Provocadores de descripción en el aula de Matemáticas

Joaquín Giménez

Introducción: descripciones y referenciales

La descripción es una de las formas más usadas en el aula de matemáticas para indicar el resultado de múltiples descubrimientos. Ahora bien, esta puede surgir y provocarse a partir de diversos tipos de situaciones o actividades.

Ante todo, debemos ser conscientes de presupuestos previos como: el reconocimiento de problemas de verbalización específicos (fenómenos y expresiones del lenguaje natural); las dificultades ligadas a las concepciones representacionales usuales en que la verbalización se sitúa (dibujos, frases, etc., asociados), que generarán estereotipos quizás erróneos (VINNER 1983), y los elementos de orden sociocultural, que pueden favorecer o impedir la construcción de conocimiento.

En cualquier modelo de construcción del conocimiento matemático, los elementos referenciales son fundamentales y actúan como organizadores motivacionales para la consecución de imágenes básicas de los conceptos.

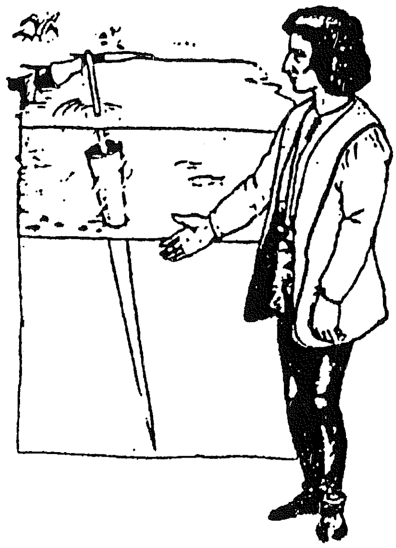
Las descripciones verbales actúan como vehículos privilegiados de esos referentes observados y para ello se usa el lenguaje oral y escrito. Así, aunque la actividad matemática surge a partir de realidades cotidianas, no puede aprenderse directamente de ellas, sino que el lenguaje juega un papel importante (SKEMP 1986). Ese lenguaje es jeroglífico (KIEREN 1988) en cuanto usa componentes primarios, de la calle, del entorno, de la historia, y no se encuentra nada elaborado. Este aspecto teórico correspondiente -aún estando presente de fondo- sólo se reflejará en este artículo brevemente y al final.

El objetivo de estas líneas es presentar algunas situaciones de aula y su valor descriptivo. Muchas de ellas han sido utilizadas en el Proyecto Curricular BDM 12-16 (ALSINA, FORTUNY y GIMÉNEZ 1992), o bien en la formación de profesores.

Usando textos y situaciones de la historia

Un primer ejemplo para Primaria en el tema de fracciones lo tomamos de **L'art de l'arismética**, de MATEU de SANCLIMENT. Proponemos a los alumnos el problema que se traduce en la forma siguiente:

«He aquí una lanza, en la que una mitad está en el fango, un tercio en el agua y fuera del agua queda 7 palos y 1/4. Se pregunta, ¿cuánto mide de largo aquella lanza? (La ilustración es más reciente y corresponde a la exposición **«Breve viaje al mundo de las matemáticas»** (GAVALDA 1983)).



"Ací ha una lança que la 1/2 sta en lo fanc e 1/3 es en laygua e defora layga 7 pais a 1/4. Deman: quant ha de llarch aquella lanç"

La descripción histórica indica lo que sigue: «Supongamos que la lanza fuera de 6 palos, la mitad sería 3 y el tercio 2, luego quedaría un palo fuera. Como son 7 y cuarto, debemos multiplicar por seis, que es la posición. Ello provoca la identificación esquemática de una tabla de valores y, a partir de ahí, el reconocimiento de una forma de la «regla de falsa posición».

La interpretación matemática hace surgir una idea de proporcionalidad, que se basa en reconocer que el factor de proporción se puede aplicar a la unidad. Así, una vez descubierta la unidad, se reconoce la solución del problema.

Después de este tipo de actividades, pueden sugerirse situaciones para completar textos, con un enfoque de evaluación de los conceptos trabajados.

Ejemplo:

Nombre .... Nivel ....

Una fracción **1** constituye una buena aproximación **2** π es 22 / **3**

1 | **2** | **3**

La **4** de los términos de la **5** de números de 1 hasta **6** se consigue mediante la **7** **8**

$$\frac{(1+n)\,n}{2}$$

4

5 | **6** | **7** **8**

Dados tres **9** consecutivos que sumados **10** 32, la **11** que corresponde a dicho enunciado es x + (x + 1) + (x + 2) = **12**

9 | **10** | **11** **12**

Si unimos tres vértices no consecutivos de un cubo, obtenemos un **13**.
Los **14** de ese **13** son diagonales de las **15** del cubo. Si sabemos la medida de los **14** del cubo, podemos usar el **16** de **17** para averiguar la medida de los **14** del **13**.

13 | **14**

15 | **16** | **17**

Las descripciones pueden combinarse con otras formas de expresión, como el uso de *comics*. En el ejemplo siguiente, se usa un problema en forma de historia dibujada y se pide su terminación:

Dos hombres tenían, respectivamente, 5 y 3 panes. El rey se les acerca y, como tiene que comer, se reparten los 8 panes entre los tres. El rey, en agradecimiento, les da 8 monedas, y surge la discusión de cómo deben repartirlas de forma equitativa a lo que aportaron. El primero dice «que sean 4 a cada uno», y el otro dice «no, 5 para mí y 3 para tí, en función de los panes que teníamos».

