

Funciones Polinómicas

José M^a Menéndez Lobato

De todos son conocidas las dificultades que nuestros alumnos y alumnas experimentan con este bloque temático a pesar de haber iniciado su estudio al final de la etapa de E.G.B.

La experiencia constata que, lejos de ser solucionadas, dichas dificultades se presentan de nuevo en cursos posteriores, a pesar de ser ampliado y formalizado el concepto de función.

En el presente trabajo, se propone como una alternativa metodológica válida, frente a actividades de lectura e interpretación de gráficas, la utilización de la aplicación informática G.C.

Sus mínimos requerimientos de tipo hardware: una disquetera de 5 1/4 de doble densidad -360 K- y tarjeta gráfica CGA, y su facilidad de ser adaptada a las necesidades del profesor la posibilitan como una herramienta de amplio uso en el aula.

Presentación

De todos son conocidas las dificultades que nuestros alumnos y alumnas experimentan con este bloque temático a pesar de haber iniciado su estudio al final de la etapa de E.G.B. Si bien, en cursos posteriores, se amplía y formaliza el concepto de función dichas dificultades, lejos de ser solucionadas, se presentan de nuevo.

Estas se refieren a actividades de los tipos siguientes:

a) Lenguaje algebraico.

- Verificar, a partir de sus coordenadas, si un punto dado satisface una ecuación dada.
- Determinar, dada una ecuación, sus elementos característicos: pendiente, vértice, puntos de corte, etc.

b) Lenguaje gráfico.

- Verificar, a partir de las coordenadas de un punto dado, si pertenece a una gráfica dada.
- Determinar imágenes, antiimágenes y coordenadas de puntos a partir de una gráfica dada.
- Deducir elementos característicos en una situación gráfica dada: pendiente, ordenada en el origen, vértice, puntos de corte, etc.

y las consecuentes tareas de traducción de un lenguaje a otro. Así se pueden mencionar, entre otras, las siguientes:

- Deducir ecuaciones a partir de situaciones gráficas dadas.
- Verificar si una ecuación dada corresponde a una situación gráfica dada.

En el presente trabajo, se propone como una alternativa metodológica válida, frente a actividades de lectura e interpretación de gráficas, la utilización, basada en la metodología de ensayo-error, de la aplicación informática G.C.

Este programa nos proporciona un planteamiento gráfico de parte de los contenidos del actual Bachillerato (y de la E.S.O.), así como incursiones en niveles superiores. Así, entre otras, cabe mencionar las siguientes aplicaciones:

- Búsqueda de funciones cuya expresión corresponda con una situación gráfica dada.
- Representación gráfica de una función determinada, dada de manera explícita, con posibilidad de efectuar Zoom para un estudio más detallado.

- Construcción y cálculo, a partir de unos valores dados de la variable independiente y del incremento, de la tabla de valores, de incrementos, los valores de la derivada en los puntos correspondientes, y las respectivas secantes.
- Estudio de la variación, en un intervalo, de la función pendiente.
- Representación y cálculo aproximado del área delimitada, en un intervalo, por la gráfica de una función y el eje de abscisas, incluyendo los métodos de los trapecios y de Simpson.
- Estudio de la variación de la función superficie.
- Resolución de ecuaciones numéricas por los métodos de bisección, regula-falsi, Newton-Raphson y $f(x)=x$.
- Cálculo de los términos del polinomio de Taylor de una función.
- Representaciones paramétricas y en tres dimensiones.

Veamos seguidamente las facilidades de dicho programa que han sido objeto de uso en la experiencia llevada a cabo:

Opción 1 (*Buscar expresión de funciones*).

Permite deducir la expresión matemática correspondiente a la función cuya gráfica se nos muestra en pantalla. Se puede elegir entre dos niveles de dificultad (inicial y medio) y trabajar, según el nivel, con hasta 7 tipos distintos tanto algebraicas como trascendentes.

Elegido el nivel y tipo deseado de función se nos requiere para que introduzcamos el ordinal de la función a probar. Acto seguido se nos muestra, en pantalla, una gráfica a la espera de que se introduzca una expresión. Si la expresión introducida corresponde con la gráfica mostrada presenta el correspondiente mensaje mostrando su gráfica, junto con la de prueba. En caso contrario permite probar nuevamente limpiando, previamente si se desea, la pantalla. Si se elige la opción de no limpiar la pantalla podremos tener, simultáneamente, en pantalla cada uno de los sucesivos intentos lo cual es útil para realizar aproximaciones sucesivas.

