Historia de las Matemáticas y su enseñanza: Un análisis

Carlos Maza Gómez

Relacionar la enseñanza de las Matemáticas con la historia de esta ciencia requiere analizar los elementos de cada una, los factores intervinientes en esta relación. Este artículo propone un análisis de dichos elementos, desde lo que supone "historizar" la Matemática hasta enseñarla desde un enfoque histórico.

De manera esporádica pero continua surgen en revistas, congresos y cursos de reciclaje diversas intervenciones sobre la conveniencia para el matemático y, más particularmente, para el profesor de Matemáticas, de conocer la historia de esta ciencia y su aplicación en el aula.

Estas intervenciones, sin embargo, no suelen formar parte de un marco de trabajo que aporte unos fundamentos explícitos. Quiero decir con ello que aparecen diversas ideas sobre cómo aplicar algunos problemas históricos en clases de bachillerato, o una discusión sobre qué objetivos cumple la Historia de la Matemática en el currículum de esta materia según qué nivel de enseñanza, o bien se habla de los posibles enfoques de la Historia de la Matemática..., pero no se ve clara qué relación tiene una cosa con la otra, cuál es el problema que estamos tratando en cada momento, en qué medida una toma de postura en un aspecto condiciona las preguntas que podamos formular y las respuestas que les demos.

Por ello conviene ir avanzando un análisis de las relaciones entre la Historia de la Matemática y su enseñanza, a partir del cual podamos comentar con mayor detalle algunos de sus elementos.

Un análisis general

Los profesores de Matemáticas provienen de las licenciaturas de esta Ciencia. Durante su estancia en los estudios superiores, como alumnos de la Facultad correspondiente, hacen Matemáticas en sus variedades de reproducción y reconstrucción.

Algunos de estos profesores, sea por lecturas personales o asistencias a congresos y reuniones, deciden en determinado momento «historizar» la Matemática, estudiar la ciencia que conocen bajo un distinto enfoque: Como proceso histórico y no sólo como proceso lógico o como producto acabado.

Esta decisión no es inmediata ni explícita en la mayoría de los casos, sino que se produce un acercamiento a la historia de la Matemática marcado por la ignorancia siempre, el rechazo, la incomprensión o la curiosidad y el interés. El más serio obstáculo con el que se enfrenta es la ignorancia: Las facultades de Matemáticas no imparten tales conocimientos. ¿Por qué sucede esto?. Obviamente, porque a nivel académico no se considera un conocimiento de interés para el matemático. Como luego comentaremos, en la base de esta postura académica reside la propia concepción que tiene el matemático sobre la naturaleza de las Matemáticas. (Ver **Figura 1** en pág. siguiente).

La Historia de la Matemática sólo se puede hacer y entender incardinada en el desarrollo general de la ciencia que, a su vez, aparece inmersa en la historia de la cultura humana como uno de sus productos más refinados. El grado y la calidad que estas «inmersiones» puedan alcanzar dependen de las creencias y conocimientos previos que tenga el historiador de la Matemática.

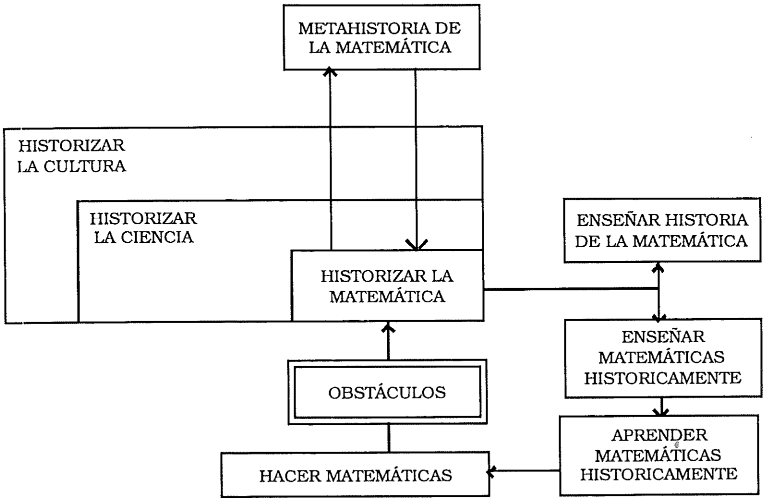

Figura 1

Si un estudioso pretende que la Matemática es la base de las demás ciencias y tiene un desarrollo autónomo tomará una postura radicalmente diferente de aquél que defiende que la Matemática es una ciencia dependiente de fuerzas económicas y sociales.

Todo ello es objeto, a su vez, de estudio por parte de la «metahistoria» de la Matemática, dedicada al examen de la propia historia de la Matemática e intentando responder a la pregunta: ¿Cómo hacer historia de la Matemática?

