

## TALLER DE "MATEMÁGICAS"

**Escudero, Isabel  
Martín, María Luisa  
Reyes, Pedro  
Rodríguez, Cristóbal  
Sanz, Angel  
Alumnos de Primero y de COU**

**Presentamos una experiencia desarrollada durante la celebración de la Semana Cultural del I.B. "Virgen de Valme" de Dos Hermanas (Sevilla), bajo el nombre de "TALLER DE MATEMÁGICAS", en el curso 89/90. Con ello no sólo buscamos que otros compañeros se animen a la realización de actividades de este tipo, sino fundamentalmente que estas vayan ganando cada vez más terreno en su introducción en las programaciones de la asignatura de Matemáticas.**

### **Origen del taller. Idea general**

Varios factores dieron lugar al planteamiento y desarrollo del taller:

- El trabajo que hemos llevado a cabo desde años anteriores en Geometría, Probabilidad, Resolución de problemas y otros temas, con una metodología activa y con carácter manipulativo en alguno de ellos.

- El hecho de haber dedicado una hora de las cuatro semanales a resolución de problemas de tipo recreativo, de razonamiento... etc., durante el primer trimestre en un curso de primero con la característica de tener un número elevado de alumnos repetidores, que se aburrían mucho con los temas de polinomios y radicales, dio lugar a que

los alumnos se interesaran por resolver y aportar ellos mismos problemas de estos tipos. El tiempo dedicado llegó a resultar escaso, lo que dio origen a la idea de un concurso de problemas para todo el centro, aprovechando para ello el marco de la semana cultural.

- La visita del curso anterior a la exposición de Horizontes Matemáticos nos proporcionó la idea de que es una exposición activa de matemáticas.

- La preocupación por introducir aspectos de las matemáticas que no están en los programas y que son lo suficientemente atractivos para captar el interés de los alumnos.

Las consideraciones anteriores nos llevaron a la realización del Taller de matemáticas, como uno de los talleres que se ofertaron durante la semana cultural.

La organización del taller estuvo a cargo de un grupo de alumnos del citado primero y de otros cursos que, coordinados por varios profesores, se ocuparon de realizar una serie de trabajos previos a la celebración de la semana cultural, entre los cuales podemos citar: elaboración de material, resolución de problemas, realizando además una buena labor de difusión entre los compañeros. Y durante la semana cultural se ocuparon del mantenimiento de los quioscos, actuando algunos de ellos como monitores.

## Quioscos-organización: física-humana

El taller estuvo ubicado en dos aulas comunicadas entre sí, con las mesas de alumnos agrupadas de forma que creaban un espacio separado para cada quiosco, con la siguiente estructura:

- Sobre la pared varios carteles con algunos problemas de presentación al tema del quiosco.

- En las mesas:

- 1) Carpetas conteniendo fotocopia de todos los problemas disponibles sobre el tema.
- 2) Propuestas concretas para iniciar el desarrollo del quiosco. (Problemas. Juegos, etc.)
- 3) El material manipulable necesario para cada quiosco.
- 4) Folios en blanco para la recogida de datos por los monitores.

Además se disponía de unas urnas y las mesas para el concurso de problemas.

En el pasillo de entrada al aula se colocó el video.

Es de destacar en la organización de los quioscos, la labor diaria realizada por los monitores que consistió en:

- Recogida de soluciones encontradas a cada problema y clasificación de los mismos según el orden de dificultad experimentada por los participantes.
- Aportación de aclaraciones sobre algunos problemas.
- Recogida de nuevas propuestas hechas por los participantes.
- Cuantificación de participantes en cada problema del quiosco.
- Preparación del espacio del taller de un día para el siguiente.
- Cuidado del material del quiosco.

## Contenido de algunos quioscos

### ROMPECABEZAS EN EL ESPACIO

Podemos distinguir en este quiosco varios apartados:

A) *Los cubos: Cubo SOMA; Cubo DIABÓLICO; Cubo MIKUSINSKI.*

El punto de partida era una bolsa con unos 500 cubitos de madera de 2 cm de arista que se podían pegar con un pegamento adecuado.

La idea era empezar por elaborar las piezas necesarias (Policubos) de cada rompecabeza, pasando posteriormente a los ensayos de construcción de cada cubo.