Una vez acertado, si se pulsa retorno, nos pedirá un nuevo número para probar con otra función. Caso de no acertar y, si pulsamos ESC, nos pedirá nuevo nivel, tipo y número para probar con otra función.

Una característica muy interesante de este programa es que, en cada nivel, los tipos de funciones a probar, el número total de funciones y sus expresiones matemáticas están contenidos en uno de los ficheros del disco, *funcion.txt*. Este fichero es un fichero ASCII lo cual permite su fácil modificación por parte del profesor. Sin duda este será uno de los aspectos que más valorará el profesorado que se anime a su utilización en el aula. Asimismo, el número de intentos también. Para ello solo habrá que especificarlo en la opción Opciones del menú principal.

Opción 2 (*Dibujar gráficas*).

Muestra en pantalla la gráfica de una función dada, en unos intervalos dados de las variables independiente y dependiente (que puede ser una ya analizada con otras opciones utilizada en la misma sesión).

Permite realizar, para una función dada, las siguientes actividades:

- Obtener, a partir de una abscisa dada, la ordenada del punto correspondiente de la gráfica.
- Obtener, a partir de un valor inicial y un incremento dados de la variable independiente, la tabla de valores.
- Efectuar Zoom para ampliar una zona determinada. Para ello se deberán marcar dos esquinas diametralmente opuestas con la tecla Retorno, utilizando para ello las teclas de movimiento del cursor para posicionarse en los lugares deseados. Puede seleccionarse movimientos más rápidos, activando la tecla BloqNum.
- Modificar el dominio de las variables independiente y dependiente.

Puede trabajar con hasta 20 funciones, visualizándose simultáneamente con diferentes colores según las capacidades de la tarjeta gráfica instalada. En todo caso, solo una es activa y es sobre esta sobre la que actuarán las distintas opciones elegidas. Evidentemente, se puede cambiar de función activa.

Opción 3 (Ampliar).

Permite representar gráficamente y efectuar un estudio detallado, en unos intervalos dados de las variables independiente y dependiente, de una función dada (que puede ser una ya analizada con otras opciones utilizada en la misma sesión).

Permite realizar las siguientes actividades:

- Mover un cursor situado sobre la gráfica, mostrando las coordenadas de dicho punto. La magnitud del desplazamiento del cursor puede ser fijada por el usuario, en el intervalo (10^{-10} , 10^5).
- Mostrar, simultáneamente con la gráfica, la ampliación de una zona determinada, centrada en dicho cursor.

Si, previamente, se delimita la zona a ampliar (con las dos opciones de zoom, correspondientes a aproximación o alejamiento) el zoom se efectuará con relación a esta, en caso contrario se centrará con relación a la posición del cursor. Cuando se esta delimitando la zona deseada el programa calcula automáticamente el factor correspondiente (comprendido en el intervalo (10^{-18} , $5 \cdot 10^{11}$), por defecto es 2). A mayor aumento, evidentemente, menor zona ampliada. La zona marcada se puede desplazar sobre la gráfica.

- Introducir una función extra, que nos permitirá (al ir movien-

do el cursor) comparar las ordenadas correspondientes en ambas funciones, para un valor de abscisa dado.

- Modificar el dominio de las variables independiente y dependiente.

Por ultimo es de destacar que si bien esta aplicación no tiene toda la calidad deseable, en cuestión de presentación en pantalla, sus requerimientos de tipo hardware son mínimos (una disquetera de 5 1/4 de doble densidad -360 K- y tarjeta gráfica CGA) y cumple satisfactoriamente con los objetivos propuestos.

Descripción de la experiencia

Objetivos

Como se ha comentado previamente, se pretendía incidir en la lectura e interpretación de gráficas, con el objeto de desarrollar las siguientes capacidades y procedimientos:

- a) Dada una gráfica:
 - Verificar, a partir de las coordenadas de un punto dado, si este pertenece a la gráfica.
 - Determinar imágenes, antiimágenes y coordenadas de puntos de la misma.
 - Deducir los elementos característicos de dicha representación: pendiente, ordenada en el origen, vértice, puntos de corte, etc.
 - Deducir la ecuación correspondiente.

- b) Dada una expresión matemática:

- Verificar, a partir de las coordenadas de un punto dado, si este satisface dicha ecuación.
- Determinar sus elementos característicos: pendiente, vértice, puntos de corte, etc.
- Verificar si dicha ecuación corresponde a una situación gráfica dada.

