

BASES PARA UN PLANTEAMIENTO ACTUAL DE LA GEOMETRÍA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA OBLIGATORIA (12 - 16)

Modesto Arrieta Illarramendi

Propuesta para un planteamiento de la Geometría en la Enseñanza Secundaria Obligatoria (12-16), siguiendo las directrices del Diseño Curricular Base.

La propuesta consta de tres partes:

1.- Justificación y finalidad de la Matemática en general y de la Geometría en particular en dicho nivel obligatorio.

2.- Listado de temas desglosados en conceptos y procedimientos propios de la geometría elemental atendiendo a los objetivos propuestos.

3.- Enfoque a dar a cada tema o concepto geométrico para tratar de conseguir un correcto aprendizaje.

Con este trabajo se pretende, siguiendo las directrices del DCB (12-16) para el área de la Matemática, sentar las bases para un planteamiento general del Bloque Temático de Geometría que sirva como punto de partida para el diseño de unidades didácticas.

Para ello iremos un poco más lejos que el DCB especificando o fijando, aunque sólo sea de forma provisional la justificación de su inclusión, los temas de trabajo apropiados y el enfoque general a dar en la práctica a dichos temas pues pensamos que una concreción de dichos aspectos curriculares

o mejor una propuesta sistemática sobre esos tres aspectos permitirán dedicar nuestro tiempo a la manera más adecuada de impartir las clases.

Ocurre a menudo que aunque estemos de acuerdo en muchos aspectos de la programación, el no hacerlo explícito, nos obliga a pensar en todo, nos quita seguridad y evita centrar el tema en los aspectos prioritarios.

Partiendo de una justificación de la Matemática en la enseñanza obligatoria en general y de la Geometría en particular propondremos un listado de temas de trabajo-contenidos y un tratamiento de los mismos.

Como tal propuesta puede estar sujeta a todo tipo de críticas, pero de lo que se trata es de fijar un listado de temas mínimos para que la experiencia decida sobre el futuro de cada tema en cuestión. Además creemos que lo importante es que haya una propuesta concreta para que la experiencia permita ir puliéndola y mejorándola.

En cuanto al enfoque a dar al tema pensamos que hay cierta unanimidad en ciertos principios generales de búsqueda, participación, actividad, pero que haría falta también sistematizarlos para ir fijando y centrando cada vez más esa práctica diaria en la que ya existen grandes diferencias entre unos profesores y otros.

De acuerdo con estas ideas la propuesta constará de tres apartados:

- 1.- Justificación-finalidad.
- 2.- Temas de trabajo.
- 3.- Enfoque-tratamiento temas.

Con todo esto se pretende sentar las bases para una propuesta sistemática que sirva como punto de partida para una puesta en práctica razonada y que sobre todo permita dedicar nuestro tiempo a pensar en cómo daremos nuestras clases, cosa que lo agradecerán nuestros alumnos pues es entonces cuando incidiremos de verdad en el problema clave de la enseñanza como es la mejora de su calidad.

Personalmente me hubiera gustado que en el DCB se recogiera una propuesta unitaria que abarcara esos tres aspectos (por qué-para qué, qué, cómo) de una forma concreta, abierta y con margen suficiente para un tratamiento activo, de tal manera que una comisión Nacional (?) de seguimiento fuera recogiendo todas las propuestas y sugerencias, replanteara anual o bianualmente el tema en su triple vertiente y dejara en cambio el tema de la práctica del trabajo diario de clase en manos de los centros.

También se echa en falta una vez más la evaluación de la reforma que debería, primero, definir qué porcentaje de fracaso es asumible por el plan para en el caso de que sea inferior proponer recuperaciones individuales para los alumnos afectados, pero si fuera superior, alterar el propio plan. Lo que ocurre es que por la propia estructura de éste, al no hacer propuestas concretas de temas de trabajo ni ajustar metodologías todo queda en el aire de tal manera que después es prácticamente imposible incidir sobre dichos temas.

