

Mirando la educación matemática

Josep María Fortuny

En épocas de cambios sociales y avances tecnológicos el sentarse a mirar placenteramente por una ventana a la educación matemática (o si se quiere reflexionar conc,...) parece que está fuera de lugar. Actuar, renovar, innovar,... rápidamente es lo más apropiado según las intenciones de las administraciones educativas. Pero no sólo con intenciones y elucubraciones teóricas se cambian las cosas.

¡Hay que ver, practicar, aplicar, revivir,... !

Situados en esta perspectiva estamos de acuerdo con la ley de Brooker: «un gramo de aplicación equivale a una tonelada de abstracción». Por eso en este artículo sobre las bases epistemológicas de la educación matemática analizaremos y debatiremos algunas bases prácticas o escenarios .

Escenario 1: Enculturación en la práctica

En las sociedades desarrolladas económicamente, el consumo es uno de los rasgos culturales que las definen, a parte de otros valores e intereses como la preocupación por el medio ambiente, las relaciones sociales, éticas, estéticas,... La educación matemática como sistema que debe colaborar con la integración, adaptación y transformación del individuo en la sociedad, tiene una función que cumplir: enculturar a partir de la propia práctica social de un individuo. Nace así una primera idea de lo que llamamos: «la matemática del consumidor» (Alsina;Fortuny, 1992). Se trata de ver un aspecto de la educación matemática como etnomatemáticas, es decir, la matemática que está dentro del consumo, que hay que explicitar para entender mejor un aspecto cultural, por ejemplo, la vivienda como tema de educación consumerista.

Si nos centramos en la didáctica de la matemática, entendiéndola esquemáticamente como la parte de la educación matemática que se focaliza

en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en un sistema escolar, la noción de enculturación en la práctica puede ser considerada, por una parte como una «transposición didáctica práctica» de la cultura de la sociedad local al currículum escolar, definiendo uno de los objetivos prioritarios (Atkins et al.,1991), y por otra parte puede ser considerada como un punto de partida, que activa un proceso de aprendizaje de las matemáticas cognitivo y significativo (Noss, 1988), (Lave; Wenger, 1989). Si nos salimos un poco del contexto estrictamente escolar de educación matemática, encontramos en este escenario de la enculturación en la práctica, el tema de la popularización de las matemáticas como otro aspecto clave de construcción social y cultural (SUMA, 1989).

Escenario 2: Facilitación de la Educación Matemática

Dentro del sistema educativo la función de facilitación de la educación matemática es responsabilidad profesional de los profesores. En este sentido el conocimiento pedagógico de los profesos-

res puede considerarse como una base epistemológica de la didáctica de las matemáticas. Desde un punto de vista estratégico este conocimiento pedagógico puede centrarse en el diseño, especificación, conceptualización y control de entornos de aprendizaje.

Entendemos por entornos de aprendizaje una estructura o espacio educativo cuyos objetos son situaciones para trabajar matemáticamente, tanto profesores como alumnos y cuyas transformaciones son interacciones que operan sobre las situaciones, activando distintas tipologías de actividades de aprendizaje, usando conocimientos pedagógicos a medida, implementando orientaciones tutoriales y desarrollando procesos creativos.

En un sentido metafórico los entornos de aprendizaje pueden considerarse como medio para reproducir en la clase de matemáticas una comunidad intelectual y profesional de trabajadores de matemáticas. El profesor como miembro experto de esta comunidad, orienta el trabajo de los alumnos de cara a dar sentido y a usar las matemáticas como un instrumento de cultura de la comunidad. (Greeno, 1991).

Un modo práctico de entorno de aprendizaje lo constituye la unidad didáctica. «En un panal de miel» (Alsina; Fortuny; Giménez, 1992, UD 76).

En los entornos de aprendizaje la interacción social constituye un medio natural y pertinente para facilitar el aprendizaje de las matemáticas, favoreciendo en especial los procesos de argumentación, validación y demostración.

El trabajo intelectual de los alumnos en el aprendizaje de los contenidos (incluyendo valores y normas) de las matemáticas puede y debe ser activado, estimulado, ayudado, potenciado,...., en una palabra, facilitado por el profesor de matemáticas.

Escenario 3: Comunicación interactiva

La educación matemática es un proceso social que tiene lugar en diferentes culturas, sociedades, sistemas educativos y en diferentes medios en interacción.