Metodología

Eminentemente práctica y motivadora debido al propio carácter del material utilizado. A partir del desarrollo de algunas cuestiones generales relativas al concepto de función, llevado a cabo en la propia clase con soporte papel y pizarra de una manera intuitiva y gráfica, se procedió en una sesión previa, desarrollada en el aula de Informática, a mostrar a los participantes (un grupo de 1º de B.U.P.) el programa a utilizar así como las opciones del mismo a utilizar posteriormente.

Por ultimo, a lo largo de diversas sesiones, se le fueron entregando a los participantes distintas hojas de actividades a realizar en el aula de Informática.

Contenidos desarrollados

- Generalidades sobre funciones: concepto, gráfica, simetría, crecimiento/decrecimiento.
- Funciones polinómicas.
- Función polinómica de 1º grado. Pendiente y ordenada en el origen. Puntos de corte con los ejes de coordenadas.
- Función polinómica 2º grado. Vértice de la parábola. Puntos de corte con los ejes de coordenadas. Tasa de variación.

Actividades desarrolladas

Se adjuntan las hojas entregadas a los participantes, relativas a la utilización del programa y a la fase de traducción entre los lenguajes algebraico y gráfico (sin el uso del programa).

En las hojas donde se hace uso de la facilidad del programa de preguntarnos por la expresión correspondiente a una gráfica dada, se prepararon secuencias de funciones de dificultad creciente y que hacían intervenir los distintos elementos paulatinamente.

Evaluación de la experiencia

La metodología y material utilizado han permitido llevar a cabo un tratamiento eminentemente práctico, gráfico e intuitivo, de los contenidos desarrollados, potenciando el trabajo en equipo y «obligando» a alumnos y alumnas que en el desarrollo de una clase sin esta herramienta hubieran sido pasivos a actuar de una manera mas positiva.

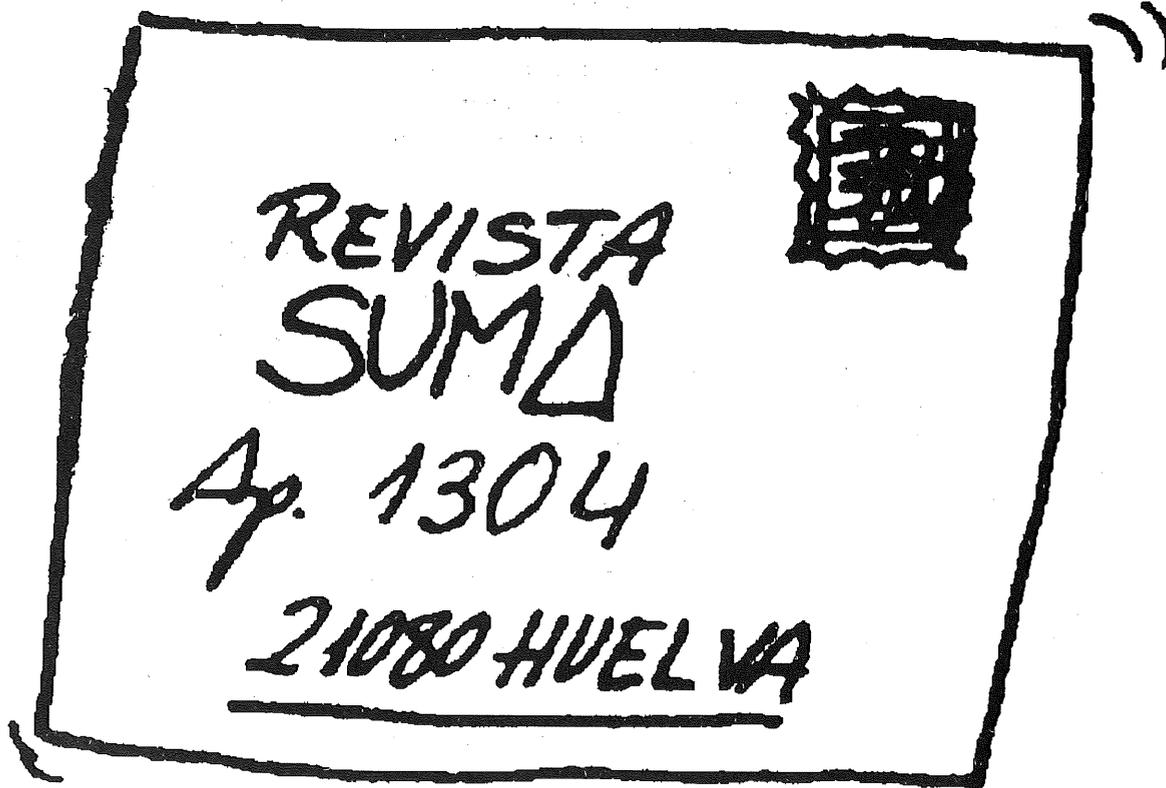
Por otra parte, la figura del profesor como algo infalible ha quedado relegada a un segundo plano permitien-

do que cada alumno, a partir del propio ritmo de aprendizaje, haya podido redescubrir por si mismo resultados que de otra manera hubiera tenido que asumir de manera mas dogmática (porque lo dice el profesor).

