

El desarrollo del razonamiento lógico en matemáticas: correlación y combinatoria

José Antonio Acevedo Díaz
Sixto Romero Sánchez

En la teoría del pensamiento formal de Piaget aparecen diversos esquemas operatorios relacionados con el razonamiento matemático. En el presente artículo se estudian algunos aspectos de dos de estos esquemas: la correlación y la combinatoria. Se analizan las respuestas de estudiantes de Educación Secundaria (BUP, COU y Reforma) a cuatro tareas del Test de Razonamiento Lógico (TRL). La evaluación se ha centrado sobre todo en la discusión de los principales errores sistemáticos encontrados. Asimismo, se sugieren implicaciones para la enseñanza de estas nociones desde el punto de vista del aprendizaje y el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Introducción

Como es sabido el razonamiento correlacional implica identificar y verificar relaciones entre variables, siendo precisa alguna forma de comparación entre aquellos datos que confirmen la hipótesis a prueba y los que se muestren contrarios a ella. Según Inhelder y Piaget (1955) la adquisición del concepto de correlación supone la conjunción de otros esquemas operatorios formales, tal y como los de proporcionalidad y probabilidad, ya que son necesarios cálculos de ambos tipos para hacer una estimación correlacional. Desde esta óptica puede considerarse entonces que la noción de correlación sería un poco más compleja que la de probabilidad.

Por otro lado, estos mismos investigadores entonces encontraron también que, durante el período de las operaciones concretas, los niños y las niñas intentan la construcción de todas las combinaciones posibles de los elementos de un conjunto, llegando a elaborar espontáneamente, por ensayo y error, algunos procedimientos rudimentarios cuando el número de elementos es pequeño (Piaget e Inhelder 1951). Sin embargo, a

partir de ahí no conseguirían generalizar ni usar ningún método sistemático, competencia que se adquirirá plenamente una vez alcanzado el pensamiento formal. Otros autores, en cambio, opinan que esto último es solamente más bien una capacidad potencial para la mayoría de los sujetos, que pueden extenderse incluso a edades más tempranas (Fischbein, 1975), por lo que dirigen su atención al efecto de la enseñanza sobre la formación de estas habilidades cognitivas.

En este trabajo indagaremos en los razonamientos correlacional y combinatorio de los estudiantes de Enseñanza Secundaria para, entre otros fines, tratar de establecer una posible clasificación en categorías de sus respuestas más representativas a diferentes tareas, haciendo especial hincapié en la evolución a lo largo de la escolarización de los principales errores sistemáticos encontrados. De este modo el presente estudio complementa otro anterior sobre la proporcionalidad y la probabilidad (Acevedo y Romero 1991), nociones con las que, desde el punto de vista del desarrollo cognitivo, se emparentan de alguna manera la correlación y las operaciones combinatorias. Ampliaremos pues aquí la evaluación que

venimos realizando sobre la comprensión de algunos conceptos de gran interés interdisciplinar y los procedimientos matemáticos asociados a ellos, cubriéndose así uno de los principales propósitos del Proyecto TRL (Acevedo, 1991) en el cual se inserta esta investigación.

Procedimiento

La muestra participante en el estudio ha sido de 581 alumnas y alumnos de Enseñanza Secundaria (BUP, COU y Reforma) que, durante el curso 1989-90, estudiaban en tres Institutos de Bachillerato de Huelva, uno de la capital y dos de la provincia. La distribución de la misma por niveles escolares fue la siguiente: 135 de 1º, 225 de 2º, 133 de 3º y 88 de COU/4º, con edades comprendidas entre 14 y 19 años. Socioculturalmente la población de la muestra puede considerarse entre media y media-baja.

Los problemas que se han utilizado en este trabajo son las cuestiones 7, 8, 9 y 10 del *Test de Razonamiento Lógico (TRL)*, el cual es la traducción castellana, realizada en 1989 por profesores de Cádiz miembros del Seminario Permanente de Investigación en Didáctica de las Ciencias, del *Test of Logical Thinking (TOLT)* de Tobin y Cpie (1981), que han sido validados respectivamente con muestras de alrededor de un millar y medio de estudiantes de un amplio rango de edades y niveles de escolarización, tanto en su versión original inglesa (Tobin, 1988) como en la española (Acevedo y Oliva, 1990). Como puede comprobar en el anexo, dos de las tareas son de correlación de probabilidades y las otras dos de operaciones combinatorias (ordenaciones por permutación y agrupaciones por combinatoria simple).

Las respuestas a los problemas planteados se han asociado en distintas categorías, lo que nos ha permitido elaborar una clasificación de los principales tipos de razonamiento, correctos y erróneos, para cada una de las dos nociones manejadas. Por otra parte, aunque la metodología seguida ha sido de naturaleza transversal, se ha hecho una extrapolación a partir de las frecuencias relativas de los distintos razonamientos para así

poder estimar cómo evolucionan éstos a través del Bachillerato.

De esta forma los resultados que se describen y discuten a continuación permiten valorar los progresos de los escolares, desde una perspectiva psicoevolutiva del aprendizaje de las Matemáticas que presten atención a los obstáculos que encuentran para adquirir los conocimientos (Velázquez, 1991), así como evaluar también la incidencia de la enseñanza en los aspectos citados.

