

La divisibilidad, ¿En primaria o en secundaria?

Andrés Nortes Checa

Antecedentes

En 1970 la Ley General modificó el Sistema Educativo Español Estableciendo la Educación General Básica desde los 6 hasta los 14 años, subdividida en dos bloques: 1ª etapa (cinco primeros niveles) y 2ª etapa (6º, 7º y 8º). Más adelante, en 1981, el MEC subdividió la EGB en tres ciclos: Inicial (1º y 2º), Medio (3º, 4º y 5º) y Superior (6º, 7º y 8º). Los Programas Renovados (Real Decreto 710/1982 de 12 de febrero) difieren de las Orientaciones Pedagógicas del año 1971, que desarrollaban la Ley General, en que son "más concretas, amplias y desarrolladas y constan de unos niveles básicos de referencia y un documento de apoyo al profesorado" (MEC, 1981). En los Niveles Básicos de Referencia correspondientes al Ciclo Superior los contenidos a impartir se agrupan en los siguientes bloques temáticos: 1) Conjuntos Numéricos; 2) Divisibilidad; 3) Geometría plana; 4) Funciones; 5) Polinomios; 6) Proporcionalidad; 7) Geometría de espacio y 8) Estadística.

El bloque de Divisibilidad, que se iniciaba antes en 5º de EGB, pasa ahora al Ciclo Superior, estudiándolo

lo en N y con el objeto de llegar al estudio del m.c.d. y del m.c.m. que "permitirá la operatividad en \mathbb{Q} y la resolución de problemas" (MEC, 1981, pág. 13).

Según De Prada (MEC, 1981) la temporalización prevista para el bloque de Divisibilidad es de 3 semanas y a título orientativo se incluye en 6º de EGB, con los siguientes objetivos: 1) Adquirir el concepto de múltiplo y divisor y saber reconocer múltiplos y divisores; 2) Reconocer y definir números primos y compuestos; 3) Conocer y memorizar los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 11; 4) Adquirir el concepto de m.c.d. y m.c.m. en N; 5) Calcular el m.c.d. y el m.c.m. de dos o tres números y 6) Plantear y resolver problemas de m.c.d. y m.c.m.

La Reforma del Sistema Educativo

La Reforma del Sistema Educativo Español, en cuyo proceso nos encontramos, empezó a plasmarse por parte del Ministerio de Educación y Ciencia en 1989 con la publicación del Libro Blanco para la Reforma del Sistema educativo, el Diseño Curricular Base de Educación

Infantil, Primaria y Secundaria Obligatoria (I y II) y el Plan de Investigación Educativa de Formación del Profesorado. Posteriormente el B.O.E. publicó la Ley Orgánica 1/1990 de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo; el Real Decreto 1344/1991 (BOE 6.9.91) estableció el Currículum de la Enseñanza Primaria y en 1992 el MEC editó las "cajas rojas" desarrollando aspectos del Real Decreto.

Los contenidos de Enseñanza Primaria, que es donde nos vamos a centrar, han quedado establecidos en cuatro bloques: 1) Números y Operaciones, 2) La Medida, 3) Formas geométricas y situaciones en el espacio y 4) Organización de la Información. En cada uno de estos bloques el MEC (1992) especifica tres tipos de contenidos: a) Conceptos, b) Procedimientos y c) Actitudes. No hay que confundir un concepto en E.P. con un concepto científico acabado, siendo el primer paso el preconcepto y después el concepto que se irá haciendo más elaborado conforme se van modificando los esquemas mentales. Por procedimientos se entienden el conjunto de acciones encaminadas para conseguir una meta, siendo sinónimos de

destreza, técnica, estrategia y método. Las actitudes son contenidos que hay que ir trabajando durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, siendo el gusto por las Matemáticas, la perseverancia en la búsqueda de soluciones, la flexibilidad para cambiar el punto de vista de una situación, etc. contenidos necesarios para aprender otros contenidos matemáticos.

Los contenidos correspondientes al bloque de Números y Operaciones agrupan: 1) Números naturales, fraccionarios y decimales; 2) Números positivos y negativos; 3) Números cardinales y ordinales; 4) Sistema de Numeración Decimal; 5) Numeración romana; 6) Las operaciones de suma, resta, multiplicación y división; 7) Algoritmos de las operaciones; 8) Reglas de uso de la calculadora de cuatro operaciones; 9) Correspondencia entre lenguaje verbal, representación gráfica y notación numérica.

La pregunta

Comparando los antecedentes (Planes Renovados) que especificaban la Divisibilidad como contenido en 6º de EGB (11/12 años) con el futuro (Currículum de Enseñanza Primaria, 6-12 años), puesto que no culminará el proceso hasta el curso 1995/96, se observa que en este bloque temático de Divisibilidad no aparece dentro de la Enseñanza Primaria, ha quedado suprimido, ¿por qué?