Es como si cada vez partiéramos de cero. Evidentemente los nuevos planes mejoran actuaciones precedentes e incluso el espíritu de la Reforma es positivo y progresista pero es preciso concretar para decidir si se actúa positivamente o no y obrar en consecuencia. Es importante hacer propuestas abiertas pero tan importante es concretarlas para alterarlas en el caso que sea necesario.

1. Justificación y finalidad

Se trata de fijar y en lo posible clasificar las razones por las que se imparte Matemáticas y en especial la Geometría y para qué se imparte, es decir, qué es lo que se pretende conseguir.

Si en los aspectos más generales estamos básicamente de acuerdo, no lo estamos en los diferentes matices como en el papel que juegan en el desarrollo global de los alumnos ya que dependen más de cómo se enseñan y se aprenden que en el hecho de impartir simplemente.

A pesar de esa aparente unanimidad sería importante sistematizar pues hay razones de tipo social, de tipo cultural, de tipo psicológico de capacidades que merece la pena clasificar y exponer abiertamente a una continua revisión.

Esto nos dará seguridad y confianza para saber lo que se pretende conseguir, cuál es la meta de nuestro trabajo o los objetivos que nos marcamos al impartir clases de matemáticas.

Tampoco se trata de ser exhaustivo sino de proponer las líneas maestras que permitan establecer un marco de referencia abierto y ágil en nuestro trabajo.

La matemática siempre ha ocupado un lugar importante en las propuestas curriculares ya que:

- * Es importante para cualquier situación de la vida y en particular la geometría para el estudio de la naturaleza, como componente esencial del arte, para orientarse en el espacio o hacer estimaciones.
- * Es componente básico para el avance tecnológico y el desarrollo de la Ciencia y en particular la geometría para el diseño, en arquitectura y en topografía.
- * Como lenguaje (gráfico y simbólico) preciso, conciso y riguroso es un poderoso instrumento de comunicación.
- * Desarrolla diferentes capacidades: lógica, numérica, espacial...
- * Importante instrumento para otras áreas curriculares.

Esta justificación implica unas finalidades que una vez agrupadas se plantean como desarrollo de las capacidades siguientes:

- * Identificar formas, relaciones espaciales, otros elementos matemáticos y cuantificar diferentes aspectos de la realidad, actuando sobre situaciones cotidianas con modos propios de la actividad matemática.
- * Incorporar al lenguaje las distintas formas de expresión matemática.
- * Utilizar las formas de pensamiento lógico y elaborar estrategias personales de análisis.

Además estas finalidades se pueden concretar en objetivos específicos del bloque temático que en el Real Decreto de desarrollo de la LOGSE adoptan la forma de criterios de evaluación:

- * Utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimiento, semejanza y medida...
- * Interpretar y obtener información de representaciones planas...
- * Identificar y utilizar relaciones de proporcionalidad.
- * Estimar y calcular la medida de superficies y volúmenes...

Estas consideraciones nos llevan a proponer una Geometría que, atendiendo la edad de los alumnos (12-16), les inicie en el razonamiento deductivo, que partiendo de situaciones reales, las matematice y generalizándose sirva para resolver nuevas situaciones reales y que como instrumento de comunicación que es, al trabajar los diferentes lenguajes nos sirva como pauta de trabajo para otras áreas curriculares.

Se puede pensar que con estas conclusiones se podrían proponer diferentes temas de trabajo y más si se considerara prioritaria la metodología a utilizar ya que ello nos podría llevar a pensar que no es necesario fijar temas de trabajo pero la experiencia enseña que ello conlleva una dispersión y una falta de consistencia del aprendizaje en un campo de conocimiento ya sistematizado como es la Matemática.

No se trata de entrar en discusión de si el qué precede al cómo o si lo importante es el cómo sin importar el qué. Pensamos que es un problema ya

superado y que ambos van de la mano y que lo importante de verdad es fijar ambos y revisarlos periódicamente dejando para el trabajo de Centro la metodología y la búsqueda de actividades apropiadas.