Niveles de trabajo en este quiosco:

a.- Manipulación de los policubos para resolver los distintos rompecabezas.

b.- Una vez encontrada una solución plausible a un cubo-problema, el monitor mostraba al participante la forma de comunicar su solución a otras personas mediante una sencilla codificación.

c.- Construcción de los cubos con ayuda de la codificación escrita por otros participantes.

(Algunos no encontraban solución por sí solos).

B) *Secciones en un cubo.*

Se trataba de imaginar los cortes producidos en un cubo al cortar con un plano, para posteriormente comprobarlo mediante cortes realizados en cubos de porspan.

C) *Poliedros.*

Planteando la pregunta:

“¿Cuántos poliedros regulares hay?”

se pretendía interesar a los participantes en la construcción de los poliedros y el estudio de los mismos. (Comprobación de la fórmula de Euler, “dualidad” de algunos poliedros, etc.).

Para ello disponíamos de plantillas con polígonos en cartón y de piezas poligonales de plástico duro.

Con el trabajo desarrollado en este quiosco se cubrían entre otros los siguientes objetivos:

Desarrollo de la visión espacial.

Comunicación de una solución mediante la codificación.

Comentarios sobre la incidencia de este quiosco:

Nos parece interesante hacer un comentario más minucioso del apartado de los cubos dentro de este quiosco, debido a que fue el sitio más visitado de los talleres de la Semana Cultural.

El cubo SOMA tiene 240 soluciones de las cuales se recogieron en el taller 6 soluciones.

De las soluciones del cubo DIABÓLICO los participantes dan 9 de ellas.

Del cubo de MIKUSINSKI que sólo tiene dos soluciones tenemos datos recogidos de 5 participantes pero la solución es siempre la misma, no se ha logrado montar la segunda solución.

Hay que destacar dos datos interesantes:

Por un lado decir que aunque parecen pocas las soluciones aportadas, si tenemos en cuenta la masiva afluencia de alumnos y profesores a este quiosco, ello es debido a lo difícil que resultaba el montaje de cualquiera de los cubos y en particular el de MIKUSINSKI lo que no era óbice para muchos que se llevaron allí las horas perdidas.

Por otro lado cabe señalar la actuación de dos alumnos que construyeron en un tiempo record los tres cubos, dejando anonadados a los "sufrientes" compañeros de mesa.

### **AJEDREZ Y MATEMÁTICAS**

Se presentan aquí una amplia colección de problemas matemáticos "relacionados" con este juego universal:

- Unos son problemas que utilizan las reglas de movimiento de una o varias piezas en el tablero, que conllevan particularizaciones en tableros más pequeños (4x4; 6x6 ... casillas), búsqueda de estrategias y posterior generalización.

- Otros son problemas geométricos sobre el tablero de ajedrez que requieren cortar tableros

(análogos a rompecabezas) y que normalmente presentan varias soluciones.

### **PROBLEMA DE LOS CUATRO COLORES**

Se propone en este quiosco el Teorema de los cuatro colores, en forma de juego, bajo la siguiente pregunta planteada en un cartel:

"¿Cuál es el mínimo número de colores que nos permiten colorear cada mapa, de forma que dos países cualesquiera con frontera común tengan distinto color?"

Se dispone de varios "mapas" trazados sobre cartulinas y de fichas de colores con las que mediante pruebas los asistentes trataban de resolver el problema.

### **JUEGOS CON PALILLOS**

La propuesta de este quiosco consiste en:

- Una colección de problemas para resolver manipulando palillos de igual o diferentes tamaños.

- Propuestas para pavimentar el plano formando polígonos con palillos.

- Varios tipos de juegos con palillos para dos jugadores (juego del Nim; juego de 7-5-3...).

### **GRAFOS**

Se utilizó el conocido problema de los puentes de Königsberg, de recorrer todos los puentes del parque de la ciudad, con la condición de pasar una sola vez por cada uno de los siete que hay.

El juego se hizo sobre un esquema del plano del parque trazado en el suelo, y otro en la pizarra.

La idea era introducir con este juego, los problemas sobre grafos y caminos, ya que es el antecedente histórico de la Topología y de una rama de las matemáticas, la "Matemática Discreta", cuyo peso en el desarrollo de las ciencias Bioquímicas, Electrónicas e Informática entre otras, es cada vez mayor.