Nuestra intención es reflexionar sobre el bloque de divisibilidad den-

tro de la teoría de Piaget y llegar a alguna conclusión que nos pueda contestar a la pregunta que nos hacemos. ¿Es realmente la divisibilidad un contenido cuya adquisición se sitúa en un período posterior a la Educación Primaria?, ¿Es la divisibilidad una operación concreta o una operación formal?, ¿Nuestros niños/as de Educación Primaria están en disposición de poder adquirir conceptos de m.c.d., m.c.m., múltiplo, divisor, etc.?, ¿Es necesario estar en el período de las operaciones formales para adquirir estos conocimientos?

Para ello vamos a recordar los esquemas aditivo y multiplicativo y la conservación del número como paso previo al análisis de los conceptos de divisibilidad a la luz de teoría de Piaget.

Los esquemas aditivo y multiplicativo

Cuando se conserva el número, decimos que el número se ha constituido en un invariante. Así el número 7 es un invariante porque puede ser descompuesto en $4+3$, en $5+2$, en $6+1$ y no pierde su sentido; el todo y las partes se conservan simultáneamente, de tal forma que dado el 7 y el 4 se puede encontrar el 3 y dado el 7 y el 3 se puede hallar el 4. Eso quiere decir que el número se conserva, que tiene una entidad.

El número empieza a tener entidad con arreglo al primer esquema que hay, que es el esquema aditivo. Pero esto no quiere decir que el número se haya constituido como con-

cepto, se ha constituido como concepto respecto a la operación suma.

El número se puede componer y descomponer en base otros esquemas, como son los esquemas multiplicativos.

Así el 8 puede ser descompuesto en 4 por 2 o puede ser descompuesto en 1 por 8, y además el esquema puede ser conmutativo. Esto es lo que se definiría como la conservación del 8 desde el punto de vista de los esquemas multiplicativos.

Tendríamos pues la conversación del 7 desde el punto de vista de los esquemas aditivos y la conservación del 8 desde el punto de vista de los esquemas multiplicativos.

¿Qué entidad tiene la conservación del número? ¿Eso qué supone? Con esto sabemos que el número es algo con lo cual se permite clasificar y ordenar la realidad.

La clasificación y la ordenación de la realidad se hace en base a los esquemas aditivos y a los esquemas multiplicativos. El 8 se puede conservar desde el punto de vista de los esquemas multiplicativos, es decir, conservar quiere decir que el todo y las partes tienen sentido. A pesar de que el todo se descomponga en partes, el todo sigue existiendo como tal, el todo se conserva. Esto supone que la conservación del todo, si se la descompone en partes, dada una parte y el todo, se puede obtener la otra parte.

Múltiplo y divisor

Ahora bien, ¿qué es el múltiplo y el divisor? Proviene de los esquemas

multiplicativos. Es simplemente decir: Si el 8 se puede descomponer en 4 por 2, entonces 4 y 2 son divisores de 8. Lo único que utilizamos es una nomenclatura nueva, es la conservación de un todo mediante un esquema concreto.

Una vez que se conserva el 8 desde el punto de vista de los esquemas multiplicativos, a 8 se le llama múltiplo de 2 y a 2 se le llama divisor de 8.

El esquema es vicariante con respecto al esquema multiplicativo, es decir, las vicariancias multiplicativas cuyo término puede parecer nuevo, significa que el esquema vicariante es el esquema de descomposición de un todo en distintas partes. Así Piaget pone el ejemplo de los seres humanos que se descomponen en Suizos y No Suizos o Españoles o No Españoles, etc., pero el todo se conserva; este esquema vicariante se puede aplicar aquí pues lo único que llega a decir es que el sujeto ha construido vicariancias con esquemas tanto aditivos como multiplicativos.

Sabemos que los ocho argumentos mayores que establece Piaget son clases y relaciones, aditivos y multiplicativos y son simples y vicariantes, dando lugar a:

	Clases	Relaciones
Aditivos	Simples	Simples
	Vicariantes	Vicariantes
Multiplicativos	Simples	Simples
	Vicariantes	Vicariantes

Utilizamos el agrupamiento más adecuado en cada caso para explicar un concepto determinado. Aquí utilizamos la vicarianza multiplicativa.

El sujeto lo único que hace es poner una estructura de agrupamiento que ya posee cambiándola de nombre (múltiplos y divisores) y aplicando el agrupamiento vicariante descompone el 8 en distintos factores como 4 por 2, 8 por 1 y decir que esos son todos los divisores del 8.

El concepto de múltiplo de un número es más sencillo porque se trataría de aplicar un esquema iterativo, pues para ver los múltiplos de 2 basta con multiplicar el conjunto de números naturales por 2.

Resumiendo, el concepto de múltiplo y divisor se genera a partir de la aplicación de un esquema multiplicativo. Pero el hecho de aplicar un pensamiento vicariante en este objetivo, no nos garantiza la construcción de todos los divisores de un número.

Una vez que se estudie la descomposición de un número en factores primos, la forma de obtener todos los divisores de un número sería aplicar un esquema combinatorio que es operación formal.

La construcción de múltiplos y divisores no pasa de ser una operación concreta, mientras que la obtención de todos los divisores de un número es operación formal.

M.C.D. y M.C.M.