El estudiante debe ofrecer su respuesta continuando la historia.

Alguns repartiments de guanys quan hom es moria dona lloc a l'epoca de la dominació árab a Espanya problemes de repartiment curiosos.

UNA HISTÒRIA DEL REY EN JAUME

Llegeix amb atenció la història i acaba-la en forma de còmic.

Elementos verbales en descripciones escritas

El lenguaje escrito es la forma más usual de trabajo, aunque la descripción se reduzca a menudo al uso de definiciones y no se «hable» de sucesos desde el énfasis matemático, es decir, aportando aquellos elementos de condicionamiento que le son propios: observación de fenómenos, uso de los términos adecuados incorporados al sistema, deducción correcta, explicitación de posibilidades, toma de decisiones y justificación de las decisiones tomadas.

Veamos un ejemplo: la construcción de un guión ante un trozo de video geométrico sobre la construcción de triángulos isósceles. En este caso se trata de alumnos futuros profesores de la especialidad de Música (que usualmente no quieren saber nada con las matemáticas), a los que se les propone la actividad siguiente:

Este video no tiene palabras. Debes hacer una banda sonora en que se describa lo que está aconteciendo, para alumnos de ciclo final de Primaria.

Para ello se usa el siguiente esquema de acción: (a) Visionado, (b) segundo visionado con toma de apuntes, (c) discusión general de *ideas matemáticas* del video con todo el grupo, (d) elaboración personal de un primer guión, (e) tercer visionado para mejorar el guión, (f) toma de un ejemplo esquemático de uno de los alumnos adaptado a tiempo real, sin discusión colectiva, (g) cuarto visionado para ajustar cada texto.

Roser, no tiene un gran nivel matemático, y su texto es una muestra «claramente descriptiva, tratando de insistir en lo conceptual de las imágenes, con errores y de forma poco imaginativa». Notemos, sin embargo, su gran claridad y precisión lingüística. El subrayado de las frases es de la propia alumna:

** En primer lugar, distinguimos mediante el uso de colores el número de partes iguales que podemos hacer del total de la pantalla. Hacemos particiones de 1, 2, 3, 4, 5, y 6.* ***Mediante círculos concéntricos diferenciamos particiones.***

(Las figuras serán una buena ayuda para el lector que no ha visto el video).

** A partir de las particiones anteriores, introducimos el concepto de triángulo (tres lados) y, en particular, de triángulo equilátero (tres lados iguales).* ***«Construimos un triángulo equilátero en distintos lugares de la pantalla.***

** Cuando nos damos cuenta del triángulo equilátero que aparece cada vez en la pantalla, entonces* ***distinguimos los tamaños diferentes que puede tener el triángulo equilátero.***

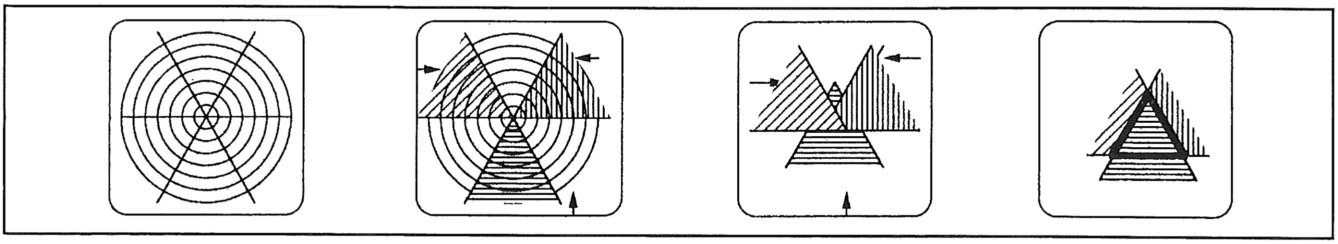
**** Remarcamos los tres lados del triángulo equilátero con un color que destaque.***

...

No necesita más comentarios. Conceptualmente puede ser muy correcto... Ese tipo de descripciones es tremendamente normal en futuros profesores... Con estudiantes jovencitos ocurre lo mismo. ¿Qué quiero decir? Que no debemos conformarnos con buenas descripciones linguísticas, precisas y correctas matemáticamente, sino que éstas deben acompañarse de elementos de superación del propio elemento conceptual, integración en la vida del estudiante, agilidad y, por fin -si es posible- originalidad.

Comunicación oral como elemento de socialización

La lengua oral como elemento etnográfico no sólo es parte de la realidad social, sino que podemos considerar que es síntoma de la misma. Así, describir oralmente como forma de comunicación tiene una misión social (CALSAMIGLIA 1991). Su uso está regulado con normas condicionadas y, por ello, debe ser fruto de ayuda y dedicación específicos. En el caso de las matemáticas, hay usos adecuados del lenguaje y otros que no lo son. Por ejemplo, no es usual hablar con imperativos, como no sea en las preguntas y respuestas. Además, el proceso comunicativo es no lineal e incluye fases y trabajos de un gran valor social: cooperación, nego-



ciación, planteamiento y resolución de conflictos y superación de malentendidos. Convenimos en que el aula de matemáticas es un microcosmos de interacciones donde se crean y se modifican realidades.