Resultados

Esquemáticamente podemos clasificar las respuestas a las cuestiones según los siguientes modelos de razonamiento:

a) *Categorías correspondientes a las tareas de correlación*

- CR.1 Correlación correcta.
- CR.2 Observaciones cualitativas sin relacionar las frecuencias.
- CR.3 Se computan todos los datos aunque sin considerar por separado las frecuencias.
- CR.4 La estimulación se hace a partir de sólo dos clases de datos.

b) *Categorías correspondientes a las tareas de combinatoria*

- CB.1 Agrupaciones combinatorias y permutaciones correctas.
- CB.2 Se intenta controlar las variables necesarias, pero no hay un procedimiento sistemático en la resolución.
- CB.3 No hay control efectivo de las variables. Las respuestas parecen generadas al azar.

En la tabla 1 se muestran los porcentajes de los distintos tipos de razonamiento para cada una de las cuestiones de correlación, indicándose también qué tanto por ciento de la muestra resuelve correctamente los dos problemas y cuál no hace bien ninguno de los dos. En la tabla 2 se hace lo mismo con los datos correspondientes a las cuestiones de combinatoria.

Tabla 1 Frecuencias relativas, expresadas en tanto por ciento, de las categorías de razonamiento utilizados en la resolución de tareas de correlación del TRL

Tareas	CR.1	CR.2	CR.3	CR.4
Correlación (1)	28,4	28,6	25,5	6,4
Correlación (2)	35,3	35,6	7,6	6,9

El 14,5% resuelven bien los dos problemas, mientras que el 50,9% no hace bien ninguno de los dos.

Tabla 2 Frecuencias relativas, expresadas en tanto por ciento, de las categorías de razonamiento utilizados en la resolución de tareas de combinatorias del TRL

Tareas	CB.1	CB.2	CB.3
Combinatoria (1)	34,4	50,4	13,1
Combinatoria (2)	32,5	37,3	21,2

El 20,3% resuelven bien los dos problemas, mientras que el 53,2% no hace bien ninguno de los dos.

Por último, en las tablas 3 y 4 se expresan, distribuidos por niveles escolares, los porcentajes de los principales modos de razonamiento referentes, respectivamente, a los problemas de correlación y combinatoria. Estos datos permiten construir las trazas evolutivas que se representan en las figuras 1, 2, 3 y 4.

Tabla 3 Distribución por cursos de las frecuencias relativas, expresadas en tanto por ciento, de los modos de razonamiento utilizados en la resolución de tareas de correlación del TRL

Categorías	BUP/REF			COU/4º REF
	1º	2º	3º	
CR.1 (1)	23,0	31,6	27,8	29,5
CR.2 (1)	40,7	24,4	27,1	22,7
CR.3 (1)	17,8	31,6	27,1	19,3
CR.4 (1)	5,2	3,1	9,8	11,4
CR.1 (2)	29,6	33,8	32,3	52,3
CR.2 (2)	48,9	33,8	35,3	21,6
CR.3 (2)	8,1	8,4	9,0	1,1
CR.4 (2)	3,0	7,6	7,5	10,2

Entre paréntesis se indica la referencia a la primera o a la segunda tarea de corrección.

Tabla 4 Distribución por cursos de las frecuencias relativas, expresadas en tanto por ciento, de los modos de razonamiento utilizados en la resolución de tareas de combinatoria del TRL

Categorías	BUP/REF			COU/4º REF
	1º	2º	3º	
CB.1 (1)	23,7	29,8	43,6	48,9
CB.2 (1)	55,6	56,0	42,9	39,8
CB.3 (1)	16,3	12,4	12,0	11,4
CB.1 (2)	21,5	32,9	32,3	48,9
CB.2 (2)	37,8	37,8	42,1	28,4
CB.3 (2)	27,4	21,8	13,5	21,6

Entre paréntesis se indica la referencia a la primera o a la segunda tarea de combinatoria.

Discusión

Razonamiento correlacional

En las tareas de correlación del TRL hay dos variables dicotomizadas que, al combinarlas entre sí, dan lugar a cuatro clases de casos. La resolución correcta de ambos problemas implica utilizar separadamente los datos de las diferentes clases establecidas para calcular dos probabilidades en forma de proporción que después hay que comparar.

Las justificaciones de las respuestas incluyen básicamente tres tipos de razonamientos erróneos. El que se ha detectado más frecuentemente, con una incidencia próxima a la tercera parte de la muestra, consiste en hacer únicamente observaciones cualitativas que, evidentemente, resultan insuficientes. Este modo de razonar se manifiesta un poco más en la segunda cuestión que en la primera, subyaciendo también en el mismo dificultades con la noción de probabilidad.

Otro razonamiento incorrecto supone centrar la atención en las sumas parciales de los datos correspondientes a cada categoría de una de las variables. Aunque en el cómputo se usan todos los

datos del problema, las frecuencias no se consideran por separado, lo que conduce a una comparación inútil para la correlación pedida. Este fallo se comete sobre todo en la primera de las tareas, en donde aparece para alrededor de la cuarta parte de las explicaciones recogidas.

Por último, hay un error más minoritario que, sin embargo, ha supuesto aproximadamente una de cada diez respuestas de los estudiantes de COU en ambas cuestiones. En este tipo de razonamiento no se emplean todos los datos necesarios, limitándose el sujeto a estimar una sola frecuencia relativa a partir de los correspondientes a dos de las cuatro clases posibles.

Prácticamente la mitad de los estudiantes encuestados no resuelven correctamente ninguno de los dos problemas, mientras que solamente uno de cada siete hace bien los dos. Los resultados son ligeramente mejores para la segunda de las tareas, lo que concuerda con lo obtenido anteriormente

por Garnett y Tobin (1984). Asimismo, cabe señalar que los porcentajes de ausencia de respuesta son similares en ambos problemas (3,1% en el primero y 2,8% en el segundo).