Por lo que, en definitiva, el resultado de la experiencia ha sido altamente satisfactorio para todos los implicados.

José M^º Menéndez Lobato

I.B. Azahar (Sevilla)





Funciones Polinómicas-1

- Dibuja la gráfica de la función $f(x) = x$, para valores de x e y desde -3 hasta 4.
- Obtén, para dicha función, la siguiente tabla de valores: desde un primer valor de -3, de la variable independiente x , con incremento 1 y ocho en total.
Compara cada pareja de valores de dicha tabla con los puntos de la gráfica.
- ¿Puedes decir el valor de la variable dependiente y que correspondería a $x = 5$?
¿Coincide con el valor que te proporciona el programa? Si no es así, razona dónde puede estar tu error.
- Considera, ahora, la función $f(x) = 2x$. Obtén su gráfica y su tabla de valores.
- Muevete por la gráfica y observa las coordenadas de los puntos por donde pasa (los valores mostrados son los mismos que en la tabla de valores).
- ¿Cuál sería la ordenada del punto correspondiente a la abscisa $x = 6$? ¿Coincide con el valor mostrado por el programa? En definitiva, tendrías que poner:
 $P(6, \quad)$
- ¿Cuál sería la abscisa del punto correspondiente a la ordenada $y = 20$? Te proporciona el programa el valor 20 como ordenada correspondiente a la abscisa que has calculado? En definitiva, completa $Q(\quad, 20)$.

- Considera la función $f(x) = -(1/4)x$. Determina un par de puntos de su gráfica:

$$P(\quad , \quad), Q(\quad , \quad)$$

- Dibuja las siguientes funciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = x \\ f(x) = 3x \\ f(x) = (3/4)x \\ f(x) = -2x \\ f(x) = -3x \\ f(x) = -(2/3)x \end{array} \right.$$

¿Cumplen alguna propiedad las tres primeras gráficas?

¿Y las tres últimas?

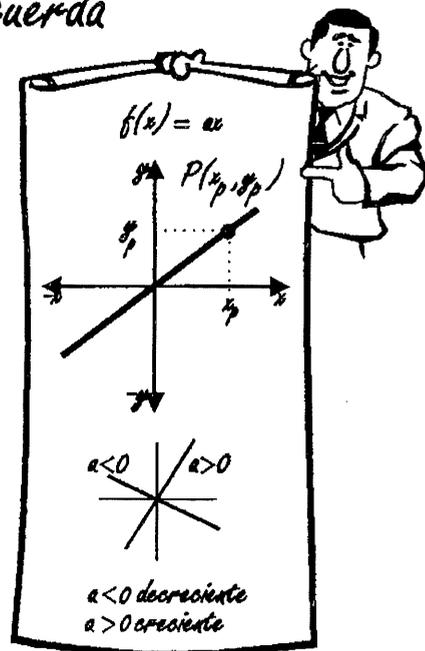
Es decir:

Pasan por el punto _____

Si el coeficiente que acompaña a x es >0 las gráficas son: _____

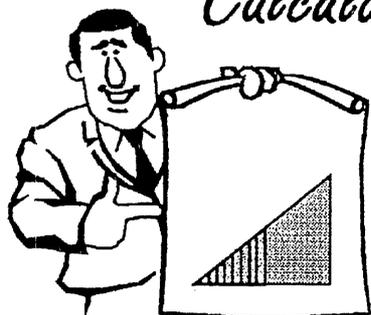
Si el coeficiente es <0 las gráficas son: _____