El sentido, a diferencia de otros procesos de comunicación, se construye localmente. No puede generar más que pequeñas unidades, pero permite hacer matices (de entonación, tono, voz, silencio, etc.). Con ello se introduce en el espacio (cerca-lejos) y en el tiempo (pausas, lentitud,...). El trabajo oral, ofrece la posibilidad de dotar de sentido lo que se dice, dotando también al significado de esa visión espacio-temporal: compartiendo el tiempo en la construcción de conversación, y compartiendo lugar, en el sobreentendimiento del contexto, que evita repeticiones innecesarias. La comunicación oral en matemáticas se promueve mediante: el diálogo colectivo, promoviendo discusión sobre un tema y aprendiendo a tomar decisiones. Con ello se establece un estilo de laboratorio.

El diálogo colectivo, por ser un instrumento muy utilizado, no recibirá nuestra atención prioritaria y ejemplificaremos alqún caso de discusión oral no radial.

Las situaciones comunicativas de este tipo o similar, deben contextualizarse. Las posibles fórmulas son: «debes explicárselo a los padres para que sepan cómo es», «a otros niños que están preparando algo similar», «a la maestra de otro curso para que así lo pueda hacer en su clase», «contárselo a quien no lo ve», etc.

En este trabajo, se trata de comunicar algo. Los pasos que se efectúan son los siguientes:

(1) Describir una forma a alguien que no la ve, con el objetivo de que la reproduzca fielmente.

(2) Analizar la validez o no de las respuestas de los compañeros/as.

(3) Comprobar la propia respuesta dada.

(4) Razonar lo aprendido en esa actividad.

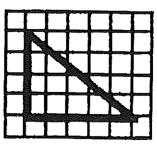
Así, lo fundamental es el desarrollo reflexivo que se provoca en la discusión elaborada de las respuestas de los alumnos. En efecto, veamos algunas de las respuestas de los alumnos de una clase de 12-13 años y sus comentarios:

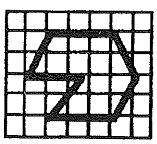
Un ejemplo: **Mensajes telefónicos.**

Saber comunicar las ideas con claridad indica tener un buen conocimiento de las cosas. Entender bien las cosas es una buena condición para resolver problemas.

ESCRIBE O VERBALIZA LAS INSTRUCCIONES

Imagina que estás hablando por teléfono a un compañero que necesita dibujar ciertas figuras que no puede ver. Escribe un conjunto de instrucciones para que tu compañero pueda dibujar exactamente las siguientes figuras.





Diseña criterios para criticar las respuestas. Critica las respuestas de tus compañeros en cuanto a su efectiviidad.

Estudiante B (fig. de la izq.).- *Coge una hoja con cuadros. Cuenta cuatro cuadros hacia abajo y traza una línea. Cuenta cinco cuadrados hacia la derecha (pegado a la linea que va hacia abajo), y traza la línea. Traza una linea intermedia de forma que se junten los dos bordes. Entonces te saldrá un triángulo rectángulo.*

Est. C.- *No puede salir bien pues no se ve claro qué es eso de la linea intermedia. No dice de donde sale el triángulo. Aunque... se podría interpretar que sale del extremo superior de la cuadrícula...*

B.- *Sí, claro, ya lo arreglo...*

Después de saber lo que ha puesto cada uno en la figura de la derecha, se llega a la conclusión de que F y M lo han dicho muy bien y convencen a todos con su método.

F. (fig. der.).- *Coge una hoja como antes. Divídela en cuadritos de 3 mm² cada uno. Numera los cuadrados verticales del 0 al 7 y los horizontales. Haz puntos en la combinación que te diré: (2,2)(3,2)(3,5, 3) ... Unelos.*

E.- *Aunque no sale, la idea es muy buena, y sirve para cualquier figura.*

Prof.- *Escribid, pues, lo que os ha aportado esta actividad.*

H.- *«He aprendido que cuando se dice una información, no deben darse datos innecesarios».*

La **discusión colectiva** es un instrumento importante en la formación y metacognición. Se inicia en la exposición de puntos de vista, debe proseguirse en la interactuación (intercambio de opiniones) y acabar con un proceso de mejora (ampliación verbal). La discusión promueve la comprensión lectora (ALVERMANN, DILLON O'BRIEN 1990) pero, además, contribuye al elemento recursivo (KIEREN 1988) de la construcción de conocimiento, es decir, la capacidad de reconocer en las imágenes conceptuales signos característicos y propiedades para poseer imágenes propias y establecer así relaciones conceptuales consistentes.

En una ficha de observación como la que se ve a continuación, pueden anotarse también, entre otros, los elementos interpretativos y comunicativos.

ALUMNO	**PROFESOR**	
TAREA	**FECHA**	**NIVEL**

		Suficiente	**Bien**	**Notable**	**Excelente**
OBSERVACIÓN	IDENTIFICACIÓN	Necesita explicaciones	Entiende el problema		Sabe ver la información importante
INTERPRETACIÓN	RECONOCIMIENTO	No sabe	Escoge una línea restrictiva de investigación		Refleja distinas líneas
	REFLEXIÓN	Limitaciones			Avances
	CRITICA	Superficial		Pertinente	Profunda
CAPACIDAD COMUNICATIVA	REPRESENTACIÓN	Refleja sólo cálculos	Usa diagramas		Utiliza esquemas diversos adecuados
	FORMULACION DE SOLUCIONES	Da sólo el resultado	Razona y refleja el razonamiento		Indica idea relevante y resume
	INTERVENCIÓN ESCRITA	Sólo descriptiva			Razonamiento escrito sintético y preciso
	COMUNICACIÓN ORAL	Sólo descriptivo			Razonamiento bien expresado
	INTERVENCION GRUPAL	Débil	Plantea preguntas de interés		Propone reflexiones críticas

OBSERVACIONES

Al término de actividades como estas, los propios estudiantes reconocen el valor socializador de las mismas. En efecto, entre los escritos, alguien reflejó el poder de cambio de actitud que promueve una discusión.