Desde el punto de vista evolutivo no se observa ninguna mejora significativa en los aciertos para la primera de las tareas, mientras que en la segunda hay un aumento importante de los éxitos únicamente en el paso de 3º a COU (figuras 1 y 2). Los diversos razonamientos erróneos persisten generalmente de la forma apreciable en todos los niveles escolares, si bien el cualitativo muestra una clara tendencia a disminuir pronto aunque manteniendo siempre su importancia relativa. Otro dato de interés para la reflexión lo proporcionan los logros al final del Bachillerato, donde menos de la tercera parte de los estudiantes de COU resuelven bien la primera de las cuestiones planteadas y un poco más de la mitad de los mismos consiguen hacer acertadamente la segunda (tabla 3).

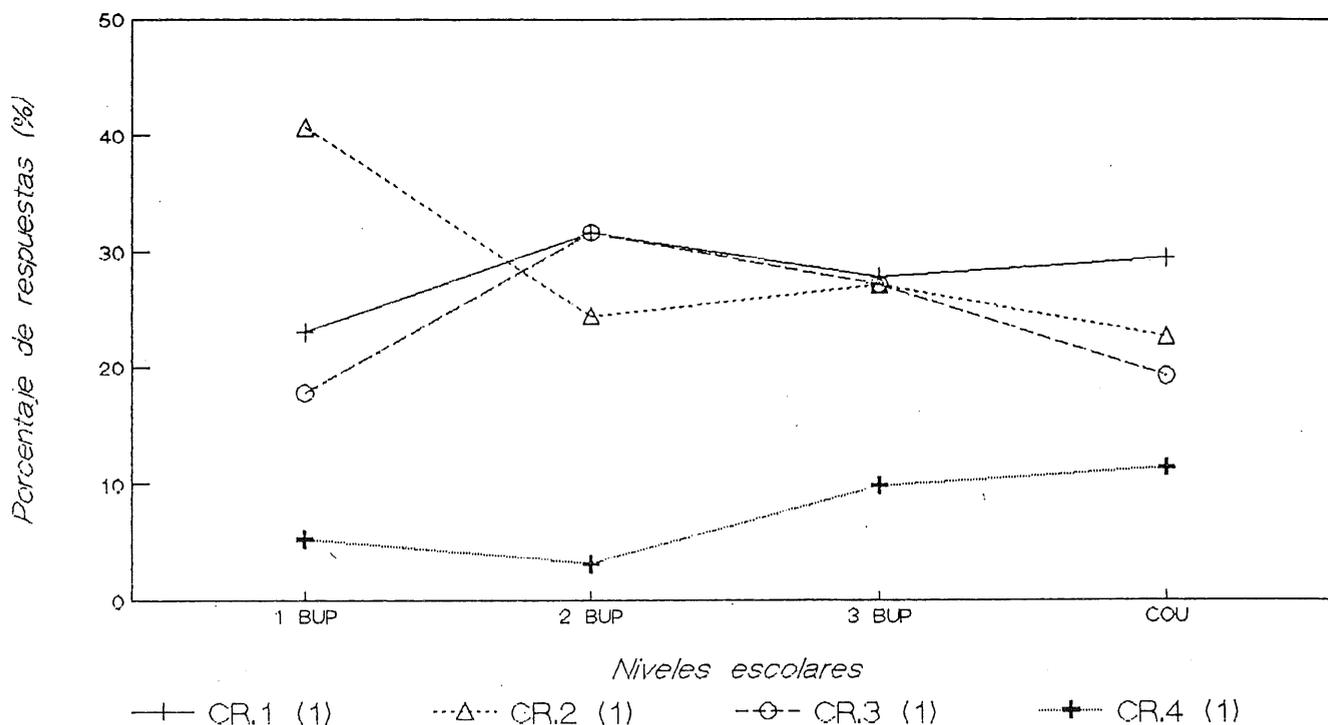


Figura 1. Secuencia evolutiva de razonamientos en tarea 1 de correlaciones.