2. Temas de trabajo

Se pretende fijar los temas de trabajo para cuatro cursos. Deben ser temas mínimos de tal forma que haya un margen para un tratamiento activo, participativo, de relación con el entorno, de uso de material, etc.

La propuesta deber ser también abierta, concreta y revisable al igual que la anterior, con la idea de que sirva de punto de partida para una puesta en práctica crítica.

El bloque dedicado a la Geometría (Representación y organización en el espacio) lo dividimos en 6 grandes temas o unidades temáticas:

- 1.- Elementos en el plano.
- 2.- Figuras planas.
- 3.- Transformaciones.
- 4.- Elementos en el espacio.
- 5.- Cuerpos geométricos.
- 6.- Semejanza.

Estando los tres primeros temas dedicados a la geometría plana, los dos siguientes a la geometría del espacio y el último a ambos.

Cada unidad temática se desglosa en 6 apartados respondiendo a los diferentes conceptos y procedimientos propios de la geometría elemental así como a los diferentes objetivos perseguidos:

Situación de entorno

Sirve de punto de partida para trabajar el tema. Para lo cual nos basamos en un tema de nuestro entorno justificando así el trabajar una Geometría real que nos sirve asimismo de motivación.

Conceptos

Por un posible uso excesivo de la memoria, a veces se tiende a rechazar un tratamiento sistemático de las definiciones pero conviene hacer un listado de los mismos. El problema reside en

trabajarlas adecuadamente y siempre que lleve implícita la comprensión del concepto definido. También hay que hacer un esfuerzo de memoria, ¿por qué no?

Razonamiento

Si a los 12 años los alumnos inician el pensamiento formal, hay que darles la oportunidad de iniciarse aunque al principio sea más intuitivo e inductivo que propiamente deductivo. Para ello conviene hacer un listado de propiedades, relaciones y teoremas con demostraciones sencillas aunque hay que completarlas con diferentes actividades de tipo deductivo. También se presta para un uso adecuado del lenguaje oral, gráfico, simbólico, etc.

Construcciones

Importancia del uso de diferentes técnicas como construcciones con regla y compás, doblado de papel o construcciones con diferentes materiales como cartulina, plastilina, alambre, etc.

Aritmetización

Punto de encuentro de la Geometría con los números y la medida. Habitualmente convertida en recetario para una aplicación exclusivamente mecánica de la que hay que alejarse e incidir en una justificación inductiva-deductiva para un uso mínimamente razonado y justificado del tema.

Aplicaciones-problemas

Partiendo de una situación práctica, la matemática después de teorizar o de modelizar vuelve para, generalizando resolver otros problemas prácticos. Situaciones que nos van a permitir, además de adentrarnos en el tema de la resolución de problemas, comprobar el nivel de comprensión-adaptación adquirido por los alumnos.

De todas formas esta propuesta había que concretarla más, en el sentido de proponer los temas de trabajo detallados y secuencializados por cursos pero eso ya se escapa del objetivo más general de esta propuesta.

