta

Revista SUMA. ICE Universidad de Zaragoza. Pedro Cerbuna, 12. 50009 ZARAGOZA