Presentamos también en el quiosco una serie de dibujos en los que se puede ver si se pueden o no trazar los caminos sin pasar dos veces por la misma línea.

### PUZZLES Y PITÁGORAS

Se exponen aquí diversos carteles, elaborados por los alumnos en cursos anteriores, con distintas demostraciones del Teorema de Pitágoras y varios puzzles con los que se comprueba el teorema.

Se completa el quiosco con varios TANGRAM: tangram chino, tangram pitagórico, tangram triangular, etc.

Parte de este material fue elaborado por los alumnos y profesores siguiendo las plantillas sacadas de libros.

### PAVIMENTACIONES

A partir de diversos polígonos de cartulina se hacen distintas propuestas para pavimentar el plano:

“¿Podemos pavimentar usando triángulos?”

“¿Y con pentágonos?”

...

### PROBLEMAS DE JUEGOS

Incluimos en este apartado una serie de problemas sobre juegos que se plantean invitando al participante a jugar contra el monitor correspondiente, que conllevan búsqueda de estrategias. Para ello se instruyó previamente al monitor en el juego en cuestión, lo que supuso la elaboración de una documentación minuciosa de cada juego. Entre los juegos podemos citar:

- “El juego del 15”
- “Un juego de palabras” (relacionados ambos con el “tres en raya”)
- “El salto de la rana” (plantea problemas de intercambio de posiciones de fichas)
- Juegos con pasillos

- “El juego del GO” (conlleva búsqueda de estrategias para colocar unas fichas numeradas)

Estos juegos se realizaron sobre cartulinas preparadas por los alumnos.

### PARADOJAS Y OTRAS CUESTIONES LÓGICAS

La presentación de este quiosco era totalmente diferente a la de los demás, se trataba de una serie de problemas de razonamiento y de paradojas lógicas, dispuestos en carteles sobre las paredes y en otros lugares del aula.

Estos problemas causaron gran sensación entre los asistentes. Algunas de las paradojas traspasaron las fronteras del taller para convertirse en tema de discusión por pasillos, bar...

Para el montaje y desarrollo de este quiosco contamos con la colaboración especial de una profesora de Filosofía y de algunos de sus alumnos de COU, que se entusiasmaron con este proyecto.

### ESCHER

Este quiosco estuvo dispuesto en forma de exposición y de taller de manipulación. En él tratamos de ayudar a conocer algo de la obra de M. Escher, este artista que se sentía “más cercano a los matemáticos que a sus colegas los artistas”.

Sobre unas mesas se dispusieron plantillas de “Calidociclos” (anillos tridimensionales compuestos de tetraedros), con dibujos de Escher que permitían su construcción. Sobre las paredes láminas de sus grabados más difundidos y algunas fotocopias de determinados grabados, que ponían de manifiesto la relación de los mismos con algunos conceptos matemáticos:

Recursividad:  
 (“Galería de grabados”; Litografía 1956)

Bucles en el lenguaje: Paradojas  
 (Bucles en la pintura: “Ascendiendo y descendiendo”; Litografía 1960)

## Otras actividades

### A) Concurso de resolución de problemas

Se realizó un concurso de resolución de problemas. Estos estaban clasificados en tres niveles de dificultad, dispuestos en tres urnas, con el objetivo de que todos los alumnos pudieran resolver algún problema según su habilidad. Se procuró que en los tres niveles apareciesen problemas de: Ingeniería, Lógica, Razonamiento...

Debido a la gran cantidad de soluciones aportadas al concurso, este se falló eligiendo al azar una respuesta de cada nivel y verificando si era acertada, de lo contrario se elegía otra.

Es de destacar la participación de los alumnos de diferentes cursos en la labor de selección, clasificación y escritura de los problemas.

### B) Exposición de libros y carpetas con problemas

Se presentó una pequeña colección de libros de "Matemáticas Recreativas" y de "Lógica", aportados por los seminarios de Matemáticas y de Filosofía.

También, unas carpetas con documentación sobre problemas recreativos, curiosidades numéricas ...

### Búsqueda de material y comentarios

Es de destacar que una parte fue elaborada por los alumnos y otra intentamos conseguirlo en las tiendas de material didáctico.