Hasta ahora nos hemos movido solamente en la relación entre el matemático (sea profesor o no) y la propia Matemática. A partir de este momento hay que abarcar otra relación muy distinta: La del matemático con la Matemática, con su historia y, simultáneamente, con los alumnos y el entorno escolar en forma de currículum.

El profesor puede ser considerado historiador o no. Puede hacer de la historia un objeto de estudio o puede tomar sus resultados para aplicarlos a la enseñanza sin más. Esta distinción no es de interés en nuestro análisis salvo por un motivo: Conviene distinguir lo que es enseñar Historia de la Matemática (y para ello ser historiador es imprescindible en el sentido arriba indicado) o enseñar Matemáticas históricamente (por ejemplo, lo que puede hacer un profesor en el bachillerato).

Si hay un proceso de transposición didáctica entre el saber matemático institucionalizado y el saber enseñado por el cual el profesor selecciona y transforma desde la Matemática aquello que quiere enseñar, lo mismo sucede en este caso. El profesor también ejerce sobre la historia de la Matemática una transposición que le permite seleccionar qué recursos históricos (en forma de biografías, anécdotas, planteamiento de problemas históricos o demás) va a utilizar con sus alumnos.

Por último habrá que considerar en este análisis preliminar que un paso distinto consiste en trasladar este saber enseñado a saber aprendido. En suma, se trata de responder a las preguntas: ¿cómo se aprenden las Matemáticas históricamente? ¿Supone una ventaja respecto al aprendizaje tradicional? ¿Tiene inconvenientes? ¿Qué aspectos diferenciales presenta?

Obstáculos para el conocimiento de la Historia de la Matemática

Hemos hablado de algunos obstáculos fundamentalmente académicos, como es el caso de la ausencia de la Historia de la Matemática en las aulas universitarias, la falta de cátedras e incluso del área de conocimiento como tal. En último término, todas estas manifestaciones de tipo académico y, por tanto, ausencias en la formación del futuro profesor, se cifran en una sola causa: La concepción que tiene el matemático sobre la naturaleza de su propio saber.

Se ha afirmado que: «Las reelaboraciones sucesivas que la Matemática hace de las teorías precedentes atenúan su historia, y aquí hay que buscar una de las principales razones que provocan el que las Matemáticas sean, en un alto grado, negadoras de su propia historia» [1].

Una de las características básicas de la Matemática es su capacidad de generalización. Ello se puede apreciar en toda esta ciencia de la que vamos a escoger el tema de la numeración. Inicialmente, se construyeron y utilizaron los números naturales (en Mesopotamia y Egipto ya aparecen sus símbolos) y poco después las fracciones. Los números negativos se fueron formulando en los siglos del Renacimiento y si su admisión dentro de la Matemática encontró serios obstáculos conceptuales, el problema fue mucho mayor entre los complejos. La formalización de los números reales, como es sabido, data del siglo XIX, expresándose dentro del propio siglo a través del lenguaje de la Teoría de Conjuntos de Cantor.

Pues bien, estos distintos tipos de números aparecen hoy englobados en una sucesión encajada de conjuntos numéricos en un lenguaje que, históricamente, ha sido el último en producirse; en un orden que también trastorna el orden histórico de adquisición (los enteros son posteriores a las fracciones y, sin embargo, los números racionales se enseñan después de los enteros). En resumen, se impone la lógica de la generalización matemática y un estilo deductivista que oculta el proceso de construcción original de la Matemática.

«Las Matemáticas se presentan como un conjunto siempre creciente de verdades eternas e inmutables, en el que no pueden entrar los contraejemplos, las refutaciones o la crítica. El tema de estudio se recubre de un aire autoritario (...) El estilo deductivista esconde la lucha y oculta la aventura. Toda la historia se desvanece, las sucesivas formulaciones tentativas del teorema a lo largo del procedimiento probatorio se condenan al olvido mientras que el resultado final se exalta al estado de infalibilidad sagrada» [2].

Asociada a esta concepción de la Matemática se encuentra una imagen que los matemáticos tienen de su propia ciencia: Es un edificio, un templo, lo que conlleva en general una visión optimista sobre el futuro de la Matemática y la seguridad que implica. Así afirma hace casi doscientos años un importante historiador de la Matemática:

«Problemas rebeldes o extraños a los antiguos métodos se someten sin resistencia al nuevo análisis. La generalidad y uniformidad de los medios reúnen bajo un mismo punto de vista teorías que parecían aisladas e independientes unas de otras. Un edificio regular y magnífico se eleva sobre una base sólida, manteniendo todas las partes en una justa proporción y un perfecto equilibrio» [3].

O de forma más reciente:

«Las Matemáticas constituyen una construcción ciclópea, tan vasta y tan viva que espanta el solo pensamiento de abarcarla y tener que dominar esta arquitectura desmesurada. Es al esbozo, ya que no a la descripción, de este templo de las Matemáticas que hemos consagrado...» [4].