La construcción del conocimiento consiste en la progresiva construcción de representaciones mentales internas a través de múltiples perspectivas en medios interactivos (Vergnaud, 1990).

El proceso de constitución interactivo ocurre cuando un alumno intenta evitar una creencia errónea («miscommunication») siendo influenciado por el trabajo con otros compañeros y también por la simultaneidad de los diferentes medios e interpretaciones en que se presenta la actividad matemática (Jaworski, 1991) (Cobb; Yackel; Wood, 1992). Este proceso lo podemos ilustrar de modo práctico en la unidad didáctica «Convencer» (Alsina; Fortuny; Giménez, 1992. UD. 57).

Esta forma de acceder al conocimiento mediante una comunicación interactiva, supone por una parte, la consideración de que el aprendizaje de las matemáticas es una acomodación y reestructuración individual en un medio social, que se concreta en la clase de matemáticas. Esta acomodación supone un proceso cognitivo que se va desarrollando mediante la interacción de los múltiples elementos que conforman una situación didáctica. Y por otra parte, supone definir la función del profesor como un tutor que inicia, guía y gestiona la negociación y el consenso en la clase de los significados y prácticas matemáticas.

Escenario 4: Modelización cognitiva

Para analizar el desarrollo de la educación matemática necesitamos disponer de resultados de investigación en la correspondiente área del saber. Una de las líneas prioritarias de investigación es la relativa a identificar las maneras y los tipos en que se produce aprendizaje y razonamiento. Interesa disponer de construcciones de modelos procesales del conocimiento de los alumnos para poder planificar, actuar y reproducir las tareas docentes de manera eficaz. Se desea definir y categorizar modos de construir estructuras, descripciones, especificaciones de contenido, procedimientos, estrategias, rutinas y tácticas en el proceso de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas.

Los instrumentos de investigación correspondientes se basan en métodos exploratorios cualita-

tivos, como son las secuencias cognitivas de ejemplos y contraejemplos (ver el dispositivo didáctico «Bitrians» en Alsina; Fortuny; Giménez, 1992) y (Goldberg; Hershkowitz, 1992), las redes semánticas (Cirera, 1991), árboles de decisión (Anderson, Boyle; Yost, 1985), etc.

En este escenario las técnicas de ingeniería del conocimiento sobre información-diagnóstico de comportamientos cognitivos y representación del conocimiento, propios de la ciencia cognitiva, constituyen otra base epistemológica de la educación matemática.

Escenario 5: Control de funcionamiento

Para regular y tener transparencia en el funcionamiento de la educación matemática, debemos explicitar los mecanismos de control del sistema. Este control lo podemos aplicar a los diferentes ámbitos de la educación matemática. Por una parte, debemos tener medios para hacer transparente el complejo proceso de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas, de cara a regular y tratar adecuadamente los diferentes aspectos implicados, tanto los relativos a la construcción social de conocimiento como los individuales de acomodación y desarrollo. Desde esta perspectiva, un elemento clave de control, lo constituye el diseño del sistema de evaluación. En este ámbito distinguiremos para cada unidad de programación o crédito, por un lado, una evaluación formativa especificada por elementos de observación sistemática del trabajo de clase (elementos actitudinales, instructivos, conativos,...) y descripciones de la realización de un trabajo global, orientado por proyectos (diseño global y estratégico, contenido matemático, exactitud, claridad, comunicación, actitud matemática, autonomía y evaluación) y por otra parte, la propuesta de actividades de seguimiento, que tienen una función diagnóstica sobre conceptos y estructuras, operaciones y elementos instrumentales, estrategias de resolución de problemas, lenguajes y visualización y procesos de razonamiento. Estas informaciones se registran en guías y pautas de observación, corrección, criterios y parrillas de evaluación. La conjunción de estas informaciones permiten describir con bastante amplitud y precisión el comportamiento individual de cada alumno

y el colectivo del grupo clase, lo cual permite la realización de un tratamiento de la diversidad en distintos niveles de itinerarios formativos. Estas descripciones y propuestas de tratamiento de la diversidad son registradas en el informe individual para cada crédito. El informe final de un ciclo educativo es la expresión de la evaluación sumativa que viene determinada por las respectivas evaluaciones formativas, actividades de control terminal y seguimiento (Alsina; Fortuny; Giménez, 1992).