Algunos de estos materiales no llegaron a tiempo y de otros no pudimos disponer debido a resultados algo caros para el presupuesto disponible, lo que impidió la realización de algunas actividades, como: geometría de los espejos, experiencias con el azar y soluciones experimentales de problemas de máximos y mínimos.

Para la elección de los temas claves de los quioscos hubo que tener en cuenta por una parte el material disponible y la posibilidad real de conseguir nuevos materiales teóricos y manipulables. Por otra, que el problema "emblema" de cada quiosco estuviera debidamente documentado, asequible a los alumnos monitores y además fuesen problemas lúdicos "matemágicos", que dan origen a ramas interesantes de las matemáticas y poco conocidas por no figurar en los programas actuales.

Hay que destacar que la afluencia de alumnos y profesores al Taller desbordó las previsiones debido al especial interés despertado por algunos de los quioscos.

Hubo dos tipos de participantes, los adscritos al taller y los que pasaban a visitar la exposición, muchos de los cuales se quedaban interesados en el concurso, en algún juego, con las paradojas o en algún quiosco de manipulación.

Por los comentarios oídos a los alumnos, podemos afirmar que lo que más contribuyó al entusiasmo suscitado en ellos por el taller, fue la forma en que podían acercarse a los distintos temas, estudiándolos a su manera, ensayando soluciones y solicitando la ayuda del monitor si les era necesario, sin sentirse coaccionados a dar una respuesta obligadamente satisfactoria.

## Conclusiones

Básicamente creemos que hemos conseguido los objetivos fundamentales de tocar aspectos de las matemáticas, muchos de los cuales no aparecen todavía recogidos en los temarios oficiales, que sirven para desarrollar el ingenio, elaborar estrategias de resolución de problemas, lo suficientemente atractivos y sorprendentes como para suscitar el interés de cualquier persona no especialista en el tema.

Entendemos que algunos de los diferentes tipos de problemas tratados, con la metodología activa y de búsqueda de estrategias empleada, son susceptibles de utilizarse en las clases ordinarias

(los cortes de cubos por planos, realizados por los propios alumnos, facilitan la comprensión de diversos aspectos de la geometría, los problemas de grafos, ...), otros pueden ser tratados no solamente en semanas culturales, sino en actividades que completen la formación matemática del alumno.

La proyección de algunos videos matemáticos en el pasillo de entrada a las aulas, no tuvo mucha incidencia, debido quizás a la ubicación del mismo.

Nos parece interesante el estudio de las soluciones aportadas por los alumnos a los problemas

propuestos, que es un trabajo que nos queda pendiente para el futuro.

**Escudero, Isabel  
Martín, María Luisa  
Reyes, Pedro  
Rodríguez, Cristóbal  
Sanz, Angel**

**Alumnos de Primero y de COU**  
*I.B. Virgen de Valme del curso 1989-90.*  
Dos Hermanas, Sevilla.

## Bibliografía

ALSINA, C. Y OTROS. **Construir la Geometría**. Síntesis.

ALSINA, C., BURQUÉS, FORTUNY J.M. **Invitación a la didáctica de la Geometría**. Síntesis.

GARDNER, M. **Carnaval matemático**. Alianza Editorial.

GARDNER, M. **Inspiración ¡Ajá!**. Labor.

GARDNER, M. **Paradojas ¡Ajá!**. Labor.

GARDNER, M. **Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas**. Labor.

GARDNER, M. **Ruedas, vida y otros divertimentos matemáticos**. Labor.

DE GUZMÁN, M. **Cuentos con cuentas**. Labor.

HOFSTADTER, D.R., GÖDEL, ESCHER. **Bach un eterno y Grácil Bucle**. Tusquets.

KANTOR, J.M., DANCHE, M. **Mosaico matemático**.

MANSON, J., BURTON, M. **Pensar matemáticamente**. Labor.

MATAIX, M. **Cajón de sastre matemático**. Marcombo.

PERELMAN, Y. **Matemáticas recreativas**. Mir.

RADEMACHER-TOEPLITZ. **Números y figuras**. Alianza Editorial.

SMULLYAN, R. **¿Cómo se llama este libro?** Catedra.

SPEINHAUSS. **Instantáneas matemáticas**. Salvat.

**Revistas "Algo"**.

**Revista "Cuadernos de Pedagogía nº 166"**.

**Revista "Muy interesante"**.

**Revistas "Suma nº 2 y 4"**.