Recuerda

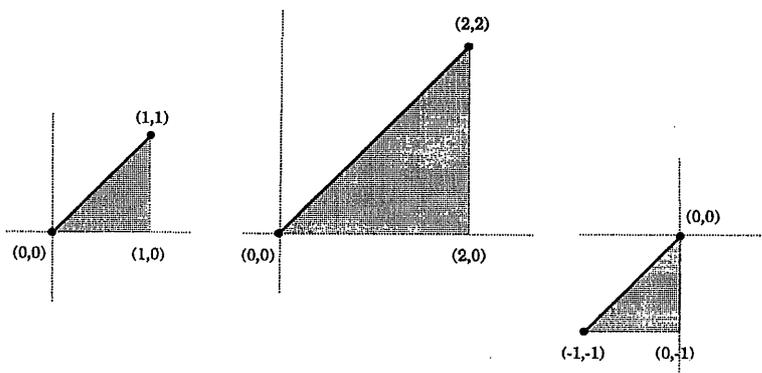


Funciones Polinómicas-2

Calculando pendientes



- Dibuja la gráfica de la función $f(x) = x$, para valores de x e y comprendidos entre -3 y 4 .
 Observa que puedes considerar (imaginariamente) las siguientes figuras:



donde los puntos indican puntos respectivos de la gráfica de la función.

Comprueba que al dividir, en los tres triángulos rectángulos, la medida del cateto vertical por la del cateto horizontal se obtiene una cantidad constante.

☞ Medida del cateto vertical: diferencia de ordenadas.

Medida del cateto horizontal: diferencia de abscisas.

Caso en que un extremo de la hipotenusa sea el origen: coordenadas del otro extremo.

Compara el valor obtenido anteriormente con el coeficiente de x , en la expresión de dicha función.

- Considera, ahora, la función $f(x) = -2x$. Haz un estudio similar. ¿Cuál es el valor obtenido en este caso?

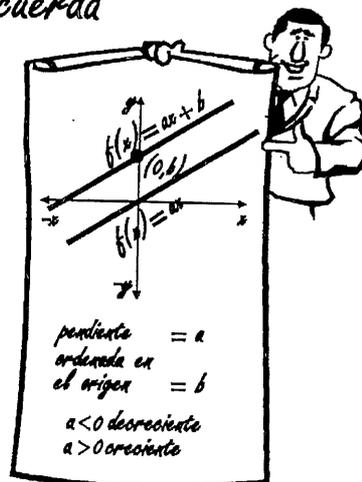


- Considera la función $f(x) = x$. Obtén su gráfica.
 Compara, ahora, la gráfica de la función $g(x) = 2x$ con la anterior.
 Considera los puntos, en ambas gráficas, correspondientes a la abscisa $x = 1$.
 ¿Qué pasa con el valor de la ordenada en el 2º caso, con relación al primero?
 ¿Qué pasa con las correspondientes pendientes?
 ¿Y con las gráficas de las funciones?
 Haz lo mismo para $x = 2$ y para $x = -3$.
 Repite el proceso para $h(x) = 3x$.

- Considera la función $f(x) = 2x$. Obtén su gráfica.
 Compara la gráfica de la función $g(x) = 2x + 3$ con la anterior.
 ¿Qué pasa con las correspondientes pendientes? ¿Y con las gráficas de las funciones?
 ¿Qué punto corresponde en la gráfica de la 2ª función al valor $x = 0$?

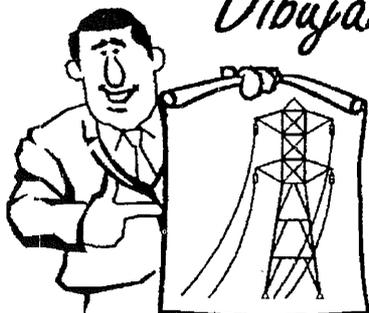
- Pide al programa que te muestre gráficas de funciones y busca la expresión matemática que corresponda a cada caso.

Recuerda

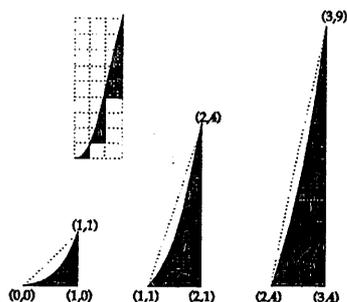


Funciones Polinómicas-3

Dibujando líneas



- Dibuja la gráfica de la función $f(x) = x^2$, para valores de x e y desde -3 hasta 4.
- Obtén, para dicha función, la siguiente tabla de valores: desde un primer valor de -2, de la variable independiente x , con incremento 1 y cinco en total.
Compara cada pareja de valores de dicha tabla con los puntos de la gráfica.
- Muevete por la gráfica y observa las coordenadas de los puntos por donde pasa (los valores mostrados son los mismos que en la tabla de valores).
- ¿Puedes decir el valor de la variable dependiente $f(x)$ que correspondería a $x = -4$?
¿Coincide con el valor que te proporciona el programa? Si no es así, razona dónde puede estar tu error.
- Comprueba que la *tasa de variación* es, a partir de $x = 0$, mayor (crece) tanto más deprisa cuanto más a la derecha estemos. Para ello considera las siguientes figuras:

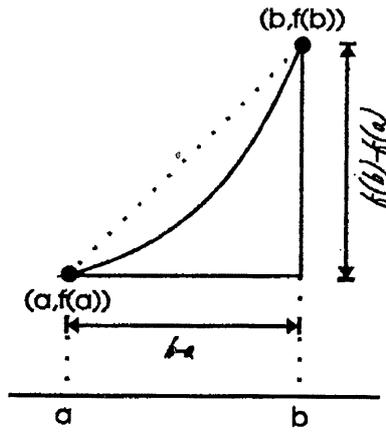


y calcula las pendientes de los segmentos de recta punteados.

☞ En general, definimos la tasa de variación, de la función, en el intervalo $[a, b]$ como el valor del siguiente cociente:

$$TV_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

cuya interpretación gráfica es:

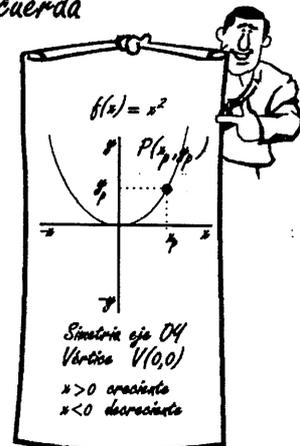


teniendo el mismo valor que la pendiente del segmento de recta punteado que une los dos puntos de la gráfica $(a, f(a)), (b, f(b))$.

- Compara los valores de la ordenada correspondientes a las abscisas $x = -2$ y $x = 2$.
 ¿Ocurre lo mismo para otros valores de la abscisa?
 ¿Cumple alguna propiedad especial dicha gráfica?

☞ Simétrica respecto del eje: _____
 Vértice en el punto: _____

Recuerda



Funciones Polinómicas-4



- Considera, ahora, la función $f(x) = (x-2)^2$. Obtén su gráfica y su tabla de valores.
 ¿Cuál sería la ordenada correspondiente a la abscisa 0? Por tanto, pasa por el punto $P(0, \quad)$.
 Comparala con la gráfica de la función $f(x) = x^2$.
 ¿Observas alguna propiedad destacable?
 Comparalas con la de la función $f(x) = x^2 - 2$. ¿Cuál sería la ordenada correspondiente a la abscisa 0 en este caso? ¿Por qué punto pasa?
- ¿Cuál de las funciones consideradas anteriormente tiene una gráfica que se obtenga a partir de la de $f(x) = x^2$ mediante una traslación vertical? Dicha traslación es ¿hacia arriba o hacia abajo?
- ¿Cuál de las funciones consideradas anteriormente tiene una gráfica que se obtenga a partir de la de $f(x) = x^2$ mediante una traslación horizontal? Dicha traslación es ¿hacia la izquierda o hacia la derecha?
- Repite el proceso anterior para las funciones:

$$\begin{cases} f(x) = (x + 1)^2 \\ f(x) = (x - 2)^2 - 3 \\ f(x) = (x + 1)^2 + 3 \end{cases}$$

- Representa las gráficas de las funciones $f(x) = x^2$ y aquellas, de las anteriores, que sean trasladadas horizontalmente de ellas. ¿Cuándo la traslación es hacia la derecha? ¿Cuándo hacia la izquierda? Haz lo mismo con las trasladadas verticalmente. ¿Cuándo es hacia arriba? ¿Cuándo hacia abajo?

☞ El vértice de $f(x) = (x - u)^2 + v$ es $V(u, v)$.

- Representa gráficamente la función $f(x) = x^2 - 4x + 5$. ¿Podrías haber localizado ahora el vértice tu mismo?

☞ Tendrás que convertir su expresión en una de las del tipo anterior:

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 5 &= 2 \cdot 2 \cdot x + 5 = [x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 4 - 4] + 5 = \\ &= [x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 4] - 4 + 5 = (x - 2)^2 - 4 + 5 = (x - 2)^2 + 1 \end{aligned}$$

En todo caso, ten en cuenta lo siguiente:

$(x - u)^2 + v = x^2 + u^2 - 2ux + v = x^2 - 2ux + u^2 + v$
y, por tanto, si deseas poner $x^2 + px + q$ en dicha forma, lo que tendrás hacer es resolver:

$$\begin{cases} -2u = p \\ u^2 + v = q \end{cases}$$

de donde se pueden obtener u y v .