Por otra parte si queremos generar informaciones precisas sobre la profesionalización de los profesores de cara a mejorar la educación matemática, podemos especificar distintos indicadores de calidad del profesor formado, a saber: 1. Grado estructuración de contenidos, 2. Es exacto y preciso, 3. Tiene agilidad en la utilización de técnicas visuales, 4. Procura dar sentido, 5. Utiliza diferentes medios de presentación, 6. Facilita instrumentos de exploración y expresión, 7. Organiza y rentabiliza discusiones, 8. Encamina argumentaciones y razonamientos, 9. Orienta y da fluidez a las tareas, 10. Conecta y cohesionan actividades, 11. Realiza «feedback» diferidos, 12. Implementa diseños creativos, 13. Construye relaciones sociales, 14. Mejora rendimientos, 15. Encultura los contenidos matemáticos, 16. Trata la diversidad, 17. Trabaja cooperativamente, 18. Demuestra «feeling» hacia la profesión, 20. Tiene espíritu de innovación, 21. Explica objetivos y organiza subobjetivos para un aprendizaje transparente, 22. Orienta la gestión de la clase, 23. Asiste a los estudiantes, 24. Flexibiliza y remedia. (Fortuny; Azcárate, 1992).

Escenario 6: Modelización profesional

Un escenario esencial desde donde podemos mirar a la educación matemática para analizar su desarrollo y producciones, es el de la modelización profesional de la formación del profesorado.

Aquí identificamos la ocupación profesional como la que hace uso de un conocimiento práctico específico («expertise») de manera juiciosa para llevar a cabo un trabajo. Consideramos como atributos profesionales tanto características estructurales (sentido de colectividad o colegiación y servicio público) como características actitudinales (autore-

gulación, vocación y autonomía). Desde esta perspectiva de profesionalización, fundamentamos el modelo profesional mediante dos categorías:

- El conocimiento profesional para enseñar matemáticas.
- El marco de desarrollo de la organización colectiva o colegial.

En el conocimiento profesional de un profesor de matemáticas podemos distinguir a su vez, tres subcategorías:

1. El conocimiento de la naturaleza de las matemáticas y su correspondiente transposición didáctica.
2. El conocimiento pedagógico, incluyendo los aspectos de comunicación, interacción social y facilitación del aprendizaje.
3. El conocimiento gerencial o de toma de decisiones juiciosas, rutinas y heurísticas frente a las situaciones complejas que comporta la enseñanza de las matemáticas.

En cuanto a la categoría de marco profesional debemos considerar las aspiraciones culturales y colectivas del profesorado de matemáticas como medio para desarrollar su madurez profesional en relación a sus colegas, a su centro, a los colectivos profesionales y como miembro de la comunidad científica del área de didáctica de las matemáticas. (Fortuny; Azcárate, 1992).

Estas especificaciones, nos configuran una manera de analizar la educación matemática desde lo que se conoce como «epistemología de la práctica» (Schon, 1991), en la que el profesor, trabajando desde una perspectiva filosófica constructivista, se convierte en un practicante reflexivo, enfrentándose al dilema producido por la tensión constructivismo/didáctica (Jaworski, 1991). Una concreción práctica de este proceso de reflexión en acción pasa por las siguientes fases: situarse, sorprenderse, concienciarse, cuestionarse y afianzarse, como queda ilustrado en la actividad «expresando generalidad» (Fortuny; Azcárate, 1992).

Ingeniería del sistema de educación matemática

Desde esta rápida y esquemática visita a distintos escenarios arquitectónicos de la ciudad de la educación matemática, vamos a concentrarnos en la plaza del dominio del conocimiento del área de didáctica de las matemáticas. Actualmente hay diversos intentos de elaborar una teoría de la educación matemática: TME (Díaz Godino, 1991) o de construir un paradigma científico en el sentido de Kuhn (Fischbein, 1990). Hasta la fecha no se ha logrado un amplio consenso en la comunidad de educadores de matemáticas en estos intentos. Nosotros en vista a integrar los escenarios descritos anteriormente, nos inclinamos a considerar a la educación matemática como un sistema integrado de fenómenos, cuyo resultado no es la suma directa de cada una de las componentes o escenarios (enculturación, facilitación, comunicación, cognición, control, profesionalización), sino que constituyen una estructura sinérgica (Fuller, 1975) resultante de fuerzas de tensión y comprensión. Así miramos la educación matemática como un proceso de creación de un artefacto o sistema complejo a la manera que lo haría un ingeniero, tomando ideas de distintas disciplinas, articulándolas de forma óptima, de cara a resolver un problema práctico: el trabajo de educador matemático, que nos permita revisar nuestras propias concepciones y actuaciones profesionales como profesores de matemáticas.