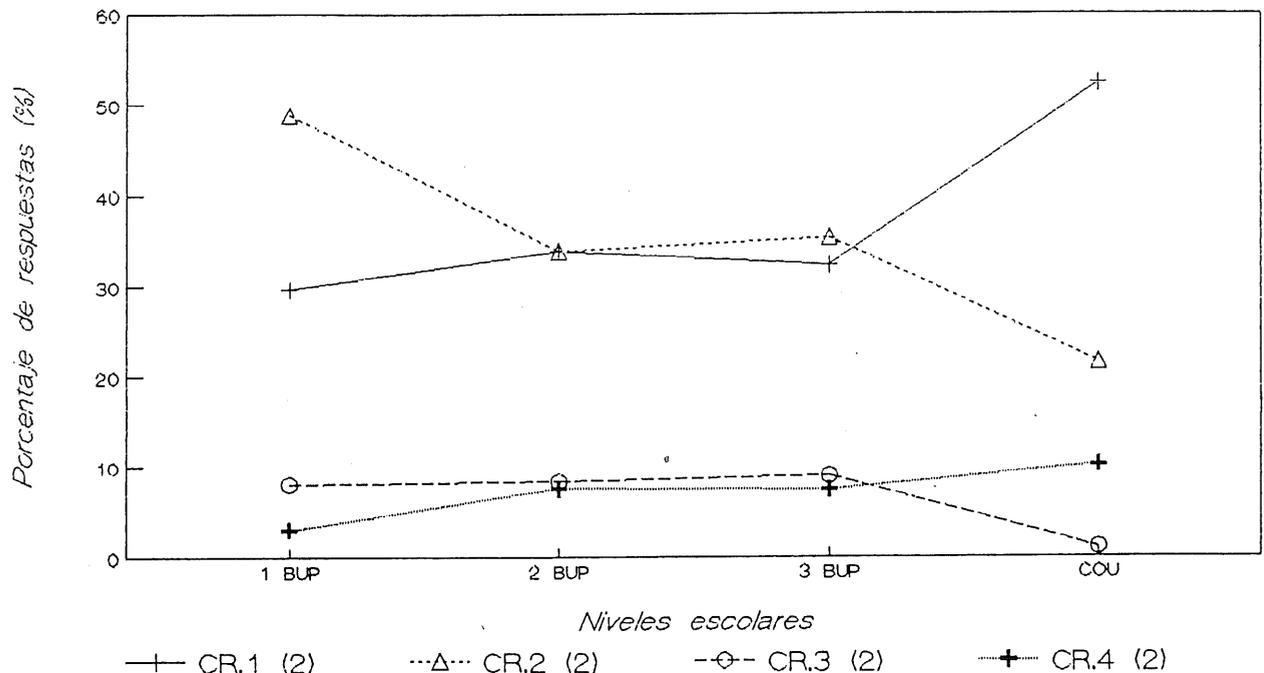


Figura 2. Secuencia evolutiva de razonamientos en tarea 2 de correlaciones.

Algunos autores han cuestionado la validez de las tareas de correlación del TRL en cuanto a su capacidad para valorar adecuadamente las habilidades propias del esquema operatorio formal correspondiente. En efecto, si se considera que el razonamiento correlacional implica de alguna forma hacer estimaciones probabilísticas, podría parecer sorprendente que los resultados obtenidos en la resolución de estos problemas sean superiores a los alcanzados por los mismos sujetos en las tareas de probabilidad del TRL (Acevedo y Romero 1991); hecho que se repite también en otros estudios, utilizando siempre los mismos problemas, con profesores australianos en formación (Garnett y Tobin 1984), con escolares australianos de Educación Secundaria (Garnett, Tobin y Swingler 1985) y con estudiantes onubenses de Escuela Universitaria Politécnica (Acevedo, Romero y Romero 1990).

Ahora bien, por otra parte, los análisis factoriales hechos para validar la construcción del TOLT (Tobin 1988) y la del TRL (Acevedo y Oliva 1990) muestran la existencia de cinco factores, de tal manera que cada uno de ellos correlaciona significativamente

sólo con las puntuaciones de los sujetos en cada una de las cinco parejas de cuestiones que constituyen el test. Esto significa que las dos tareas que estamos discutiendo valoran algún tipo de razonamiento específico que no es evaluado por las otras.

Mc Kenzie y Padilla (1982) intentaron solventar esta aparente incongruencia sugiriendo que los problemas del TOLT podrían ser válidos para medir una forma temprana del razonamiento correlacional, ya que los mismos, tal y como se presentan en el test, no requieren la elaboración de una explicación sino simplemente elegir una entre varias dadas. Esta interpretación se vería avalada por los resultados de algunos estudios realizados con estudiantes norteamericanos de distintos niveles escolares, en los que se han empleado las mismas tareas que en el TRL pero dejando abierta la justificación. En estos (Karplus, Adi y Lawson, 1980, Lawson 1982, 1983, Lawson y Bealer, 1984, Lawson, Karplus y Adi 1978) los aciertos disminuyen notablemente en comparación con los mostrados en los trabajos que han usado el TOLT o el TRL. Asimismo, en las investigaciones estadounidenses indicadas, las respuestas

correctas a las cuestiones de probabilidad superan siempre a las de correlación.

Profundizando en estas observaciones, pensamos que la selección de la explicación adecuada en los problemas de correlación del TRL se ve favorecida por la ausencia de otras alternativas plausibles, las cuales dificultarían posiblemente su resolución. Así pues, podrían haberse sugerido relaciones entre probabilidades que no son válidas para la correlación solicitada, tal y como comparar, por ejemplo, las frecuencias relativas de los datos de cada una de dos de las clases respecto del total de datos, o bien hacer lo mismo en las frecuencias, relativas referidas esta vez a la suma parcial de los correspondientes a las dos clases consideradas. En definitiva, creemos necesaria la realización de más estudios destinados a aclarar algunos puntos oscuros sobre los aspectos apuntados en esta discusión.

Razonamiento combinatorio

En el TRL se proponen dos tareas de operaciones combinatorias, una en la que no importa el orden de los elementos pero sí el no repetir dos de un mismo subconjunto en cada agrupación, y otra de permutaciones en la que, como es notorio, la ordenación resulta clave. Con estos problemas no se pretende evaluar si los escolares están en condiciones de formular explícitamente una expresión matemática que permita su resolución, sino más bien si son capaces de utilizar un método exhaustivo y sistemático para generar todas las agrupaciones que constituyen la solución correcta.

A causa de la estructura del formato utilizado en las cuestiones planteadas, resulta más difícil identificar los modos de razonamiento inadecuados. No obstante, el análisis de las estrategias subyacentes en las respuestas nos ha permitido clasificar las equivocadas en dos grandes tipos. En el primero se observan intentos de los sujetos por controlar las variables relevantes de la tarea, sin embargo éstos no son capaces de establecer un procedimiento sistemático suficientemente riguroso que les permita construir todas las combinaciones o permutaciones posibles. Como consecuencia de esta dificultad hay tanto agrupaciones repetidas como ausencia de otras. Este ha sido, sin duda, el error más frecuente

en la resolución de ambas tareas, detectándose en la mitad de la muestra en el caso del problema de combinatoria simple y en más de la tercera parte para el de permutaciones.