F.- *He aprendido que podemos discutir y aprender. A menudo **G** no reconoce que lo hace mal.*

Muy diversos autores han resaltado el valor de estas actividades para la educación matemática.

Toma de decisiones consensuada

En algunas actividades matemáticas colectivas, el objetivo es precisamente llegar a saber situar elementos de convencionalismo que permitan mejorar preconcepciones erróneas o, por lo menos, ponerlas de manifiesto.

Un ejemplo: **Hablando sobre la proporcionalidad con futuros profesores.**

La clase estaba dividida en dos grupos que habían trabajado un bloque común de aspectos de proporcionalidad. Posteriormente, en uno de los grupos menores, se desarrolla el siguiente diálogo que traducimos del original catalán.

Prof. - *Hoy, día del patrón de Cataluña y Europa, aprovecharemos para hablar de cuánto mide el dragón de San Jorge.*

Est. (grupo).- *Estás de broma.*

A.- *No lo tenemos.*

B.- *No podemos disponer de modelos y medirlos.*

C.- *Podríamos utilizar modelos de fotografías.*

D.- *Podríamos observar libros, escudos, etc. y hacer una aproximación estadística.*

C.- *Sólo podríamos establecer su magnitud si tuviéramos un punto de referencia: alguna persona al lado del dragón (aceptando que no fuera un gigante, claro).*

...

A estas alturas se había provocado un ambiente, en el que no fue difícil llegar a hablar de las expresiones que indican proporción . Se discuten expresiones como: tiene la misma forma, es igual a, es como, es el doble de, se parece a, es equivalente,... E, incluso, se juega con expresiones como: «es aproximadamente, ..., más o menos», y verbos como «reflejar».

Se propuso después un juego de expresión, donde se observa la ambigüedad de algunas de las frases. A partir de la discusión sobre «es duro como la piedra», en donde todo el mundo entiende lo que se significa pero nadie piensa en la escala de Mohs, los estudiantes escogieron jugar sobre la frase «es como...» y sus significados.

Se construyeron frases como: «es como un fórmula 1», «es como Terenci Moix», «es perfumado como la rosa». Se analizaron desacuerdos en sus significados. A partir de ahí, se analizaron «triángulos que se parecen», proporciones como «doble y triple de» y se acabó hablando del valor proporcional de las aproximaciones y la vinculación de la aproximación con el sistema decimal. En expresiones como «refleja la realidad», se observó que el reflejo es una relación 1 a 1, y que ese tipo de expresiones tienen un contenido matemático más profundo de lo que usualmente se le atribuye.

La moraleja es inmediata: la discusión-reflexión revela, no sólo las concepciones espontáneas de los propios profesores, sino que sirve para que ellos reflexionen sobre las mismas en el aprendizaje. Así, aparecieron comentarios como:

M.- *Nunca habíamos reflexionado sobre el valor de las expresiones cotidianas.*

H.- *Se hizo poco uso de la invención de problemas cuando éramos estudiantes.*

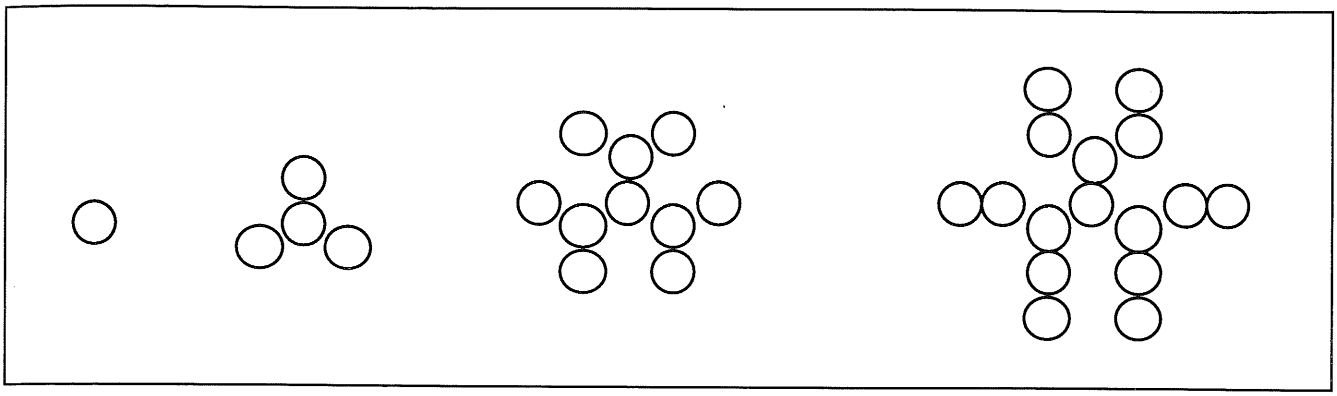
B.- *Los ejemplos de proporcionalidad que hemos visto siempre son de tipo geométrico (Thales). Los que no son geométricos no se trataban del mismo modo, como parte de lo mismo. Por ejemplo, la velocidad se daba en otro apartado. En el ejemplo del «es como el fórmula 1», se ve que tener el mismo coeficiente es ser semejante.*

I.- *Se usan excesivos elementos comparativos en el aprendizaje escolar, que no se separan de lo realmente proporcional.*

Otro ejemplo (a partir del trabajo de MASON 1988, retomado por FORTUNY y AZCARATE 1992): **Reconocer procesos de generalización en profesores en activo.**

Una primera parte de las fases del proceso son:

(1) Realizar la actividad «sigue la serie siguiente:



(2) Punto de discusión: ¿Qué métodos usaron los/las colegas?

