

# Problemática de la enseñanza de conceptos del cálculo

M. Carmen Penalva Martínez  
Joaquín Sánchez Soriano

**Teniendo en cuenta que las dificultades de aprendizaje de conceptos que tienen los estudiantes se localizan en las mentes, las matemáticas y el mensaje, se debe realizar una revisión del curriculum encaminada a potenciar el aprendizaje comprensivo de los contenidos del cálculo.**

Cuando un estudiante decide si un «objeto matemático» es o no un ejemplo de un determinado concepto, no siempre utiliza la **definición del concepto** (palabras y términos asociados que caracterizan el concepto). En la mayoría de los casos su decisión se fundamenta en la **imagen del concepto** (conjunto de todas las propiedades y procesos asociados al concepto, así como todo tipo de imágenes mentales que el estudiante relaciona con el concepto). Por imagen mental se entiende cualquier tipo de representación -gráfica, simbólica, etc. [3].

Ante las dificultades que tienen los estudiantes en el aprendizaje de conceptos del cálculo, se debe tener en cuenta que los conflictos de aprendizaje pueden estar localizados en uno o más de los siguientes campos [2]:

- **Las mentes** de los estudiantes y profesores. Se tienen experiencias y estructuras creadas, que no siempre son consistentes, y puede ser que se unan ideas matemáticas a aspectos idiosincráticos.

- **Las matemáticas**, pues, contienen conceptos, tales como el infinito, que contienen implícitos significados complejos que pueden ser interpretados de forma errónea.

- **El mensaje**, que puede ser transmitido en un lenguaje que evoque ideas inapropiadas, o bien, presentado en una secuencia de contenidos que no favorece la comprensión adecuada del concepto.

Durante el proceso de comprensión de un concepto por un estudiante se establecen relaciones entre los aspectos mencionados anteriormente:

En la **mente** del alumno se forma la **imagen del concepto**, que está estrechamente conectada con las experiencias del estudiante sobre el concepto. La mayoría de las veces estas experiencias se obtienen a través de ejemplos y ejercicios, presentados por el profesor, y éstos «hacen fe» en la imagen del concepto que el estudiante capta. Además,

de estos ejemplos se extraen «ideas simplificadas», no generales, que el estudiante identifica con el concepto.

Se ha observado, por ejemplo, que la imagen de función continua que tienen asimilada los estudiantes es aquella que se puede dibujar de un sólo trazo o la que está definida mediante una única fórmula [3].

Otros casos, sobre inconsistencias en el aprendizaje del concepto de función, se pueden analizar en D. Tall [2], y en el trabajo de S. Vinner y T. Dreyfus [4].

También existe una conexión entre la **definición del concepto** y el **mensaje**. Se sabe que cuando un estudiante se expresa en términos matemáticos no implica, necesariamente, que entienda dichas expresiones. Las respuestas a las cuestiones: ¿cómo hacer llegar el mensaje al sujeto?, ¿qué palabras utilizar?, y algo muy importante, ¿cuándo introducir la **definición del concepto**?, están condicionadas por el desarrollo **mental** del estudiante.

Las inconsistencias detectadas en el aprendizaje de los conceptos del cálculo se deben, sobre todo, a conflictos producidos por las relaciones entre la **imagen del concepto** y la **definición del concepto**. En muchas ocasiones las relaciones imagen-definición son totalmente inconsistentes, también puede suceder que no haya una correspondencia total entre la definición y la imagen del concepto [4].

En otros casos se observa que un estudiante no ha asimilado el significado de un concepto, ya que, a cuestiones con respuesta acertada, la argumentación que la justifica es totalmente errónea. Esto puede ser debido a que la imagen y la definición del concepto no son evocadas con la misma fuerza. Puede ser que haya una imagen fuerte con una definición del concepto débil o viceversa [3].

Cuando el problema viene derivado de la secuenciación de las matemáticas, puede ocurrir que el alumno comprenda y conozca los conceptos dentro de un cierto marco. Parece que el alumno aprende bien, pero sucede que al sacarle de su contexto habitual, por ejemplo, al hacerle una pregunta general sobre el concepto, el estudiante se equivoca, pues no sabe usar las imágenes adecuadas. Lo que el estudiante hace en este caso es dar *imágenes contextualizadas*, esto es, imágenes para cada situación, y no usa imágenes claras y globales sobre el concepto. El estudiante lo que suele aprender no es el concepto en sí, sino la imagen del concepto para cada momento. Así cuando se le formula una

pregunta general sobre el concepto, tiene dificultades para evocar la imagen correspondiente.

Esto nos da una idea de *compartimentación* de un concepto y sus posibles imágenes. Dicho proceso está muchas veces provocado por el propio profesor, pues en gran número de ocasiones se da el concepto y se piden aspectos de él para situaciones concretas, con lo cual el alumno siempre responde sobre el concepto aplicado, nunca sobre el «propio concepto», con lo cual no llega a entender el concepto pero sí a usarlo, [2], [3] y [4].

Hay que lograr que esta compartimentación sea la menor posible, dando una secuenciación de los contenidos más coherente, haciendo matemáticas sobre el «*tándem*» *uso-comprensión*, y no sólo sobre uno de estos aspectos.

El cómo superar los conflictos mencionados es difícil e influyen varios aspectos que muchas veces nos pasan inadvertidos (predisposición, «*todos no somos iguales*», «*todos no tenemos las mismas circunstancias*»,...), pero superados éstos, se pueden citar, de acuerdo con J. Ferrini -Mundy y K. G. Graham [1], numerosas acciones que potencian el aprendizaje del cálculo:

- Enriquecer las concreciones de los conceptos.
- Mejorar los ejemplos y contraejemplos.
- Mayor reflexión sobre los conceptos.
- Introducir el uso del ordenador en el aula.

- Observar que todos los conceptos no tienen ejemplificaciones gráficas sencillas.
- Secuenciar los contenidos de forma más efectiva.
- Intentar conseguir una conducta más participativa del alumno.
- Investigar qué materiales son adecuados para cada nivel.
- Etc.

## Bibliografía

- [1]. FERRINI -MUNDI, J.; GRAHAM, K. G. (1991). **An overview of the calculus curriculum refort effort: issues for learning, teaching, and curriculum development**. The teaching of Mathematics. August-september, 627-635.
- [2]. TALL, D. (1990). **Inconsistencies in the learning of calculus and analysis**. Focus on learning problems in Mathematics, 12, 3 y 4, 49-63.
- [3]. TALL, D.; VINNER, S. (1981). **Concept image and concept definition mathematics with particular reference to limits and continuity**. Educational Studies in Mathematics, 12, 151-169.
- [4]. VINNER, S.; DREYFUS, T. (1989). **Images and definitions for the concept of function**. Journal for research in Mathematics Education, 20, 4, 356-366.

---

**M. Carmen Penalva Martínez**  
**Joaquín Sánchez Soriano**  
Departamento de Matemáticas y  
Estadística.  
Universidad de Alicante.