La segunda de las limitaciones supone la incapacidad de los sujetos en el momento de controlar las variables necesarias para resolver las cuestiones, de tal manera que da la impresión de que las respuestas han sido generadas al azar. Esta forma de abordar los problemas, que conduce muchas veces a abandonar pronto la búsqueda de una solución completa a los mismos, aparece en más de la quinta parte de la muestra para la cuestión de permutaciones y, aproximadamente, en uno de cada ocho estudiantes en la de combinatoria.

Por otra parte, algo más de la mitad de los escolares no resuelven bien ninguna de las dos tareas y la quinta parte hace correctamente las dos. También hay que indicar que dejaron sin responder en menos ocasiones el problema de combinatoria que el de permutaciones (2,1% y 9,0% respectivamente). En cambio, los aciertos son muy similares en ambas cuestiones, alrededor de uno de cada tres. Así pues, en conjunto, no hemos encontrado diferencias importantes que prueben lo expresado por Piaget e Inhelder (1951) quienes afirmaron que las permutaciones resultan algo más difíciles que las operaciones combinatorias. Sin embargo, nuestros resultados sí guardan paralelismo con los obtenidos anteriormente por Garnett y Tobin (1984).

Para terminar, es preciso señalar que a lo largo del Bachillerato se produce un aumento significativo de los éxitos en ambos problemas (figuras 3 y 4), si bien es destacable que el final del mismo, en COU, sólo en torno a la mitad de los sujetos hacen bien cada una de las cuestiones (tabla 4). Asimismo, resulta de interés el análisis evolutivo de los dos tipos de limitaciones catalogadas. Este revela que los errores debidos fundamentalmente a la falta de control de variables se mantienen prácticamente semejantes en todos los niveles escolares, mientras que los relacionados con la incapacidad para elaborar un método sistemático descienden sobre todo para los alumnos y las alumnas de COU. De esta manera, aunque en nuestro trabajo esta última

dificultad es siempre la más importante, todo indica que podría disminuir conforme los sujetos tuvieran más edad y mayor experiencia escolar; hipótesis que se vería reforzada por lo mostrado en otras investigaciones con estudiantes universitarios

(Acevedo, Romero y Romero 1990, Garnett y Tobin 1984) en las que observaron menos fracasos ocasionados por la ausencia de un procedimiento sistemático que por no controlar las variables necesarias.

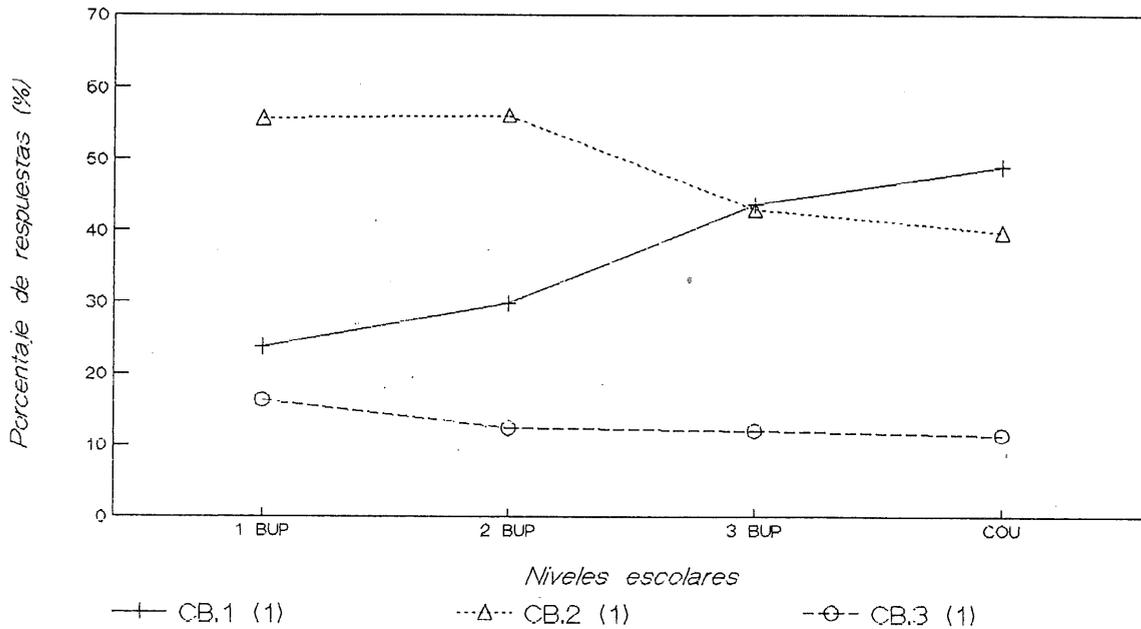


Figura 3. Secuencia evolutiva de razonamientos en tarea 1 de combinatoria.