(3) Seguir la actividad.

(4) Discusión. Preguntas. ¿Se trata de métodos recursivos o directos? ¿Se ha sugerido a los alumnos que usen métodos recursivos?

(5) Reflexión. ¿Qué sentido da a la frase «expresando generalidad»?

(6) Propuesta de otra situación.

(7) Discusión. Seleccione 2 páginas de fichas. ¿Qué generalidades se muestran?

(8) Trabajo en grupo. Declaración de niveles en DCB «expresar generalidad». Incluir referencias a conjeturas, convicciones y demostraciones. ¿En qué modo contribuir «expr. gen.» a la enseñanza de la parte extraída?

Quien lea estas líneas puede observar que en este método de trabajo, los profesores no sólo reflexionan como alumnos, sino que pueden contrastar sus métodos y trabajos con las respuestas de sus mismos estudiantes.

Valoración de elementos comunicativos

Los elementos comunicativos deben ser valorados también como parte del proceso de análisis de situaciones didácticas. Para ello deben programarse actividades específicas que se integren en un diseño de evaluación como se ha mencionado en el caso de completar textos, elaborar-completar *comics*, etc., y usarse regularmente registros adecuados de control. Así, también usamos categorías de «comunicación y claridad» en un trabajo con ordenador en actividades geométricas con «cabri» (GIMÉNEZ y FORTUNY 1994):

(a) Diseño y presentación visual.

(b) Saber dividir un problema en partes.

(c) Escribir y programar instrucciones.

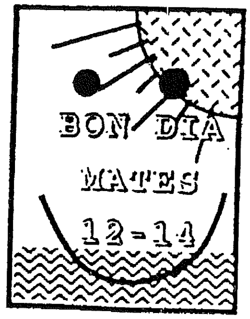
(d) Interpretar, construir y comunicar mediante diversos modos de representación y

(e) Escribir demostraciones formales e informales.

Otro ejemplo de valoración se basa en la elaboración de un **Proyecto de trabajo.** Tiene la triple misión de ejercer una labor de control de elementos procedimentales que necesitan un mayor tiempo de manifestación, contribuir a la propia adquisición de dichos procedimientos y facilitar el trabajo de elementos transversales del currículo. Si bien es cierto que los tratamientos de tipo interdisciplinar cuidan ya ese último aspecto, no son menos ciertas las dificultades de implantación de dichas propuestas.

Un proyecto es un trabajo dilatado -generalmente a realizar fuera del aula- sobre un tema concreto, pero con características de apertura a múltiples enfoques. Los consejos de partida, las exigencias formales y la redacción final del trabajo implican un conjunto de dificultades que el profesor deberá enfrentar: desde facilitar la información necesaria, a indicar sólo pistas para favorecer la autonomía; desde la supervisión y posible revisión del primero de los trabajos, hasta la total libertad de acción...

Si bien es un instrumento que ahora se utiliza a menudo por parte de algunos profesores, no es fácil lograr una adaptación de la idea a niveles bajos de la Educación Obligatoria. La longitud y duración del trabajo pueden hacer pensar que se trata de una investigación «más larga». Pero no es sólo eso. El poder de decisión, búsqueda de información, adecuación, sistematización, nivel matemático, originalidad, etc., son categorías propias de este tipo de trabajo, que se dan con singularidad respecto a una simple investigación en donde los materiales se dan usualmente por parte del profesor. He aquí un ejemplo de presentación y página de estudiante. En la última se dan las categorías que han sido evaluadas.



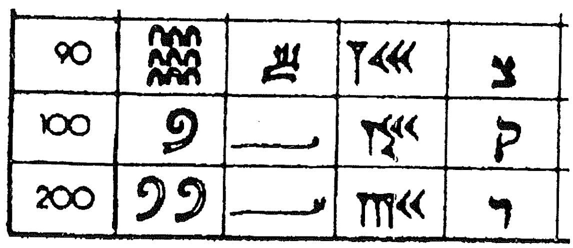
Activitat d'avaluació. Crèdit 1
Projecta d'investigació

