suma+
Artículos
Noviembre 2015
80
pp. 1-<#>

Editorial

Mirar, ver, comprender

La visualización, según el diccionario de la Real Academia Española, es la acción de visualizar. De las diversas acepciones de la palabra visualizar que ofrece el diccionario, las que mejor encajan con las matemáticas son «formar en la mente una imagen visual de un concepto abstracto» e «imaginar con rasgos visibles algo que no se ve con la vista», la que coincide a su vez con la definición de visibilizar, esto es, «hacer visible artificialmente lo que no puede verse a simple vista». Sí, las matemáticas conllevan un alto grado de abstracción y la visualización es una manera de acercarlas a nuestros alumnos y de vivirlas con ellos.

En la sociedad actual, la cultura visual lo impregna todo, la información y la comunicación nos llega principalmente en forma de imagen. El dicho popular «una imagen vale más que mil palabras» es una consigna de referencia en todos los ámbitos de la comunicación y también de la educación. En los centros educativos se ven muchos vídeos y películas, se trabaja con ordenador o con tablets; sí, quizás se «ve» mucho pero se visualiza poco porque no se concreta lo suficiente para que sirve «ver». ¿Realmente se visualizan las ideas de las que deseamos obtener representaciones mentales? La visualización, ¿es un medio de conocimiento y de aprendizaje o simplemente es una «moda» importada del mundo en el que vive la escuela?

En matemáticas, visualización significa impulsar la comprensión con el uso de figuras o formas geométricas. Pero va más allá, ¿quien no ha dicho alguna vez «ahora lo veo» para expresar que ahora lo entiende? Abraham Arcavi nos da una explicación: el nervio óptico contiene más de un millón de fibras, mientras que el nervio auditivo solo tiene 50 000. En sus trabajos analiza el papel de las representaciones visuales, define qué entiende por visualización y ejemplifica los diferentes papeles que puede ejercer la visualización en el aprendizaje y uso de las matemáticas. Al mismo tiempo plantea los límites y las dificultades de dicha acción para el alumnado y para el profesorado. Sostiene que la visualización es la habilidad, el proceso y el producto de creación, interpretación, reflexión y uso de fotografías, imágenes o diagramas. Esta acción se puede realizar en el papel o con herramientas tecnológicas con el propósito de describir y comunicar información, como una primera aproximación a lo que se piensa. Se trata de percibir con todos los sentidos más que ver en sentido literal. «El niño tiene la inteligencia en las manos», decía María Montessori. Esta frase está en la mente de los que somos partidarios de promover la manipulación para acercar las matemáticas a los alumnos y al público en general. Esa idea expresa también el eslogan que preside todas las exposiciones del MMACA (*Museu de Matemàtiques de Catalunya*): «Toca, toca» o bien «Prohibido no tocar». Porque, como mostró Pere Puig i Adam tanto en su labor docente como en su aportación didáctica, tocar, manipular y utilizar todos los sentidos no es sólo cosa de las primeres etapes educativas.

La realidad educativa aun no ha otorgado a la visualización el papel que merece. El razonamiento visual se potencia en la educación infantil y primaria, pero queda relegado a un segundo plano en la educación secundaria y en la universidad. A pesar de todo, esta perspectiva está cambiando, y desde hace unos cuantos años, se reconoce el papel educativo que puede jugar la visualización como instrumento para comprender, argumentar y comunicar. Recientemente se está incorporando, como herramienta de razonamiento y de representación, en los currículums de matemáticas desde infantil a la universidad, formando parte de los procesos o dimensiones que agrupan las diferentes competencias del ámbito matemático.

Pero existe una dificultad intrínseca, el razonamiento visual se basa en la geometría y justamente esta parte de las matemáticas es en la que nuestros alumnos de secundaria obligatoria obtienen peores resultados en las evaluaciones externas (pruebas PISA y pruebas de competencias). Tal vez si mejorásemos la comprensión geométrica nuestros alumnos mejorarían en todos los otros temas como parece indicar una lectura por países y temas de los resultados de las pruebas externas. Los países con buenos resultados en geometría también tienen los mejores resultados en los otros bloques de contenidos (numeración y cálculo, cambio y relaciones, estadística y azar).

Por qué se ha llegado a esta poca valoración de la geometría y como podemos rescatarla para que nuestros alumnos visualicen y vivan las matemáticas en todas las etapas educativas es una tarea de reflexión colectiva iniciada y desarrollada por unos pocos pero que cada día merece una mayor atención en jornadas y congresos. En 1992, Miguel de Guzmán argumentaba que el movimiento de renovación de los años sesenta y setenta hacia la «matemática moderna» implicó una transformación profunda de la enseñanza de las matemáticas. Se pretendió profundizar en el rigor lógico y en la comprensión, contraponiéndolos a los aspectos operativos y manipulativos. La geometría elemental y la intuición espacial sufrieron un gran detrimento cuya consecuencia natural fue el cambio de problemas interesantes, que abundan tanto en la geometría elemental, por ejercicios muy cercanos a la mera tautología y reconocimiento de nombres.