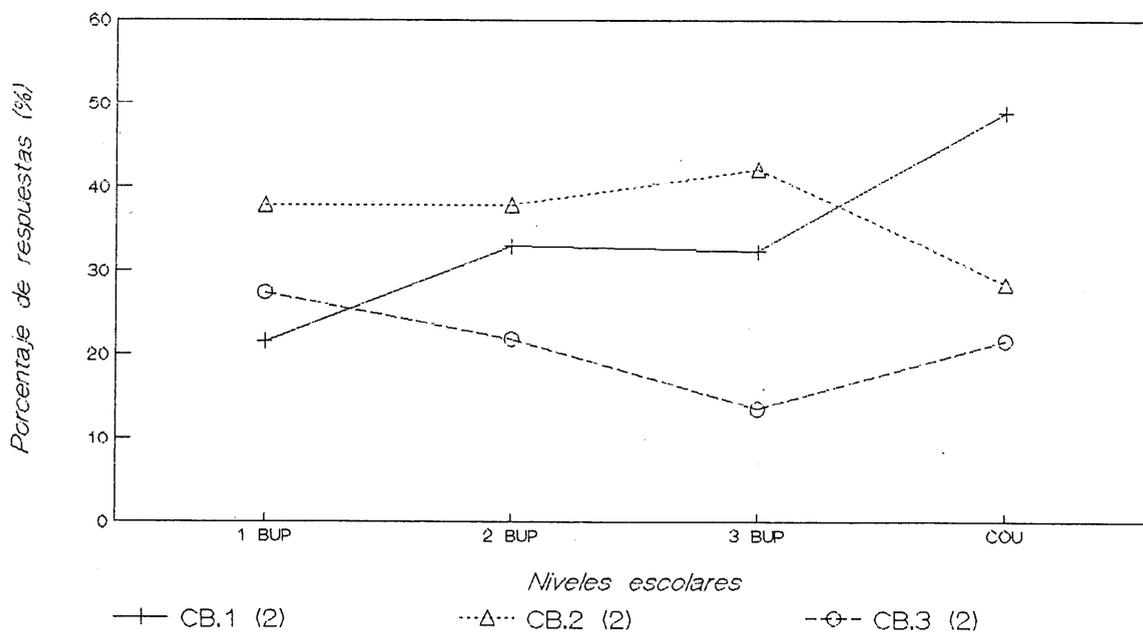


Figura 4. Secuencia evolutiva de razonamientos en tarea 2 de combinatoria.

Implicaciones

Independientemente de que se admita o no la teoría unitaria del pensamiento formal elaboradas por Piaget, los estudios sobre los esquemas operatorios que aparecen en la misma, tal y como los analizados en este trabajo, resultan de gran interés por tratarse de razonamientos útiles para la formación de distintos aspectos del pensamiento científico (Carretero 1985). Además, incluso aunque no se esté de acuerdo con la existencia de una unidad cognitiva subyacente a los diferentes esquemas (Lawson, Karplus y Adi, 1978), es difícil negar la presencia de interrelaciones entre éstos (Shayer y Adey, 1981). En cambio es más habitual cuestionar la posición piagetiana sobre la escasa influencia que, según este epistemólogo, tendría la enseñanza en la adquisición de estos razonamientos. Esta polémica nos lleva a centrar las reflexiones que se hacen a continuación en la dualidad que, desde una perspectiva constructivista, deben conformar el aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo cognitivo de los escolares (Acevedo, 1989).

La habilidad para razonar correlacionalmente parece ser que se elabora con bastante lentitud. Sin embargo, es posible enseñar a los estudiantes a reconocer formas incorrectas de esta modalidad de razonamiento, por ejemplo planteándoles preguntas adecuadas en la resolución de tareas diversas. Ahora bien, para lograr ésto el profesorado debe conocer a fondo la problemática de la correlación, así como ser sensible a las limitaciones de los razonamientos de sus alumnas y alumnos (Acevedo et al., 1991).

Otro tanto podríamos decir del razonamiento combinatorio. Ya se ha indicado anteriormente que los escolares pueden, en el pensamiento concreto, tantear espontáneamente la construcción de procedimientos sencillos para hacer agrupaciones con los elementos de un conjunto, sobre todo cuando el número de éstos es pequeño. Aunque, por supuesto, en esta situación se encuentran todavía lejos de alcanzar la capacidad para desarrollar un método sistemático para resolver este tipo de problemas, Fischbein (1975) ha mostrado que se puede aprovechar con éxito la intuición de estos sujetos para ayudarles, mediante

la enseñanza, a aprender algunos procedimientos generales como, por ejemplo, los empleados en la construcción de diagramas en árbol (Díaz, Batanero y Cañizares 1987).

Según se desprende de nuestros resultados, un elevado número de alumnas y alumnos no dominan a niveles elementales los razonamientos ligados a las nociones de correlación y combinatoria, incluso en el caso de aquellos de mayor edad que se encuentran próximos a finalizar sus estudios secundarios. Estos datos pueden usarse para negar la formación generalizada, al final de la adolescencia, de las capacidades propias del pensamiento formal; pero también sirven para denunciar la escasa incidencia que parece tener la enseñanza en el desarrollo de estos razonamientos o, al menos, que estas cuestiones no se contemplan o no se cuidan suficientemente en los actuales currícula.

Desde otros puntos de vista podría dudarse de la validez de la interpretación que hemos dado a los resultados obtenidos. Si bien es razonable discutir algunos aspectos controvertidos de las tareas utilizadas, y así se ha hecho en el artículo, creemos, no obstante, que las respuestas recogidas no se deben al azar, sino que responden a verdaderos obstáculos cognitivos que los estudiantes deben superar en el aprendizaje de los razonamientos correlacional y combinatorio. En efecto, la persistencia cualitativa, y a veces cuantitativa, de algunos tipos de error, así como la concordancia con lo mostrado en otros estudios ya citados, les confiere un cierto carácter universal; esto es, se trata de errores sistemáticos a los que la enseñanza tendría que prestar una especial atención.

En definitiva, es un hecho que los escolares suelen tener ideas tempranas, generalmente difusas, sobre las nociones matemáticas que se han tratado aquí, y también sobre otros conceptos. Ahora bien, estas intuiciones, aun siendo importantes, no se pueden articular de modo espontáneo con las características específicas de los correspondientes esquemas operatorios formales. Como acertadamente señala Fischbein (1987), para intentar conseguir lo anterior es preciso enseñar a los estudiantes a desarrollar, mediante la intervención didáctica, aquellas intuiciones que puedan resultar más

relevante para el razonamiento matemático. Cuestión ésta que, debiendo ser uno de los objetivos de la educación matemática, supone un gran reto para el profesorado.