NUMERACIONS ANTIGUES: EGIPCIA I HEBREA

Data d'inici: *28-10-92*

Data d'entrega: *7-12-92*

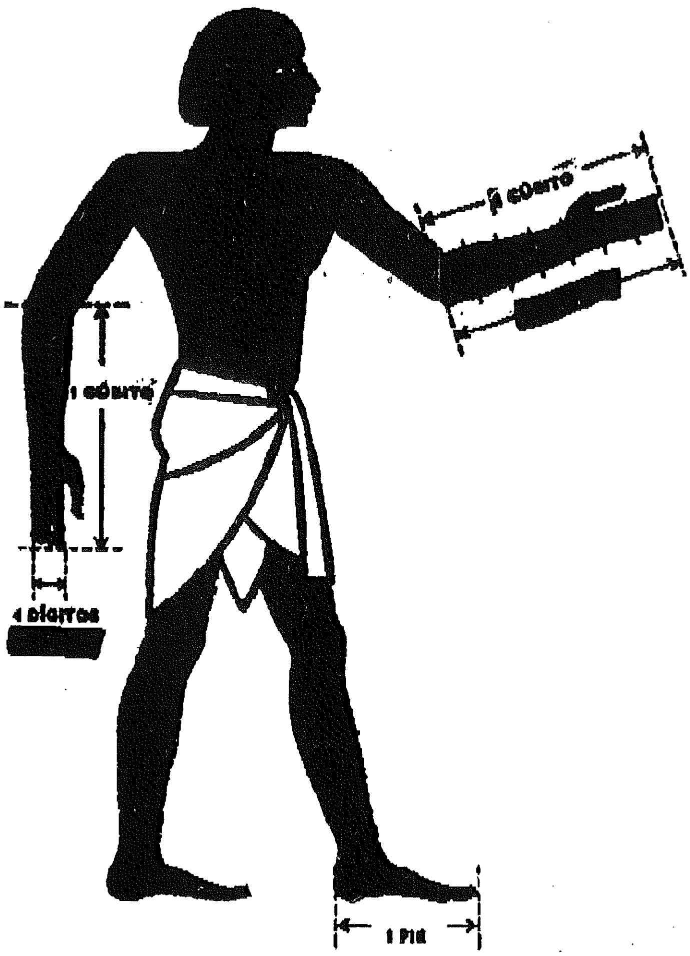
4-11-92 – Guión de trabajo



Document per l'alumne

Contingut
1. Tema. Consells generals i punt de partida.
2. Condicions per a la realització del Projecta.
3. Format de presentació de la memòria.
4. Criteris i graella d'avaluació.

EGIPCIOS



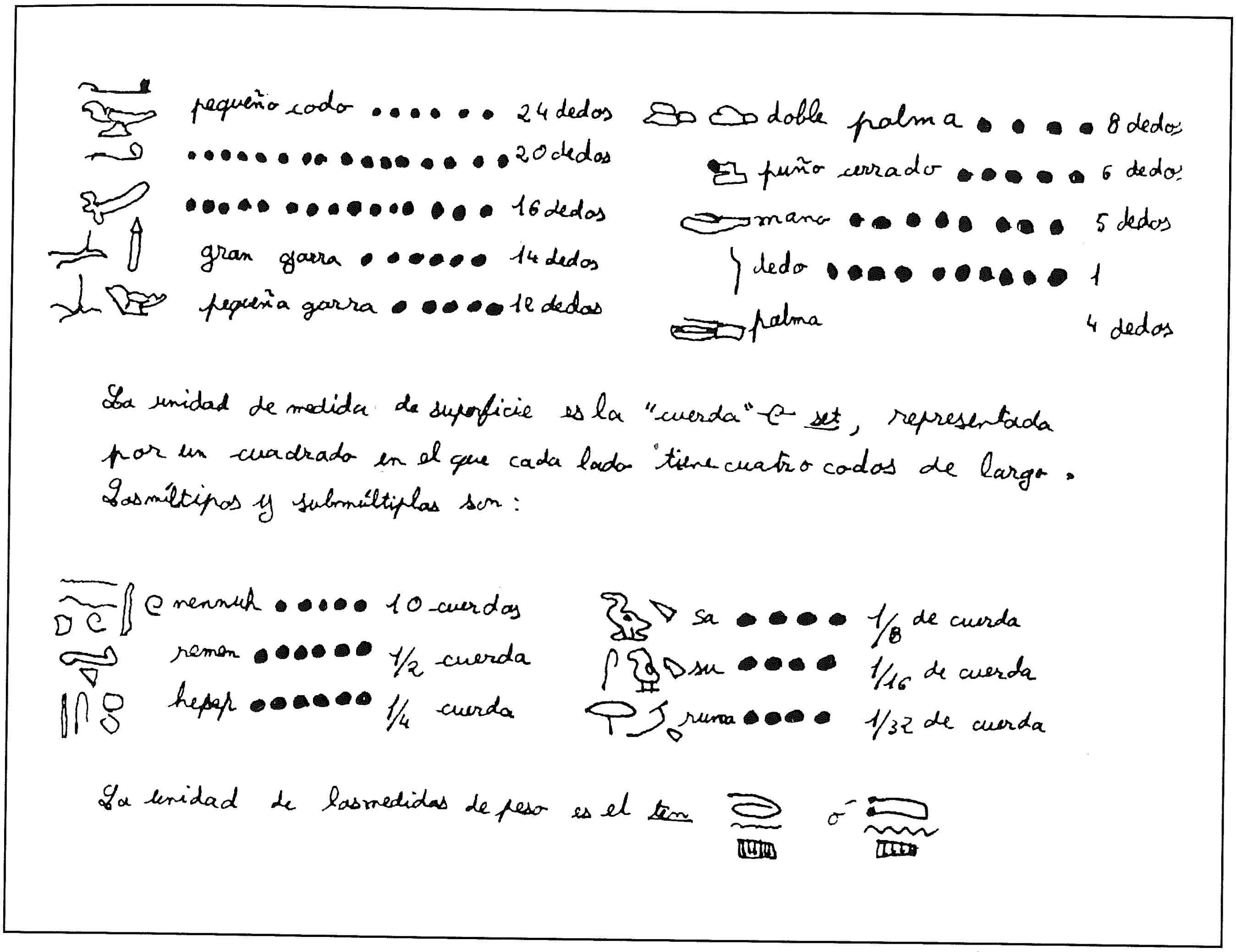
Tomaron un sistema fijo de medidas y se basaron en las proporciones del cuerpo humano, en las de su rey.