¿Cómo se puede mejorar esta situación? Se puede equilibrar la implementación del currículum aumentando la presencia de la geometría y moderando la del cálculo, tanto del aritmético como del algebraico. ¡Ya va siendo hora que nuestros alumnos dejen de preocuparse por realizar filas interminables de cálculos que la calculadora o el ordenador hacen muy fácilmente y se preocupen más por elegir las operaciones y las fórmulas adecuadas para resolver un problema o modelizar una situación de la vida real!

Pero también se trata de hacer una geometría con actividades que vayan más allá del reconocimiento de formas y de la aplicación de fórmulas. Impulsar la presencia de actividades de experimentación que, cuando sea posible, se desarrollen en cuatro pasos: experimentación, descubrimiento, conceptualización, demostración y/o formalización (si es necesario). Utilizar más material manipulable, no sólo objetos pensados como material didáctico (poli cubos o construcciones diversas), sino también objetos o artefactos, como diría Anton Aubanell, que podemos extraer de la vida cotidiana de nuestros alumnos, ya sean muñecos de Playmobil, trozos de madera, dados, cuerdas, plastilina, espejos, envases o cualquier otro artilugio del que en un momento dado «visualicemos» su utilidad.

Pero además de los objetos manipulables contamos con las TIC, en particular con GeoGebra y Scratch. Ya se ha dicho en muchas ocasiones que GeoGebra es un entorno maravilloso para vivir experiencias matemáticas, especialmente, geométricas. También que es apto para todas las edades, como sostienen y constatan Bernat Ancochea y Isabel Sorigué en las aplicaciones que se pueden consultar en el ARC (*Aplicació de Recursos del Currículum*):

http://apliense.xtec.cat/arc/

Cuando Suma 80 haya llegado a todos sus subscriptores, se estará celebrando en el CIEM de Castro Urdiales (11 a 13 de diciembre) un seminario organizado por la FESPM y el Instituto GeoGebra de Cantabria (IGC) con el título «Enseñar matemáticas con GeoGebra: retos, roles y resultados» del que recogeremos las conclusiones en el número 81 de Suma.

Sobre Scratch, Frank Sabaté dice: «yo no uso Scratch para enseñar geometría, los niños y las niñas usan la geometría para crear sus juegos, animaciones, historias…». Es ideal para la visualización de la lógica de las estructuras de programación y, no nos engañemos, a pesar de su aspecto visual permite programar algoritmos complejos propios del bachillerato o de estudios posteriores.

Otra manera de mejorar el aprendizaje y la comprensión de la geometría es dando más presencia y protagonismo a los contextos, esto es, buscar situaciones en las que se pueda «ver» geometría. En este sentido la fotografía es un gran aliado para descubrir las matemáticas que se esconden en la vida cotidiana. Así lo han entendido todos los profesores y profesoras que están detrás de los concursos de fotografía matemática. Pero, ¿qué es una fotografía matemática? El grupo de fotografía matemática de ABEAM (*Associació de Barcelona per a l'Estudi i l'Aprenentatge de les Matemàtiques*) lo expresa muy bien en las bases de su concurso: «Una foto es matemática si hay intención por parte del autor de que así sea. Esta intención matemática tiene que quedar reflejada claramente en el título de la foto, en el que se tiene que hacer referencia, de alguna manera, al contenido matemático».

Y en cuanto a las conexiones, ¿puede la geometría ayudar a la comprensión de los contenidos de otros bloques del currículum de matemáticas de primaria y secundaria? Es una pregunta totalmente retórica, la historia de las matemáticas muestra que nuestros antecesores resolvían con razonamientos geométricos y visuales problemas que hoy en día se resuelven mediante álgebra. Estamos hablando de la historia de las matemáticas más conocida, desde Mesopotamia y Egipto, pasando por la Antigua Grecia, hasta la matemática occidental. Pero también es cierto para la matemática árabe, como sostiene Ahmed Djebbar y para la matemática de la antigua China, según Karine Chemla y Guo Shuchun. Es decir, en diferentes culturas y civilizaciones álgebra y geometría han ido muchos siglos de la mano.

¿Hasta qué punto la conexión entre geometría y álgebra que nos ofrece la historia debe influir en la enseñanza/aprendizaje del álgebra? ¿Debemos geometrizar el álgebra? El historiador de la matemática Victor Katz y el pedagogo Bill Barton describen las diferentes etapas de la historia de la construcción del álgebra, desde un estadio geométrico inicial, donde la mayoría de los conceptos algebraicos son geométricos y el lenguaje en que se expresan es retórico, hasta llegar al simbolismo algebraico del siglo XVII, similar al que usamos actualmente. Ellos sostienen que las diferentes etapas en la historia del álgebra conllevan unas implicaciones sobre su enseñanza/aprendizaje.