Bibliografía

- * ACEVEDO, J.A. (1989). **Desarrollo cognitivo y matemáticas. Un ejemplo: la evolución del razonamiento proporcional en BUP.** Epsilon, 13, 51-57.
- * ACEVEDO, J.A. (1991). **Proyecto TRL. Una investigación en curso.** Borrador (aceptada su publicación).
- * ACEVEDO, J.A., BOLIVAR, J.P., LÓPEZ-MOLINA, E.J. y TRUJILLO, M. (1991). **Modelos de razonamiento en dos tareas de proporcionalidad.** Revista de Psicología General y Aplicada, 44 (2), 175-182.
- * ACEVEDO, J.A. y OLIVA, J.M. (1990). **Validación de un test de razonamiento lógico: el TRL.** Documento no publicado, Extensión de Huelva del I.C.E. de la Universidad de Sevilla.
- * ACEVEDO, J.A. y ROMERO, S. (1991). **El error sistemático en la resolución de tareas proporcionalidad y probabilidad.** Epsilon, 19, 9-22.
- * ACEVEDO, J.A., ROMERO, S. y ROMERO, J. (1990). **L'évolution du raisonnement formel des étudiants depuis l'Enseignement Secondaire jusqu'au l'Université.** Comunicación expuesta en la 42 Reunión Internacional de la CIEAEM, Szczyrck, Bielsko-Biala. Polonia.
- * CARRETERO, M. (1985). **El desarrollo cognitivo en la adolescencia y la juventud: las operaciones formales. En M. Carretero, J. Palacios y A. Marchesi (Comp.): Psicología Evolutiva 3. Adolescencia, madurez y senectud.** (Alianza, Madrid), 37-93.
- * DÍAZ, J., BATANERO, M.C. y CAÑIZARES, M.J. (1987). **Azar y probabilidad.** (Síntesis, Madrid).
- * FISCHBEIN, E. (1975). **The intuitive sources of probability thinking in children.** (D. Reidel, Dordrecht).
- * FISCHBEIN, E. (1987). **Intuition in Science and Mathematics Education.** (D. Reidel, Dordrecht).
- * GARNETT, P.J. y TOBIN, K.G. (1984). **Reasoning patterns of preservice elementary and middle school science teachers.** Science Education, 68(5), 621-631.
- * GARNETT, P.J., TOBIN, K.G. y SWINGLER, D.G. (1985). **Reasoning abilities of secondary school students aged 13-16 and implications for the teaching of science.** European Journal of Science Education, 7(4), 387-397.
- * INHELDER, B. y PIAGET, J. (1955). **De la logique de l'enfant a la logique de l'adolescent. Essais sur la construction des structures opératoires formelles.** (PUF, París). Traducción castellana de M.T. Cevasco (1972): *De la lógica del niño a la lógica del adolescente.* (Paidós, Buenos Aires).
- * KARPLUS, R., ADI, H. y LAWSON, A.E. (1980). **Intellectual development beyond elementary school VIII: Proportional, probabilistic and correlational reasoning.** School Science and Mathematics, 80 (8), 673-683.
- * LAWSON, A.E. (1982). **The reality of general cognitive operations.** Science Education, 66 (2), 229-241.
- * LAWSON, A.E. (1983). **The acquisition of formal operational schemata during adolescence: the role of the biconditional.** Journal of Research in Science Teaching, 20 (4), 347-356.
- * LAWSON, A.E. y BEALER, J.M. (1984). **The acquisition of basic quantitative reasoning skills during adolescence: learning or developmente?** Journal of Research in Science Teaching, 21 (4), 417-423.
- * LAWSON, A.E., KARPLUS, R. y ADI, H. (1978). **The acquisition of propositional logic and formal operational schemata during the secondary school years.** Journal of Reseach in Science Teaching, 15 (6), 465-478.
- * MC KENZIE, D.L. y PADILLA, M.J. (1982). **Are proportional and probabilistic reasoning necessary prerequisites to correlational reasoning?** Paper presented at the annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching, Fontana, WI.
- * PIAGET, J. e INHELDER, B. (1951). **Le genese de l'idés de hasard chez l'enfant.** (PUF, París).
- * SHAYER, M. y ADEY, P. (1981). **Towards a science of science teaching.** (Heinemann, London). Traducción

castallana de A. Cameno (1984): *La Ciencia de enseñar Ciencias. Desarrollo cognoscitivo y exigencias del currículo.* (Narcea, Madrid).

* TOBIN, K.G. (1988). **Applications of the test of logical thinking.** Unpublished paper, Florida State University, USA.

* TOBIN, K.G. y CAPIE, W. (1981). **Development and validation of a group test of logical thinking.** *Educational and Psychological Measurement*, 41, 413-424.

* VELÁZQUEZ, F. (1991). **¿Desalgebrizar la educación básica?** *Epsilon*, 19, 59-66.

Anexo

Cuestiones de correlación y operaciones combinatorias del Test de Razonamiento Lógico (TRL)

Cuestión 7

La figura adjunta representa una muestra de ratones capturados en el campo. Decide, a partir de la misma, si es más probable que tengan el rabo negro los ratones gordos que los delgados.