Fijándolas luego en reglas de madera o de metal. La principal unidad fue el cúbito longitud del antebrazo del hombre.

Otras medidas más pequeñas fueron:

– El palmo equivalente a la séptima parte de un cúbito.

– El dígito equivalente a la cuarta parte de un palmo.


pequeño codo 24 dedos
20 dedos
16 dedos
gran garra 14 dedos
pequeña garra 12 dedos
doble palma 8 dedos
puño cerrado 6 dedos
mano 5 dedos
dedo 1
palma 4 dedos
La unidad de medida de superficie es la "cuerda" o set, representada por un cuadrado en el que cada lado tiene cuatro codos de largo. Los múltipos y submúltiplas son:
nennuh 10 cuerdas
remen 1/2 cuerda
hepsp 1/4 cuerda
sa 1/8 de cuerda
su 1/16 de cuerda
runa 1/32 de cuerda
La unidad de las medidas de peso es el ten o

4. Criteris i graella d'avaluació

A. DISSENY GLOBAL I ESTRATÉGIES	Molt baix	Baix	Mitjá	Alt
1. Identificar informació	☐	☐	☒	☐
2. Treball sistemàtic i lògic	☐	☐	☐	☒
3. Extensió i aprofundíment	☐	☐	☒	☐
B. CONTINGUT MATEMÀTIC				
4. Formulació matemàtica	☐	☐	☐	☒
5. Us de llenguatge matemàtic	☐	☐	☒	☐
6. Aplicació de tècniques	☐	☐	☒	☐
C. EXACTITUD				
7. Exactitud en l'us de les matemàtiques	☐	☐	☒	☐
8. Corrocció en els resultats	☐	☐	☒	☐
D. LAREDAT I COMUNICACIÓ				
9. Explicacions clares i precises	☐	☐	☐	☒
10. Estructuració	☐	☐	☐	☒ Excepto final
E. ACTUTUD MATEMÁTICA				
11. Esperit de recerca	☐	☐	☐	☒
12. Matematització de situacions	☐	☐	☒	☐
F. AUTONOMIA				
13. Presa de decisions	☐	☐	☐	☒
14. Organització	☐	☐	☐	☒
G. VALORACIÓ GLOBAL				
15. Valoració de conclusions	☐	☐	☒	☐
16. Limitacions i perspectives	☐	☒ No están	☐	☐

Puntuació final 6

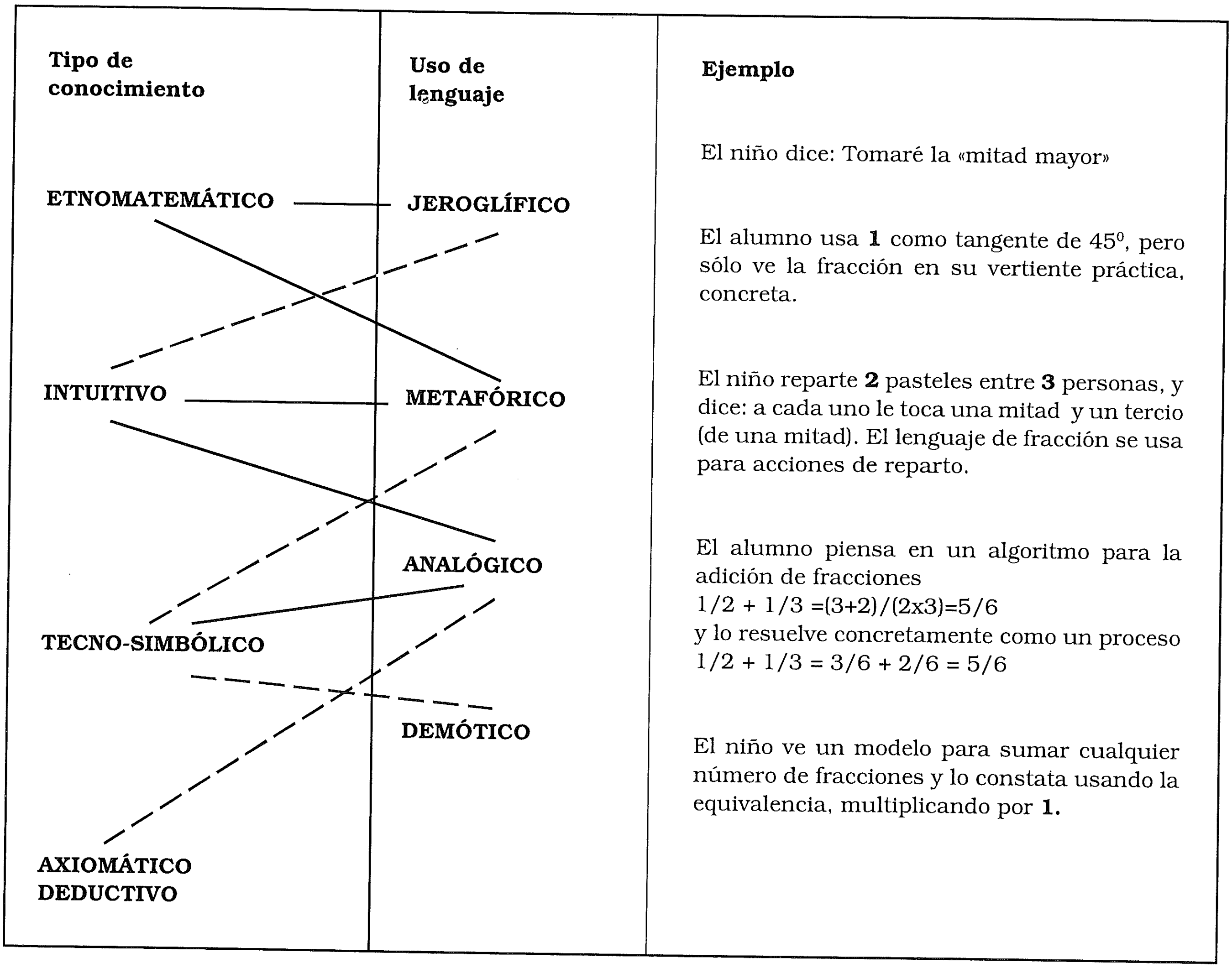
Comentaris *Pobre matemáticamente en algunos aspectos. Muy descriptivo y en un acento marcado en los aspectos históricos (bueno) olvidando la matemática en cuanto a comparación.*