A modo de reflexión final recogemos las ideas de Ortega y Gasset citadas en (Bauersfeld, 1988):

«It is with the constitution of our world that it can become a reality given under a certain perspective only. Perspective is one of the components of reality... A reality with an identical face for every observer is nonsense.... Spinoza's species aeternitatis, the overall, absolute standpoint, does not exist».

(José Ortega y Gasset, «El tema de nuestro tiempo», 1923)

Bibliografía

- * ALSINA, C.; FORTUNY, J. M. (1992). **La matemática del consumidor**. Institut Catala del Consum. Gran via Carles III, 105 lletra 1, 08028 Barcelona.
- * ALSINA, C.; FORTUNY, J. M.; GIMÉNEZ, J. (1992). **Bon dia mates 12-14**. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Avda. Diagonal, 682, 2 planta, 08034 Barcelona.
- * ANDERSON, J.R.; BOYLE, C.F.; YOST, G. (1985). **The geometry tutor**. IJCAI.
- * ATKINS, M.J. et al. (1991). **L'enseignement des sciences, des mathématiques et de la technologie dans les pays de l' OCDE**. Document de reference CERIS/SMT (91) 1. OCDE, 2 rue Andre-Pascal 75775 Paris cedex 16.
- * BAUERSFELD, H. (1988). **Interaction, construction and knowledge: Alternative perspectives for mathematics education** in F Cooney & Grows (eds) Effective mathematics teaching Reston NCTM and Lawrence Erlbaum. pp 27-46.
- * CIRERA, A. (1991). **Disseny d' instruments d' avaluació del concepte angle**. Dep. Didactica de la matematica i les CC.EE. UAB.
- * COOB, P.; YACKEL, E.; WOOD, T. (1992). **A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education**. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 23, nº 1, pp 2-33.
- * DÍAZ GODINO, J. (1991). **Hacia una teoría de la didáctica de la matemática** en A. Gutiérrez (ed) Área de conocimiento Didáctica de la matemática, Madrid. Síntesis, pp 105-148.
- * FISCHBEIN, E. (1990). **Introduction** in P. Nesher & Kilpatrick (eds) Mathematics and Cognition. Cambridge University Press. pp 1-12.
- * FORTUNY, J.M.; AZCÁRATE, C. (1992). **Tendencias y experiencias innovadoras en la formación del profesorado de matemáticas 12-18**. OEI. Bravo Murillo, 38, 28015 Madrid.
- FULLER, R. B. (1975) «Synergetics» New York, Macmillan.
- GOLDBER, M.D. & HERSHKOWITZ (1992) «From concept to proof» in A. Coxford, J.M. Fortuny & A Gutiérrez (eds) Operating plan for SG 11.4 of ICME-7. Quebec.
- * GREENO, J.G. (1991). **Number sense as situated knowing in a conceptual domain**. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 22, nº, pp 170 -218.
- * JAWORSKI, B. (1991). **Some implications of a constructivist philosophy for the teacher of mathematics** in F. Furinghetti (ed) Proceedings of PME 15, Ássisi, vol. 2 pp 213-221.
- * LAVE, J. & WENGER (1989). **Situted learning** IRL, 2550 Hanover street Palo Alto CA 94304.
- * NOSS, R. (1988). **The computer as a cultural influence in mathematics learning** in A.J. Bishop (ed) Mathematics education and culture. Dordrech, Kluwer. pp 251-269.
- * SCHON, D. (1991). **Educating the reflective practitioner** San Francisco. Jossey Bass.
- * SUMA, Revista (1989). **Popularización**, nº4.
- * VERGNAUD, G. (1990). **Epistemology and psychology** in P. Nesher & Kilpatrick (eds) Mathematics and Cognition. Cambridge University Press.

Josep Maria Fortuny
*Departament de Didáctica
 de la Matemàtica i de les
 Ciències Experimentals
 Universitat Autònoma de Barcelona*