TEMAS TRABAJO	SITUACIÓN	CONCEPTO	RAZONAMIENTO	CONSTRUCCIÓN	ARITMETIZACIÓN	APLICACIÓN
ELEMENTOS EN EL PLANO	<ul style="list-style-type: none"> • Laberintos • Itinerarios • Puntos cardinales 	<ul style="list-style-type: none"> • Punto. Recta. Plano • Semirrec. Segmento • Ángulos: Tipos • Paralelas. Perpend. • Mediatriz. Bisec. 	<ul style="list-style-type: none"> • Relación ángulos correspon. opuestos y alternos 	<ul style="list-style-type: none"> • Representación • Esquemas 	<ul style="list-style-type: none"> • Distancias entre puntos y rectas 	<ul style="list-style-type: none"> • Distancias largas, inaccesible
FIGURAS PLANAS	<ul style="list-style-type: none"> • Mosaicos • Azulejos • Puzzles • Sección aurea 	<ul style="list-style-type: none"> • Triángulos. Clasif. • Cuadrilát. Clasif. • Polígonos. Elemen. • Circunferencia. • Tangente. Central e inscrito 	<ul style="list-style-type: none"> • Ángulos tr. • Pitágoras • Ángulos pol • Prop. tg. • Relación ins-central 	<ul style="list-style-type: none"> • Mediatriz. (C) • Bisectriz. (I) • Mediana. (B) • Altura. (O) 	<ul style="list-style-type: none"> • Justificación y uso de las fórmulas de perímetro y área. 	<ul style="list-style-type: none"> • Superficies grandes. • Teselar
TRANSFORMACIONES	<ul style="list-style-type: none"> • Puertas • Plantas • Espejos • Máquinas 	<ul style="list-style-type: none"> • Traslaciones • Giros • Simetrías 	<ul style="list-style-type: none"> • Propiedades • Composición 	<ul style="list-style-type: none"> • Representación • Esquemas • Diagramas 	<ul style="list-style-type: none"> • Relación entre áreas 	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño de mosaicos
ELEMENTOS EN EL ESPACIO	<ul style="list-style-type: none"> • Laberintos • Itinerarios • Puntos cardinales 	<ul style="list-style-type: none"> • Pto. Rec. Plan. Esp. • Ángulos diedros. • Rectas y planos: incidencia, paral. perpendicularidad 	<ul style="list-style-type: none"> • Propiedades 	<ul style="list-style-type: none"> • Representación • Esquemas 	<ul style="list-style-type: none"> • Distancias entre puntos, rectas y 	<ul style="list-style-type: none"> • Distancias largas inaccesible
CUERPOS GEOMÉTRICOS	<ul style="list-style-type: none"> • Globoterráqueo • Cristales • Pirámides • Planetarium 	<ul style="list-style-type: none"> • Poliedros • Prismas • Pirámides • Cuerpos redondos • Elementos. Clasif. 	<ul style="list-style-type: none"> • Fórmula Euler • 5 poliedros regulares. 	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboración • Desarrollos • Representación plano • Perspectiva • Comp. Descomp. 	<ul style="list-style-type: none"> • Justificación y uso fórmula volumen. • Altura pirámide • Diagonal prisma 	<ul style="list-style-type: none"> • Distancias mínimas. • Volumen mínimo.
SEMEJANZA	<ul style="list-style-type: none"> • Escalas • Plano. Mapa • Maquetas • Curvasnivel • Fotografía 	<ul style="list-style-type: none"> • Característica. • Proporcionalidad 	<ul style="list-style-type: none"> • Thales • Propiedades 	<ul style="list-style-type: none"> • Dibujo escala • Plano-espacio 	<ul style="list-style-type: none"> • Relación entre área y volumen de figuras semejantes 	<ul style="list-style-type: none"> • Escalas • Planos • Mapas • Maquetas • Topografía

3. Enfoque-tratamiento temas

Conviene tener presente a la hora de dar nuestras clases aspectos pedagógicos ya propuestos en la Reforma de los años 70, confirmados en los Programas Renovados y puestos al día en los DCB últimos como son:

- * Metodología lo más activa y participativa posible.
- * De acuerdo con los intereses de los alumnos.
- * Lo más individualizada posible.
- * Relacionada con su entorno.
- * Importancia del uso del material.
- * Lo más interdisciplinar posible.

La propia historia de la Matemática nos ha enseñado que a pesar de ser una ciencia deductiva, el propio entorno, los problemas reales, la intuición, la inducción han sido el motor o las actitudes que han impulsado y hecho avanzar a la matemática; lo que ocurre es que no se hace ciencia hasta que todas las consecuencias se pueden deducir según un determinado sistema riguroso de leyes, aunque no es menos cierto que esta fase de rigor deductivo es el final de ese largo proceso.

Esta dicotomía ha provocado muchas veces un debate a la hora de enseñar Matemáticas entre matemáticas hechas y por hacer, entre una matemática más o menos activa y más o menos constructiva e inductiva o una matemática más deductiva, de comprobación y comprensión de lo ya conocido, cosa que actualmente pensamos ya superado.