- Representa gráficamente la función $f(x) = 2x^2$. ¿Cómo es su gráfica en comparación con la de $f(x) = x^2$? En lugar de estrecharse, una gráfica podría abrirse. ¿Podrías decir que gráfica es más estrecha que la de $f(x) = x^2$ en un factor de $(1/2)$? Obtén su gráfica y compruébalo. ¿Y para un factor de -3 ?
- Representa gráficamente la función $f(x) = 3x^2 - 12x + 3$. ¿Es más ancha de lo "normal" o más estrecha? ¿Puedes decir cuál es su vértice?

☞ Tendrás que ponerla en la forma $a(x - u)^2 + v$, por lo cual:

$$\begin{aligned} f(x) = 3x^2 - 12x + 3 &= 3[x^2 - 4x + 1] = 3[x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 4 - 4 + 1] = \\ &= 3[x^2 - 4x + 4 - 3] = 3[(x - 2)^2 - 3] = 3(x - 2)^2 - 9 \end{aligned}$$

o bien, como:

$$\begin{aligned} a(x - u)^2 + v &= a(x^2 - 2ux + u^2) + v = \\ &= ax^2 - 2aux + au^2 + v \end{aligned}$$

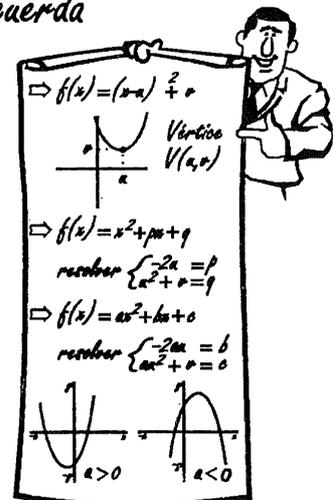
si deseas poner $ax^2 + bx + c$ en la forma $a(x - u)^2 + v$ tendrás que resolver:

$$\begin{cases} -2au = b \\ au^2 + v = c \end{cases} \quad \begin{cases} -2 \cdot 3 \cdot u = -12 \\ 3 \cdot u^2 + v = 3 \end{cases}$$

de donde obtendrías, igualmente, los valores -2 y 9 .

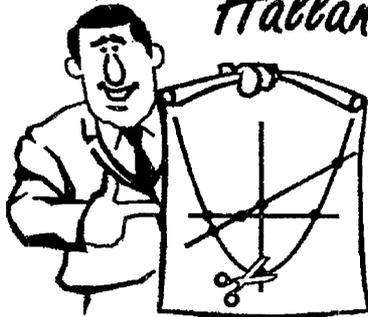
- Pide al programa que te muestre distintas gráficas y busca la expresión matemática que corresponda a cada caso.

Recuerda



Funciones Polinómicas-5

Hallando cortes



- Dibuja la gráfica de la función $f(x) = 4x$ y di cuál es el punto de corte con el eje de ordenadas. ¿Y con el eje de abscisas?

Haz lo mismo para la función $f(x) = -3x + 2$. ¿Cuál sería la ordenada correspondiente a la abscisa 0? ¿Podrías haber determinado las coordenadas de dichos puntos sin apoyarte en ninguna figura?

☞ $f(x) = ax + b$

Punto de corte con el eje de ordenada es $(0, f(0))$. Por tanto dale a x el valor 0 y obtén $f(0)$.

Punto de corte con el eje de abscisas es $(x, 0)$. Por tanto dale a $f(x)$ el valor 0 y despeja x .

- Representa la gráfica de la función $f(x) = 3x^2$ y di cuáles son los puntos de corte con cada uno de los ejes de coordenadas.

Haz lo mismo con las funciones siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = x^2 - 1 \\ f(x) = x^2 - 3x \\ f(x) = x^2 - x - 2 \\ f(x) = (4/3)x^2 + (4/3)x - (8/3) \end{array} \right.$$

¿Podrías haber calculado sus coordenadas sin apoyarte en ninguna figura?

- ☞ El procedimiento anterior sigue siendo válido pero, además, observa que, para hallar dichas raíces, puedes hacer operaciones transformando la expresión inicial:

$$x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$$

$$x^2 - 3x = x(x - 3)$$

o factorizar el polinomio correspondiente:

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$$

$$(4/3)x^2 + (4/3)x - (8/3) = (4/3)(x + 2)(x - 1)$$

obteniendo expresiones de donde se deducen rápidamente las abscisas correspondientes a los puntos buscados. Luego basta calcular las ordenadas respectivas.