Conclusión: lenguajes y construcción de conocimiento

En nuestras investigaciones y ejemplos, pensamos en la existencia de un modelo que reconozca unos pasos desde lo más intuitivo, cotidiano, real (etnomatemático), con lenguaje natural (jeroglífico) que -mediante la ayuda de metáforas y metonimias- fomente y mejore las intuiciones. Ese conocimiento se complementa y enriquece con procesos de validación y evaluación que utilizan lenguajes de tipo analógico (es como...) y establecen procesos de descubrimiento de propiedades, análisis y síntesis. Así se identifica un conocimiento cada vez más axiomático. Un ejemplo para el caso de fracciones (GIMÉNEZ 1991, siguiendo la línea expresada por T. KIEREN 1992) se describe en el esquema que aparece debajo de estas líneas.

En resumen, pues, hemos constatado en nuestra experiencia los siguientes usos de trabajo descriptivo: textos y situaciones de la historia, descripciones clásicas escritas, comunicación oral con discusión y toma de decisiones. Se ha analizado por fin brevemente la inclusión de elementos de valoración de esos procesos descriptivos.

Digamos, por último, que la inclusión de actividades adecuadas de tipo descriptivo mejoran el conocimiento y superan incluso distractores. Es especialmente paradigmático el ejemplo de STREEFLAND (1991) sobre fracciones en la óptica realista.



Bibliografía

* ALSINA, FORTUNY, GIMÉNEZ (1992) **Bon dia Mates 12-16**. Generalitat de Catalunya. Barcelona.

* ALVERMANN, DILLON, O'BRIEN (1990) **Discutir para comprender. El uso de la discusión en el aula**. Aprendizaje. Visor, Madrid, pp. 16-17.

* CALSAMIGLIA, H. (1991) **El estudio del discurso oral**. Signos, 2, 44-45.

* CASSANY, E. (1988) **Descriure -escriure. Com s'aprén a escriure**. Bibl. Universal, 35, Empúries.

* EDWARDS, D-MERCER, N. (1988) *El conocimiento compatido.* Paidós-MEC. Madrid.

* GAVALDA, D. et al. (1983) **Breu viatge al món de la matematica**. Fund. Caixa de Pensions. Barcelona.

* GIMÉNEZ, J. (1991) **Innovación metodológica sobre el número racional posiVvo**. phD thesis Microfilm. Universitat Autónoma de Barcelona.

* GIMÉNEZ & FORTUNY (1994) **Geometria amb Cabri**. Generalitat de Catalunya PIE. Barcelona.

* KIEREN, T. (1988) **Personal knowledge of rational numbers. Its intuitive and formal development**. In J. Hiebert & M. Behr (eds) Number concepts and operations in the middle grades. NCTM. Reston VA. pp. 162-181.

* KIEREN, T (1992) **Rational and fractional numbers: from quotient fields to recursive understanding**. In T. Carpenter et al. (eds) Rational numbers. Lawrence Erlbaum Ass. Hillsdale. pp. 49-83.

* LABORDE, C. (1982) **Langue naturelle et écriture symbolique**. These d'état. Univ. scientifique et médicale, Institut National Polytechnique de Grenoble.

* MASON, J. (1989) **Expressing generallity**. Open Univ. Milton Keynes.

* MATURANA, H. & VARELA, F. (1987) **The tree of knowledge.** Boston & London. New Science Library. Shambhala.

* PIMM, D. (1990) **El lenguaje matemático en el aula (TRAD).** Labor MEC. Madrid.

* PIRIE & SCHWARRZENBERGER (1988) **Mathematical discussion and mathematical understanding**. Educational studies in Mathematics 19, 459-470.

* PIRIE (1991) **Peer discussion in the context of mathematical problem solving**. In Durkin & Shire (eds) Language in mathematics education. Open University Press. Milton Keynes, 143-161.

* SALO, N. (1990) **La parla a la classe. Educació i ensenyança**. CEAC. Barcelona.

* STREEFLAND, L. (1991) **Fractions in realistic mathematics education.** Kluwer. Dordrecht.

* TALL & VINNER (1981) **Concept image and concept definition in mathematics with particular references to limits and continuity**. Educational Studies in Mathematics 12, 151-169.

* VIGOTSKY (1962) **Thought and language**. MIT Press.

* VINNER, S. (1992) **In Vivo situations**. Unpublished paper Hebrew Univ. of Jerusalem.

Joaquín Giménez
Universitat Rovira i Virgili. Tarragona
Soc. de Professors de Matèmatiques de les Comarques Meridionals de Catalunya