Por otro lado conviene tener presente los principios de Dienes: dinámico -de constructividad-de variabilidad matemática-de variabilidad perceptiva, que siempre ayudan a un tratamiento sistemático, sobre todo a la hora de encarar un nuevo concepto.

También interesa proponer actividades adecuadas a la edad de los alumnos y ordenadas en orden creciente de dificultad; y en el caso concreto de la Geometría interesa recordar los niveles ya conoci-

dos de Van Hiele, para saber en cada momento el lugar que ocupa el alumno posibilitando así un correcto aprendizaje:

- 1º Reconocimiento global de las figuras.
- 2º Análisis de las componentes de las figuras, de sus propiedades pero relacionándolas de forma intuitiva y experimental.
- 3º Relación y clasificación de figuras de modo lógica mediante razonamientos sencillos pero sin organización deductiva.
- 4º Comprensión de la organización deductiva pero con falta de rigor.
- 5º Capacidad de razonamiento deductivo sin necesidad de ayuda de la intuición.

Pero sobre todo para llegar a un nivel de comprensión o aprendizaje significativo propondremos tres fases básicas en el tratamiento de un tema o concepto.

Partiendo de una situación real de nuestro entorno:

- 1.- Experimentación.
- 2.- Comprensión (Representación-Reflexión-Comunicación).
- 3.- Aplicación.

Y que aunque se pueden desglosar en más pasos preferimos mantenerlos así por una mayor coherencia e incluso para un más fácil y fluida puesta en práctica.

Todo ello se completa con una propuesta concreta, abierta y revisable en la que dichas fases didácticas se complementan con un desglose de los procedimientos y actitudes propuestos por el DCB. Y aunque a cada fase del tratamiento del tema se le asigne un determinado aspecto de los procedimientos o de las actitudes esto no quiere decir que el único que se trabaja sino que es el más apropiado en cada caso y el que más se puede y debe potenciar.

		TRABAJANDO PROCEDIMIENTOS	ATENDIENDO ACTITUDES
FASES	Experimentación: - Ensayos. - Pruebas. - Simulaciones - Juegos. - Materiales.	Estrategias	Curiosidad Reconocimiento y valoración
TRATAMIENTO	Comprensión: - Representación gráfica y simbólica. - Reflexión - Comunicación oral y escrita	Lenguajes	Interés y gusto Apreciación belleza
CONCEPTO	Aplicación	Algoritmos destrezas	Flexibilidad Tenacidad

Modesto Arrieta Illarramendi

*E.U. Profesorado de E.G.B.
San Sebastián - U.P.V.*

Bibliografía

* Informe Cockcroft (1982). M.E.C. Madrid.

* ICMI (1987). **Las Matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los 90** (Kuwait-86). Mestral. Valencia.

* DISEÑO CURRICULAR BASE. ESO (12-16). M.E.C. Madrid.

* FREUDENTHAL, H. (1983). **Didactical phenomenology of mathematical Structures**. D. Reidel Publishing Company.

* GRUPO CERO (1984). De 12 a 16. **Un proyecto de curriculum de Matemáticas**. Mestral. Valencia.

* ALSINA Y OTROS. (1987). **Invitación a la didáctica de la Geometría**. Síntesis. Madrid.

* ALSINA Y OTROS. (1988). **Materiales para construir la Geometría**. Síntesis. Madrid.

* MARTÍNEZ RECIO Y OTROS. (1989). **Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría**. Síntesis. Madrid.

* GRUPO BETA (1990). **Proporcionalidad geométrica y semejanza**. Síntesis. Madrid.

* DEL OLMO, M.A. Y OTROS (1989). **Superficie y volumen**. Síntesis.

* CASTELNUOVO, E. (1981). **La Geometría**. Ketres. Barcelona.

* JACOBS, H.R. (1987). **Geometry**. Freeman and Company. New York.

* MOISE, E. Y DOWNS, F. (1982). **Geometry**. Addison-Wesley. U.S.A.

* CARWELL, R. (1979). **Geometry problems**. National Council. U.S.A.