La actitud de admiración, la creencia en una obra vasta e inabarcable no es general puesto que otros matemáticos piensan también en el edificio matemático pero reconstruído constantemente lo que niega aún más, si cabe, la historia de su hacer:

«El desarrollo de la Matemática no es comparable a la formación de un montón de piedras, al que cada generación aporta la suya, sino que cada época reconstruye el edificio con arreglo a planos y cimientos nuevos. La nuestra, rica en nuevos materiales, edifica activamente...» [5].

La magnificencia de un edificio, de un templo, invita a la admiración o a la reverencia pero no a la comprensión del proceso por el que fue construído. Si a eso se añade que dicho edificio es reconstruído en cada época desde sus cimientos, el olvido de sus antecedentes históricos, los que hicieron el resultado así y no de otro modo, está asegurado. Sin embargo, esta imagen puede tener los cimientos sobre arena como nos revela una opinión muy diferente:

«El problema actual de las Matemáticas es que no hay una sino muchas matemáticas y que, por numerosas razones, cada una de ellas deja insatisfechos a los miembros de las escuelas opuestas. Es ahora evidente que la idea de un cuerpo de razonamiento infalible y universalmente aceptado –las majestuosas Matemáticas de 1800, orgullo del hombre– es una completa ilusión. La incertidumbre y la duda acerca del futuro de las Matemáticas han sustituído a la certeza y la complacencia del pasado» [6].

A partir de esta concepción sobre la naturaleza de la Matemática, surgen una creencia y una actitud determinadas:

* La creencia en una Matemática independiente de factores históricos (de algún modo, «ahistórica») como las ideologías, las necesidades sociales, económicas, actitudes religiosas en determinados períodos, etc.

En algunos casos se llega al extremo de defender su independencia respecto al desarrollo general de la Ciencia de forma que son otros conocimientos (como la Física, la Economía, Ingenierías, etc.) los que descansan sobre la construcción de la Matemática.

Esta creencia parte de una visión neoplatónica de la Matemática lo mismo que la contraria (el desarrollo de la Matemática depende del desarrollo económico, ideológico, etc) parte de un enfoque fundamentalmente marxista. Ambos son aspectos complementarios y tratan de forma polarizada la compleja relación entre Matemática y realidad, difícilmente reducible a ninguno de los dos enfoques.

* La actitud de los matemáticos que no sólo separan el hacer Matemáticas de su historia sino que consideran a ésta última un saber inútil y obstaculizador.

Matemáticas y realidad: Una compleja relación

Hay muchos datos históricos que avalarían una dependencia de la Matemática respecto de otras necesidades científicas y éstas, en último término, dependiendo de las necesidades económicas o sociales, culturales en sentido amplio. Basta recordar ejemplos como la interrelación entre Matemáticas y Astronomía a lo largo de los siglos XVII y XVIII, una de las fuentes del Cálculo. O la construcción de las evolutas por Huygens al objeto de construir un péndulo isócrono y, por ende, resolver el problema de la determinación de la longitud en el mar.

Existen muchos casos de Matemática aplicada como los anteriores que tienen la particularidad de dar paso a la construcción de conceptos y relaciones matemáticas que entran dentro de la especulación teórica. En esto consistiría el llamado proceso de matematización. (Ver **Figura 2**).

cia máxima y mínima de un punto a una cónica, comenta:

«Es tema es indispensable no sólo para quienes cultivan nuestra ciencia, sino también para el análisis y discusión de los problemas (...), aparte de ser uno de los dignos de estudio por su valor intrínseco» [7].

Muchos casos más se acumulan en la historia de la Matemática, particularmente a partir del siglo XIX, cuando la Matemática toma conciencia de sí misma y comienza su divorcio de la realidad. Se aducen casos en que la propia especulación teórica ha generado conceptos que, posteriormente, han encontrado aplicación (las geometrías no euclídeas en las teorías de Einstein, los cuaterniones, etc.). No son muchos