- Obtén las gráficas de las funciones $f(x) = x$ y $g(x) = (x + 1)^2 - 3$ y determina las coordenadas de los puntos de corte.
- Haz lo mismo para las funciones siguientes:

$$\begin{cases} f(x) = 2 \\ g(x) = x^2 - 2 \end{cases}$$

- ☞ Estos dos últimos ejemplos te proporcionan un procedimiento gráfico para la resolución de cualquier ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ de 2º grado:

divides por a todos los términos de la ecuación obteniendo $x^2 + (b/a)x + (c/a) = 0$ que se puede escribir poniendo $(b/a) = -p$; $(c/a) = -q$, en la forma $x^2 - px - q = 0$, o bien $x^2 = px + q$.

Los valores de x que tienen la misma ordenada en ambas funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = px + q$ verifican la ecuación $x^2 = px + q$ verifican la ecuación $x^2 = px + q$, o sea que son soluciones de la ecuación propuesta.

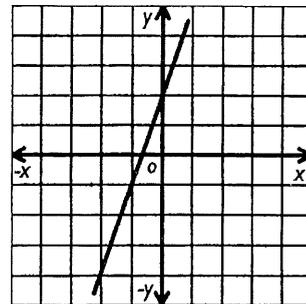
- Resuelve gráficamente la ecuación $x^2 - x - 2 = 0$.

Funciones Polinómicas-6

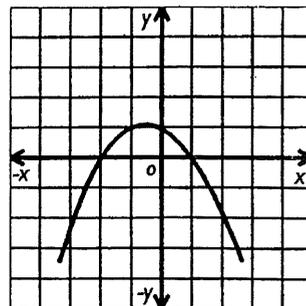
Haciendo traducciones



- Dada la función polinómica $f(x) = -3x + 2$, se pide:
 - a) ¿Pertenece el punto $P(1,4)$ a la gráfica de dicha función?
 - b) Determinése el punto de su gráfica que tenga de ordenada -1 .
 - c) ¿Cuál es el valor de la ordenada en el origen?
 - d) ¿Cuál es el valor de la ordenada en el origen?
 - e) Calcular los puntos de corte con los ejes.
 - f) ¿Coincide su gráfica con la de la figura?



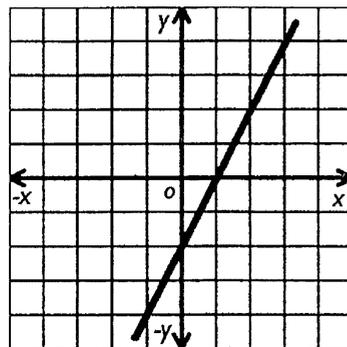
- Dada la función polinómica $f(x) = x^2 - 3x - 4$, se pide:
 - a) Determinése el punto de su gráfica que tenga de abscisa 1 .
 - b) ¿Cuáles son las coordenadas de su vértice?
 - c) Calcular los puntos de corte con los ejes.
 - d) ¿Coincide su gráfica con la de la figura?



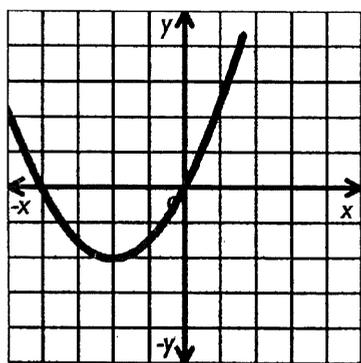
- Se considera la función polinómica cuya gráfica es la de la figura:

Se pide:

- ¿Qué grado tiene?
- ¿Cómo es su gráfica? ¿Creciente o decreciente?
- Determinense un par de puntos de dicha gráfica:
- Determinense los puntos de corte con los ejes:
- ¿Cuál es la ordenada en el origen?
- ¿Cuál es el valor de su pendiente?
- ¿Es su expresión matemática $f(x) = 3x + 2$?



- Se considera la función polinómica cuya gráfica es la de la figura:



Se pide:

- ¿Qué grado tiene?
- Determinense un par de puntos de dicha gráfica:
- Determinense los puntos de corte con los ejes:
- Determinense las coordenadas de su vértice:
- ¿Es su expresión matemática $y = 3x^2 - 5x + 2$?