Respuesta

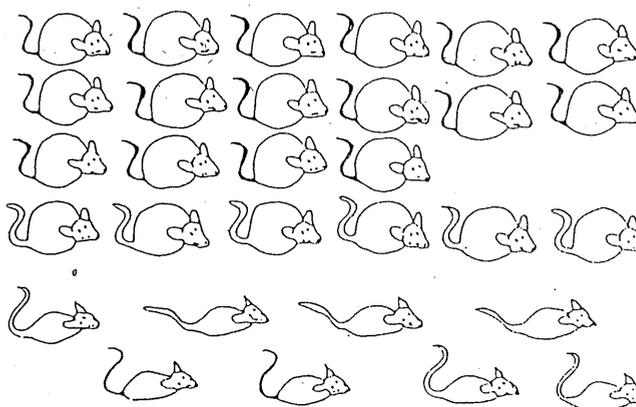
- Sí, los ratones gordos tienen mayor probabilidad de tener el rabo negro que los delgados.
- No, los ratones gordos no tienen más probabilidad de tener el rabo negro que los delgados.

Razonamiento

- 8/11 de los ratones gordos tienen rabo negro y 3/4 de los ratones delgados tienen rabo blanco.
- Tanto algunos de los ratones gordos como algunos de los ratones delgados tienen el rabo blanco.
- De los 30 ratones, 18 tienen el rabo negro y 12 lo tienen blanco.

4) Ni todos los ratones gordos tienen el rabo negro ni todos los delgados lo tienen blanco.

5) 6/12 de los ratones con rabo blanco son gordos.



Cuestión 8

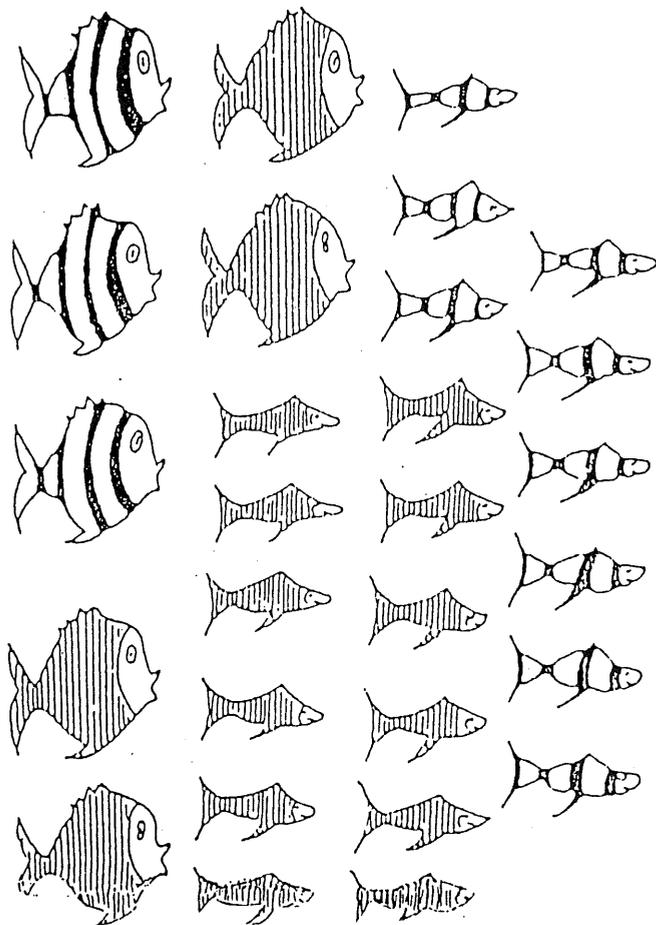
¿Es más probable que tengan rayas anchas los peces gordos que los peces delgados?

Respuesta

- Sí, los peces gordos tienen mayor probabilidad de tener rayas anchas que los delgados.
- No, los peces gordos no tienen más probabilidad de tener rayas anchas que los delgados.

Razonamiento

- Unos peces gordos tienen rayas anchas y otros estrechas.
- 3/7 de los peces gordos tienen las rayas anchas.
- 12/28 tienen las rayas anchas y 16/28 las tienen estrechas.
- 3/7 de los peces gordos y 9/21 de los peces delgados tienen las rayas anchas.
- Algunos de los peces con rayas anchas son delgados y otros son gordos.



Cuestión 9

Tres estudiantes por cada uno de los cursos de 1º, 2º y 3º de BUP son candidatos al Consejo Escolar. La representación quedará constituida por un estudiante de cada curso. Cada votante debe considerar todas las combinaciones posibles antes de decidir su voto.

Dos ejemplos de combinaciones posibles serían: Tomás, José y Pedro (T, J, P) e Isabel, Carmen y María (I, C, M).

Haz una lista con todas las combinaciones posibles usando para ello los espacios de la HOJA DE RESPUESTAS. ten en cuenta que en ésta hay más espacios de los necesarios.

CANDIDATOS AL CONSEJO ESCOLAR

1º BUP	2º BUP	3º BUP
Tomás (T)	José (J)	Pedro (P)
Isabel (I)	Carmen (C)	María (M)
Antonio (A)	Beatriz (B)	Luis (L)

Cuestión 10

Se prevé abrir 4 tiendas en un nuevo centro comercial. Los locales serán destinados a una Barbería (B), una Farmacia (F), una Pastelería (P) y una Cafetería (C). Cada uno de los negocios mencionados ha de ocupar uno de los locales previstos. Un ejemplo de posible ocupación sería B, F, P, C.

Haz una lista con todas las formas posibles de ocupar los cuatro locales usando para ello los espacios de la HOJA DE RESPUESTA. Ten en cuenta que en ésta hay más espacios de los necesarios.

LOCAL 1	LOCAL 2	LOCAL 3	LOCAL 4
------------	------------	------------	------------

José Antonio Acevedo Díaz
Sixto Romero Sánchez
Coordinación General del I.C.E.
en Huelva