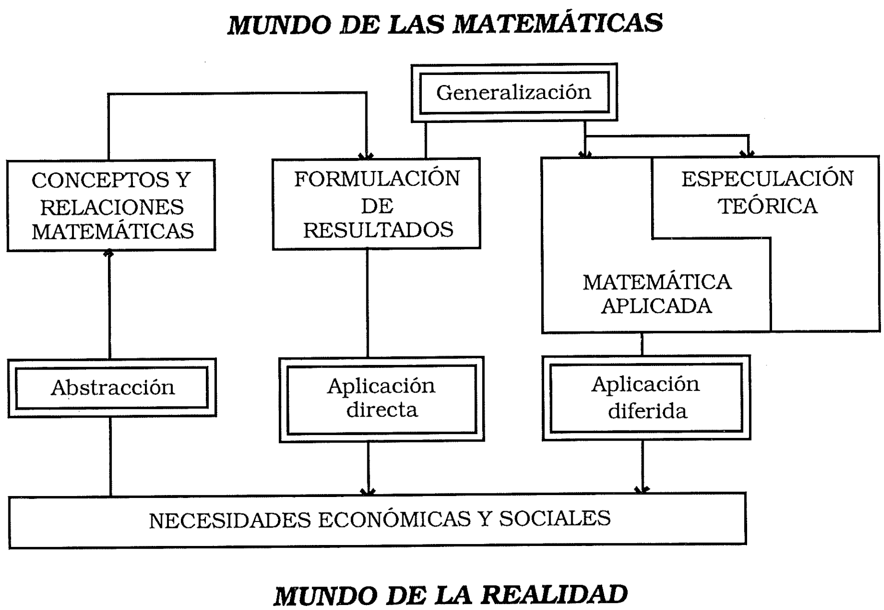

Figura 2

Ahora bien, en contra de la citada dependencia pueden aducirse otros casos. Por ejemplo, la elevada capacidad de la Grecia clásica para el tratamiento de la Geometría es imposible verla dependiendo de alguna necesidad cotidiana o científica de la época. Apolonio de Pérgamo, por ejemplo, tras anunciar unas proposiciones respecto a la distancasos pero sirven a determinados matemáticos (normalmente, ignorantes de su propia historia y de la existencia de tantos conceptos que no sirvieron posteriormente para nada) para defender la prevalencia de su ciencia respecto de la realidad y, de paso, justificar la multitud de investigaciones especulativas que caracteriza a la Matemática «pura» (como si el resto fuera «impura» por contaminarse con la realidad, otra descripción lingüística significativa).

Otro argumento contra la dependencia de la Matemática respecto de las necesidades económicas y sociales es el hecho constatado de que la Matemática no ha encontrado un impulso mayor en aquellos países más necesitados en dicho sentido (Africa, Asia, etc.).

En general, pues, se puede afirmar que:

«En términos de la motivación de los científicos o de su desarrollo histórico, la ciencia no puede ser considerada sencillamente como el resultado de necesidades económicas o tecnológicas (...) Sin embargo, puede sugerirse ahora que, dentro del contexto de una estructura social y económica racionalizada, las exigencias de la tecnología industrial que derivan del desarrollo económico ejercen una influencia poderosa sobre la dirección de la actividad científica (...) Aun los científicos puros que no caen bajo la tutela inmediata de tales organismos son, en cierto grado, influídos por ellos, pues su interés es propenso a ser atraído a esos ámbitos de la investigación a los que sus colegas dedican sus esfuerzos» [8].

En líneas generales y aún a riesgo de simplificar demasiado la situación, se puede defender la existencia de dos mundos: El de la Matemática y el de la realidad social que presenta unas necesidades económicas y sociales. El proceso de matematización comienza partiendo de estas últimas al objeto de formular conceptos y construir relaciones matemáticas que dan lugar a la formulación de resultados (y en la mayoría de los casos pero no siempre a su justificación deductiva).

Estos resultados se aplican directamente a las necesidades sociales a que hemos hecho referencia. Piénsese en el ejemplo de la Geometría. Surge por necesidades agrarias (delimitación de los campos tras las riadas) o de construcción de templos religiosos. Se descubre una relación entre los lados de un triángulo rectángulo (que luego generalizará Pitágoras) y ello se aplica directamente a la construcción de ángulos rectos al objeto de resolver las necesidades anteriores.

Pero los conceptos y relaciones matemáticas, así como los resultados formulados, plantean la posibilidad de una especulación teórica, parte de la cual podrá aplicarse de manera diferida posteriormente. El caso de la Geometría vuelve a ser relevante. Todos los resultados teóricos de Apolonio sobre las cónicas hubieran tenido que ser inventados de nuevo a finales de la Edad Media, de no haber existido, para su aplicación a la construcción de lentes y a la Optica en general. Sin embargo, permanece un núcleo de especulación teórica que no encuentra (ni desea en muchos casos) aplicación al mundo de la realidad sino tan sólo al propio mundo de la Matemática.

Metahistoria de la Matemática

La forma en que se debe historiar la Matemática no es un asunto sobre el que se puedan dar conclusiones definitivas. Algunas historias de la Matemática se centran en períodos históricos (Grecia, los árabes, el Renacimiento, etc.), otras en el desarrollo histórico de diversos conceptos y técnicas (Historia del Algebra, del Cálculo, etc.). Lo habitual es mezclar ambos enfoques en las historias generales de la Matemática dando mayor o menor importancia a uno u otro.

No hay unanimidad, como en el resto de la Historia de la Ciencia, sobre si se puede hablar del desarrollo de la Matemática, lo que implica una forma de evolución y eventualmente de progreso (que es cuestionable), o de revolución en la Matemática al modo de las teorías de Kuhn.