Las primeras incursiones en territorio algebraico deberían estar estrechamente relacionadas con la geometría y con la resolución de problemas. ¿Por qué no empezar el álgebra razonando con figuras geométricas? Son objetos más concretos que la x que habitualmente introducimos. La x^2 es exactamente esto: un cuadrado. Los productos de números se pueden representar como rectángulos, la propiedad distributiva no es más que dos maneras diferentes de representar un mismo rectángulo, y así sucesivamente. Si el alumnado está familiarizado con las palabras e ideas de la geometría, seguramente podrá aprender a argumentar con ellas haciendo dibujos geométricos. Pasar de la aritmética al álgebra saltándose la geometría puede considerarse un error didáctico-histórico que tenía explicación en el contexto del siglo XVII cuando la fuerza del nuevo lenguaje simbólico desplazó el razonamiento geométrico visual.

Todos tendréis en mente los libros de Roger B. Nelsen y Claudi Alsina sobre demostraciones sin palabras y pensamiento visual repletos de buenos ejemplos de cómo la geometría puede convertirse en potente instrumento para el razonamiento y la demostración. Algunas de estas estrategias están ya asimiladas y han generado en los últimos años actividades para geometrizar el álgebra u otros bloques temáticos del currículum de matemáticas. Así, por ejemplo, Anton Aubanell, ha publicado, por encargo del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, las *Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria a l'ESO*:

http://xtec.gencat.cat/ca/curriculum/eso/orientacionsgeometria

Se trata de un trabajo en el que se analiza porqué la geometría es el bloque del currículum en el que los alumnos obtienen peores resultados en las pruebas externas y se apuntan líneas de mejora que, finalmente, se concretan en un amplio surtido de actividades de aula para conseguirlo. Las actividades no se limitan al campo de la geometría propiamente dicha, a los bloques de Espacio y forma y Medida, sino que abarcan todos los bloques del currículum siguiendo la consigna de geometrizar la aritmética, el álgebra, la estadística o lo que haga falta para introducir y promover la visualización y el razonamiento visual. Como Anton, estamos convencidos que disfrutar y hacer disfrutar del razonamiento geométrico es condición necesaria y, por tanto, indispensable para entender la geometría y, por extensión, las matemáticas.

En este número

Siguiendo con la idea de dar mayor relevancia a las aportaciones voluntarias, en este número publicamos seis artículos y tan solo cinco secciones. Infuye en ello el hecho de que, tras un período de intermitentes apariciones, la sección *La entrevista* se despide definitivamente. Agradecemos a Francisco Martín Casalderrey su colaboración en la que nos ha presentado aspectos hasta ahora inéditos en Suma como son los rasgos vitales y profesionales de personas diversas; algunas de las cuales han estado muy vinculadas a la FESPM.

El pasado mes de julio, durante la celebración de las 17 JAEM en Cartagena, la Junta de Gobierno de la FESPM aprobó los nuevos cargos en distintas secretarías. Damos cuenta de ello en la página ¿…?, pero posponemos para el número 81 (marzo de 2016) los detalles y cambios que afectan a esta revista así como la publicación de la crónica y la redacción de conclusiones científicas de las últimas JAEM.

En esta ocasión el bloque FESPM & Cía tiene una extensión inusual, pero que nos gustaría conservar en sucesivos números. Anunciamos ahí la convocatoria del VIII CIBEM en Madrid (julio 2017) y la del *Congrés Català d'Educació Matemàtica* C^{2}EM en Barcelona (julio, 2016). Publicamos también una reseña de la 12ª Jornada Conjunta de educación matemática organizada por las sociedades catalana, balear y valenciana (FEEMCAT, SBM-XEIX y SEMCV Al-Kwharizmi). Este texto se ha redactado en castellano para que llegue a más lectores. En cambio, el anuncio del C^{2}EM se ha redactado en catalán, la lengua oficial del congreso. Respetamos así la idea de los organizadores de que los participantes catalanes redacten sus aportaciones en esa lengua sin que ello impida que autores de otras comunidades puedan participar con aportaciones escritas en castellano. En ningún caso la lengua será motivo de rechazo de una aportación. Retomando el inicio de este párrafo, invitamos a todas las sociedades de la FESPM a que nos envien reseñas de sus actividades más destacadas para difundirlas y compartirlas entre todos los socios a través de Suma.

Cerramos la presentación de este número felicitando, ahora por escrito y públicamente, a Luis Berenguer Cruz como merecidísimo IX Premio «Gonzalo Sánchez Vázquez» a los valores humanos en la educación matemática. Luis recibió el galardón en un emocionante acto celebrado en Cartagena durante las JAEM en el que estuvo acompañado de toda su familia (nietos incluidos). En este número ponemos sobre el papel un extracto de las palabras que Luis dirigió a los asistentes tras la recepción del premio.

++