La descomposición de un número en factores primos ya supone una

operación formal porque es una operación sobre otra operación. Ya no supone hacer una descomposición de un número sino una descomposición de un número en función de unas determinadas reglas, es decir, no de todos los números sino de sólo algunos números y esos números tienen que tener unas características específicas. Supone aplicar un esquema sobre otro esquema, supone aplicar el esquema de números primos y efectuar una descomposición en función de ese esquema que se ha fijado.

Cuando se interaccionan dos operaciones concretas distintas, estamos hablando de una operación formal. Hay que resaltar que sean operaciones concretas distintas porque cuando son iguales se obtiene una operación concreta. Ese es el caso de la multiplicación que resulta de la intersección de dos operaciones concretas idénticas.

La obtención del m.c.d. y del m.c.m. que supone previamente la descomposición en factores primos, es operación formal.

Ocurre que a los 11-12 años se suele introducir el concepto de m.c.d. de dos números hallando en primer lugar todos los divisores de dichos números; después, obteniendo los comunes y por último el mayor de todos, será el m.c.d. de dichos números.

De igual forma el concepto de m.c.m. de dos números se introduce hallando primero los múltiplos de dichos números; después, obtenido

los comunes y por último el menor de todos ellos, será el m.c.m. de dichos números.

Pero cualquier concepto se construye primero como intuición, después como preconcepto y por último como operación. Podemos decir que la operación es formal pero previamente tiene que haber pasado por unas etapas concretas (la de intuición y la de preconcepto) y el obtener el m.c.d. y el m.c.m. como se ha señalado anteriormente es un preconcepto del m.c.d. y del m.c.m.

Este preconcepto, ¿nos permite dado el m.c.d. y un número, calcular el otro? ¿Se puede hacer reversible así simplemente? No porque todavía no es formal.

No podemos llegar a un alumno de esta edad y enseñarle directamente una operación, ya que primero hay que pasar por una intuición simple y después por una intuición articulada y finalmente llegar al concepto, ¿pero cuándo? Cuando se ha hecho reversible.

La forma anterior de calcular el m.c.d. y el m.c.m. es válida lo mismo que lo es una intuición o un preconcepto, son etapas que tiene que lograr para constituirse un concepto, dicha etapa es concreta. Sin embargo como concepto es formal.

Si introducimos el m.c.d. de dos números solamente partiendo de los divisores de dichos números estamos haciendo una intuición que no es una operación, como no es operación no es formal y se queda en el

plano de lo concreto. ¿Por qué no es una operación? Porque no me permite hacerla reversible.

Resumiendo, la descomposición de un número en factores primos es una operación formal y tanto la obtención del m.c.d. como el m.c.m. que se derivan de la descomposición en factores primos, son operaciones formales.

Conclusión

La consideración de excluir el bloque temático de Divisibilidad desde el punto de vista de concepto es acertada. Sin embargo, los conceptos antes de introducirse como tales, tienen una fase previa intuitiva, después de preconcepto y por último de concepto y desde esta perspectiva el MEC podría haber incluido dentro del bloque de Números y Operaciones un apartado de "introducción a la divisibilidad" una vez visto la división, porque a partir de la división exacta de números naturales los preconcepto de múltiplo y divisor son operaciones concretas, así como los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 11 que pueden introducirse mediante ensayo-error o la obtención del m.c.d. y m.c.m. de dos números son un paso previo a su inclusión como concepto en la Educación Secundaria Obligatoria y en consecuencia su ausencia en la Enseñanza Primaria denota un "olvido" su no introducción como preconcepto en esta etapa educativa de 6 a 12 años.

A la pregunta formulada de "Divisibilidad, ¿en Primaria o en Secundaria?" habría que contestar:

Divisibilidad en Primaria y en Secundaria. En Primaria como preconcepto y en Secundaria como concepto.

Bibliografía

- * FLAVELL, J. (1979). **La psicología evolutiva de Jean Piaget**. Barcelona, Paidós.
- * INHELDER, B. Y PIAGET, J. (1985). **De la lógica del niño a la lógica del adolescente**. Buenos Aires, Paidós.
- * MEC (1981). **Matemáticas**. Madrid, MEC.
- * MEC (1989c). **Diseño Curricular Base. Educación Primaria**. Madrid, MEC.
- * MEC (1991). **Real Decreto 1344/1991 de 6/9/91. (BOE 220 de 13.9.91) sobre Curriculum Enseñanza Primaria**. Madrid, BOE.
- * MEC (1992). **Primaria. Área de Matemáticas**. Madrid, MEC.
- * NORTES CHECA, A. (1990). **El paso de las operaciones concretas a las formales. Un análisis en el dominio de las matemáticas**. Murcia, Servicios de Publicaciones Universidad de Murcia.
- * NORTES CHECA, A. Y SERRANO GONZÁLEZ-TEJERO, J. M. (1991). **Operaciones concretas y formales**. Servicio de Publicaciones Universidad de Murcia.
- * PIAGET, J. (1986). **La epistemología genética**. Madrid, Debate.

Andrés Nortes Checa
Facultad de Educación
Univ. de Murcia