Por otro lado, reservaremos dos citas para otro problema relacionado con cómo hacer historia de la Matemática. Desde los trabajos de Colinwood resulta innegable que el historiador pretende entender la Matemática desde el enfoque de la propia época en la que se desarrolló. Este es el ideal diacrónico que puede defenderse así:

«Si se pretende que el objeto de la historia de la práctica teórica matemática estriba, como indica Morris Kline, en explicar las ideas centrales de ese hacer, poniendo especial énfasis sobre aquellas corrientes de actividad que más han durado e influído en la actividad matemática posterior, se estará haciendo una historia condicionada por la imagen de un continuo temporal lineal que explícitamente rechazo..., rechazando igualmente el apelar al «hecho histórico objetivo», porque éste es mera consecuencia de la previa toma de postura que adopte el historiador. Ejemplo de este tipo de historia interna se tiene en «Elementos de Historia de las Matemáticas», sin más unidad orgánica que el haber sido «notas» históricas a cada capítulo de los «Elementos» de Nicolás Bour-baki» [9].

Así pues, el historiador está condicionando y modificando los hechos históricos, con la sola elección de un tema, de unos conceptos a estudiar. Por ejemplo, desde una perspectiva actual es importante la distinción entre «indivisible» (una superficie está formada por un conjunto de segmentos, indivisibles al modo de Cavalieri) e «infinitésimo» (una superficie está formada por superficies tan pequeñas como se quiera o infinitésimos a la manera de Kepler, Fermat, etc.). Sabemos que es la última la que lleva al concepto de límite y no la primera y en dicho concepto se apoya el Cálculo tal como lo conocemos. Pero lo cierto es que en su época (el siglo XVII) los conceptos de indivisibles e infinitésimos fueron intercambiables. Sólo sabiendo este hecho se puede comprender, por ejemplo, el trabajo de Roberval y todos sus contemporáneos.

Una formulación anacrónica de la historia de la Matemática lleva a la elección de temas, a los guiños constantes al lector del estilo «que en lenguaje actual quiere decir que», lo que puede resultar engañoso. Por ejemplo, el método de cálculo de máximos y mínimos de Fermat es extremadamente parecido al proceso actual de igualar la derivada a cero. De hecho, Newton formuló el concepto de fluxión a partir de los trabajos de Barrow que, a su vez, había partido del método de Fermat. Eso ha conducido (en particular a algunos franceses) a afirmar que Fermat es el verdadero inventor del Cálculo. Pero entendiéndolo en su época, a partir de los estudios de Vieta que realizó, se puede observar que la admirable intuición de Fermat está basada en razonamientos finitos, no existe pues paso al límite ni ningún razonamiento infinito, lo que matiza mucho la asignación anacrónica del título de inventor del Cálculo.

Para De Lorenzo [9] la mejor posibilidad de hacer historia de la Matemática sería realizar «calas sincrónicas» que él concreta en el estudio de los entornos de determinadas fechas. El problema de este planteamiento es su inteligibilidad.

«Según la teoría anacrónica, debería estudiarse la ciencia del pasado a la luz de los conocimientos que hoy en dia tenemos, y además teniendo presente esa evolución posterior, especialmente la manera en la que llegó a convertirse en lo que es en la actualidad.

Hoy día, la historia anacrónica de la ciencia constituye rara vez una estrategia historiográfica consciente. Por el contrario, se está generalmente de acuerdo en alabar un ideal no anacrónico.

El ideal diacrónico es estudiar la ciencia del pasado a la luz de la situación y las teorías que existían realmente en el pasado; en otras palabras, despreciar todos los acontecimientos posteriores que no pudieron tener ninguna influencia sobre el período en cuestión.

¿Puede concluirse que todos los elementos anacrónicos deberían ser evitados y que la historia de la Ciencia debería tratarse desde un punto de vista diacrónico? La respuesta es no. Una historia de la Ciencia totalmente diacrónica no podría subvenir a todas las demandas que suelen hacérseles a las exposiciones históricas. Puede que diera una buena representación del pasado, pero sería también inaccesible para todos menos para unos cuantos especialistas» [10].

La cuestión, entonces, parece ser la de minimizar los elementos anacrónicos siendo conscientes en todo momento de que estos elementos falsean el pasado al objeto de hacérnoslo entender. Naturalmente, estos elementos anacrónicos serán distintos según el público al que queramos comunicar el conocimiento.

Esto nos lleva inmediatamente al tema de la transposición didáctica, es decir, el proceso mediante el cual el saber institucionalizado (la Matemática y su historia) se convierte en saber enseñado (la Matemática enseñada históricamente) que trataremos a continuación.

Enseñanza histórica de la Matemática

En la enseñanza los contenidos lógicos de la Matemática y los propios de la historia de esta ciencia sufren una serie de restricciones que implican una acomodación, una transformación a los objetivos de la enseñanza y a las posibilidades del aprendizaje. Este proceso de transformación por el que un saber institucionalizado (entendiendo por saber un conocimiento útil) se transforma en un saber a enseñar se llama transposición didáctica.

Esta transposición depende de cómo se entienda el proceso de enseñanza/aprendizaje de la Matemática, qué nivel de aprendizaje presenten los alumnos y qué objetivos curriculares tenga el curso. Así, por ejemplo, si este último proceso se entiende centrado en el profesor (tal es el caso de muchas lecciones en la Universidad a través de la clase magistral) la historia de la Matemática que se presente tomará una forma más narrativa, tipo «historias». Pero si el proceso de enseñanza/aprendizaje está más centrado en los alumnos y tiene por objetivo que aprendan a resolver problemas, la historia de la Matemática puede tomar la forma de un conjunto de problemas históricos que generen discusiones y trabajo en grupo.

La importancia que se le conceda a las formas de representación en Matemáticas (lenguaje, gráficas, etc.) implicará un gran respeto por la formulación original o, en caso contrario, una adaptación de los resultados históricos al lenguaje gráfico-simbólico actual.

El nivel de enseñanza será determinante ya que la acomodación de la historia de la Matemática será muy distinta entre alumnos de Primaria, Secundaria o en la Universidad.

En último extremo, la transposición didáctica efectuada dependerá de los objetivos que se pretendan al enseñar Matemáticas históricamente. Ello nos lleva a detallar la respuesta a la siguiente pregunta: ¿Qué objetivos añade la historia de la Matemática a la enseñanza de esta Ciencia?

Objetivos didácticos

Entendemos por tales aquellos más relacionados con el aprendizaje de las Matemáticas en cuanto tal Ciencia. En orden de concreción se desarrolla cada uno a continuación.

1) Guardar un paralelismo entre la construcción del conocimiento infantil y la construcción del conocimiento científico.

El principio genético es el que está en la base de este objetivo.

«La hipótesis fundamental de la epistemología genética es que existe un paralelismo entre el progreso hecho en la organización lógica y racional del conocimiento (historia de la Ciencia) y los correspondientes procesos psicológicos formativos» [11].

El rastro de este principio se puede encontrar a finales del siglo XIX en formulación, por ejemplo, del enminente matemático Henri Poincaré en «La ciencia y el método»: «Los zoólogos pretenden que el desarrollo embrionario de un animal resume en un tiempo muy corto toda la historia de sus antepasados desde los tiempos geológicos. Parece que sucede lo mismo en el desarrollo de los espíritus. El educador debe hacer pasar al niño por donde han pasado sus padres; más rápidamente pero sin saltarse ninguna etapa. De esta manera la historia de la ciencia debe ser nuestra primera guía» [12].

Desde luego, el paralelismo se debe entender en sentido laxo.

Datos hay suficientes para defender la validez, en líneas generales, de este principio pero hay también datos que no es posible adaptar a la realidad escolar. Y ello, inicialmente, por un motivo fundamental: La historia de las Matemáticas es un conjunto de conocimientos algunos de los cuales serán útiles (los saberes) en el aula y otros no.

Estos saberes son un componente más de la situación didáctica. Los alumnos, con sus características intelectuales determinarán unos límites en el aprendizaje en cuanto a cantidad y en cuanto a forma de aprender. Los objetivos curriculares partirán de un determinado modelo de escuela válido en la sociedad actual, lo que condicionará qué conocimientos serán considerados útiles y cuáles no. La personalidad y conocimientos del profesor, sus creencias e ideas previas, incidirán en qué historia de la Matemática se aplicará.

Por ejemplo, la Trigonometría surge históricamente por un interés en determinar la posición de los astros que, entre otras cosas, guiaban a los navegantes. El concepto de función está ligado en su origen al estudio del movimiento acelerado de caída de los cuerpos y éste, a su vez, en un deseo intelectual de romper los moldes de pensamiento creados por Aristóteles. Nada de esto es planteable hoy en día, lo que no quiere decir que no se enseñe Trigonometría y el concepto de función. La consecuencia es que, si para enseñar determinados conceptos y relaciones matemáticos debemos partir de problemas, estos no pueden ser siempre los históricos sino otros (medida de un terreno con aparatos, dibujo de dicho terreno a escala, relación entre el IPC y el transcurso del año, interpretación de gráficos periodísticos, etc.) más actuales.

2) Determinar obstáculos epistemológicos en el aprendizaje matemático de los alumnos.

Quizá una de las principales aplicaciones del principio genético sea precisamente ésta. Uno de los temas fundamentales de la Didáctica de la Matemática en cuanto al aprendizaje es la determinación de los distintos obstáculos que se encuentra el escolar. Es sabido que hay errores que no están causados por olvidos, distracciones ni un mal aprendizaje, sino por lo contrario: Un buen aprendizaje. Iniciamos, por ejemplo, la división bajo la idea de reparto en que una cantidad de objetos se reparten en grupos más pequeños. Cuando, tras un serio trabajo en este sentido, se plantea la situación de dividir 3 entre 5 el alumno comete serias equivocaciones y tiende a interpretarlo como 5:3. Este es un obstáculo epistemológico. Según Brousseau [13]. resulta ser un conocimiento aplicable correctamente a unas situaciones pero no a otras y es un conocimiento resistente al cambio.

Un estudio de la historia de determinados conocimientos matemáticos permite observar la aparición de diversos obstáculos epistemológicos que presentan una gran similitud con los que atraviesan los escolares.

3) Trabajar sobre conceptos matemáticos como «objetos» de estudio, analizando su evolución y descubriendo las ambigüedades e insuficiencias de su formalismo matemático asociado [14]. La comparación de técnicas antiguas y modernas dota a estas últimas de mayor valor por cuanto se puede mostrar que son de mayor utilidad en la resolución de problemas.

4) Definir los contenidos de los cursos y su orden de introducción teniendo en cuenta los obstáculos epistemológicos presentes y la evolución de dichos contenidos.

5) Diseñar actividades en la enseñanza de la Matemática.

En este sentido existen diversas posibilidades que examinamos más adelante.

Objetivos culturales

Si se entiende la historia de la Matemática dentro de la historia más general de la Ciencia y la cultura, aún con su especificidad propia, se puede defender la posibilidad de que la enseñanza histórica de la Matemática cubra una serie de objetivos relacionados con lo cultural y social.

1) Recontextualizar los conceptos matemáticos interpretados como «instrumentos» de conocimiento de ciertos aspectos de la realidad [15].

Ello quiere decir, entender la Matemática en su aspecto de ciencia aplicada, integrada en un proceso de matematización como el que hemos descrito en un apartado anterior.

2) Historizar la Matemática, comprobando su característica de ciencia mutable y cambiante, no exenta de errores matizando la imagen de «ciencia acabada» que en muchas ocasiones suele presentar.

3) Humanizar la materia a enseñar, mostrando que está hecha y construída por hombres que seguían un proceso de trabajo determinado, no muy alejado del que se pueda reproducir eventualmente en clase. Ello debería implicar una mayor retención por parte del alumno del conocimiento a aprender por cuanto puede personalizar más este conocimiento.

4) Desdogmatizar y enriquecer culturalmente el aprendizaje de las Matemáticas, como consecuencia de los objetivos anteriores.

5) Complementar la enseñanza de otras disciplinas como Historia, Geografía, Física, etc.).

Este aspecto vital es quizá uno de los que crean más desconcierto al profesor que comienza a estudiar la historia de la Matemática. Parte de la creencia previa de que la Matemática es una ciencia independiente en gran medida de la realidad (aunque aplicable) y, desde luego, con poca relación con otras ciencias (o, en todo caso, son las demás ciencias las que recurren a la Matemática). Encontrar que todos los conceptos matemáticos importantes están estrechamente imbricados con el conocimiento amplio de la Naturaleza, con la filosofía, la Física, la Astronomía, etc. supone un choque importante que es necesario superar.

Es interesante observar a este respecto que, aunque con una forma matemática actualizada de tipo simbólico, la mayoría de los conceptos explicados en Secundaria y todos los de Primaria, surgieron históricamente en estrecha dependencia de otras ciencias antes del siglo XIX.

6) Motivar a los alumnos en el aprendizaje de la Matemática, demostrando que resuelve problemas que han sido importantes en otros tiempos y cuya solución hoy disfrutamos, mostrando hombres y mujeres y otras culturas que fueron construyéndola y creándola a partir de necesidades prácticas o dejándose llevar por la especulación teórica.

La historia de la Matemática como instrumento didáctico

La historia de la Matemática es un recurso para la Didáctica de la Matemática pero es algo más que una simple herramienta: Implica una determinada concepción sobre la naturaleza de la Matemática, sobre lo que es conveniente presentar al alumno, sobre los objetivos curriculares que conviene destacar.

Aunque hayamos visto aspectos controvertidos (como es el fundamental de la metahistoria) los didactas de la Matemática consideran, en general, fijados los objetivos de la historia de la Matemática (en la línea del apartado anterior) y centran su atención en la forma en que estos objetivos deban alcanzarse en el aula. En otras palabras, se trata de responder a las preguntas:

¿De qué forma introduciremos la historia de la Matemática en el aula?

¿Cómo enseñar Matemáticas desde una perspectiva histórica?

Vamos a señalar seis formas de trabajo escolar donde la historia de la Matemática es fundamental:

1) Introducir anécdotas históricas dentro del trabajo cotidiano sobre Matemáticas. Estas anécdotas pueden tomar, eventualmente, la forma de breves biografías sobre un matemático y su tiempo.

La eficacia de esta técnica depende enteramente de la conexión entre lo narrado y el tema que se esté tratando. Algunos libros de texto (particularmente en Bachillerato) traen desde hace muchos años resúmenes biográficos al principio o final de la lección que, sin embargo, aparecen como apéndices que muchos profesores suelen saltar porque «no viene a cuento».

Las anécdotas, las biografías, deben iluminar el contenido matemático, el problema a resolver, deben, en suma, ser útiles. Lo contrario es privar de sentido a la historia de la Matemática.

2) Introducción histórica ante un nuevo concepto.

Esta forma se adaptaría, más que al terreno de las personas, de la cultura o de su tiempo, a los contenidos matemáticos a desarrollar. Si se va a introducir los números complejos se trataría de justificar la construcción de sus reglas por Bombelli a partir de la resolución de ecuaciones, las incomprensiones que generaron su uso, etc.

3) Resolución de problemas históricos.

Quizá la más importante aplicación de la historia de la Matemática sea la de plantear problemas que originaron en el pasado nuevos conceptos y relaciones matemáticas. Los problemas de maximizar el volumen de un barril en Kepler, definir la velocidad instantánea, la determinación de una tangente, la construcción dinámica de curvas, etc. pueden llevar a la consideración del concepto de derivada.

4) Construir «historias» en torno a problemas críticos del pasado que ilustren técnicas y métodos actuales.

Esta técnica completa la anterior. Se pueden plantear problemas pero el alcance de la enseñanza resulta ser mayor si se sitúa históricamente dicho problema, si se restringe el campo de actuación sobre él a las herramientas entonces existentes, se ve la necesidad de crear otras nuevas y se contrastan las limitaciones anteriores con las técnicas y métodos actuales.

5) Construcción de posters o trabajos sobre un tema histórico.

Como resumen de todo lo anterior se pueden diseñar posters que exiban un determinado conocimiento histórico (no de forma erudita sino primando un buen equilibrio entre lo visual y un aceptable contenido), hojas de trabajo o resumen de un determinado problema histórico, trabajos sobre matemáticos famosos, etc.

6) Análisis de textos históricos. La actividad más compleja y que requeriría una amplia formación o textos bastante sencillos. Sin duda, es la técnica más fiel con el pasado por cuanto se trataría de comprender a un autor con su lenguaje (muchas veces distinto del nuestro), con sus limitaciones matemáticas (por no haberse construído aún las herramientas adecuadas), etc. Sin embargo, repetimos que es la forma más fiel de comprender históricamente las Matemáticas.

Bibliografía

* HOUZEL, C. 1977. Cit. por González Urbaneja, P.M. 1991: **«Historia de la Matemática: Integración cultural de las Matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza»**. Enseñanza de las Ciencias, 9, 3.

* LAKATOS, I. 1978: **«Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático»**. Alianza. Madrid.

* BOSSUT, Ch. 1802: **«Essai sur l'Histoire generale des Mathematiques»**. Tomo II. París.

* LE LIONNAIS, F. 1962: **«Las grandes corrientes del pensamiento matemático»**. Eudeba. Buenos Aires.

* LENTIN, A. y RIVAUD, J. 1965: **«Algebra moderna»**. Aguilar. Madrid.

* KLINE, M. 1980: **«Matemáticas. La pérdida de la certidumbre»**. Siglo XXI. México.

* APOLONIO DE PERGAMO: **«Las Cónicas. Prólogo del Libro V»**. Edición de Aguilar 1970: «Científicos griegos», vol. II. Madrid.

* MERTON, R.K. 1984: **«Ciencia, tecnología y sociedad en la Inglaterra del siglo XVII»**. Alianza. Madrid.

* DE LORENZO, J. 1977: **«La Matemática y el problema de su historia»**. Tecnos. Madrid.

* KRAGH, H. 1989: **«Introducción a la historia de la Ciencia»**. Crítica. Barcelona.

* PIAGET, J. 1979: **«L'épistémologie génétique»**. P.U.F. París.

* POINCARE, H. 1963. Cit. por González Urbaneja 1991. Op. cit.

* BROUSSEAU, G. 1983: **«Les obstacles epistemologiques et les problèmes en mathématiques»**. Recherches en Didactique des Mathematiques, 4, 2.

* SANCHO, J. 1990: **«Posibles usos de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza de las Matemáticas»**. En Fortuny, J.M. y otros: **«Aspectos didácticos de Matemáticas. 3»**. ICE de la Univ. de Zaragoza.

* BOERO, P. 1989: **«Utilización de la Historia de las Matemáticas en clase con alumnos de 6 a 13 años»**. Suma, n. 2.

Carlos Maza Gómez
Facultad de Ciencias de la Educación de Sevilla.
Departamento de Didáctica de las