

## El legado de Dienes

CARME BURGUÉS FLAMARICH

**Z**oltán Pál Dienes nos ha dejado el 11 de enero de 2014. Para los que nos hemos sentido sus alumnos, su muerte nos ha hecho evocar lo que de él aprendimos y cuanto contribuyó a mejorar la enseñanza de las matemáticas. Su legado vale la pena y esta es mi justificación para dedicarle esta entrega de la sección: para que los jóvenes profesores que no han leído sus obras no pierdan valiosos aprendizajes y para que los no tan jóvenes revivamos sus enseñanzas y tomemos conciencia de lo que le debemos. Unos y otros, unidos por el compromiso con la mejora del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas.

Dienes (1916 – 2014) nació en Hungría. Sus primeros años los pasó entre Hungría, Austria, Italia, Francia y Alemania. Su familia tuvo que marcharse de Budapest a causa de la Primera Guerra Mundial. Pasó a Austria, donde el pequeño Zoltan asistió a un parvulario Montessori. Luego fue con su madre y hermanos a Niza donde estuvieron en la comuna de Raymon Duncan (hermano de Isadora Duncan, la bailarina). Allí siguió practicando danza (su madre era profesora de música y danza). Cuentan que desde pequeño mostraba fascinación por las matemáticas, oyendo a escondidas tras una cortina las lecciones de matemáticas que recibían sus hermanos mayores.

Vale al pena...

A los 15 años se trasladó al Reino Unido y a los 26 años se doctoró en matemáticas en Londres. Ya en aquellos años no entendía el por qué mucha gente, niños en particular, no percibían la belleza de las matemáticas. Esto le hizo cursar una licenciatura en psicología, según parece para entender mejor los procesos de pensamiento.

Pronto fue conocido por sus aportaciones a la psicología de la educación matemática. Introdujo ideas revolucionarias y de gran profundidad mediante juegos, historias, gimnasia y danza. Fue pionero en la concepción del aprendizaje desde perspectivas socioculturales y en la democratización del aprendizaje.

En 1964 fundó el *International Study Group for Mathematics Learning* y fue el director del *Centre de Recherches en Psychomathématiques at the Université de Sherbrooke in Quebec* durante diez años, colaborando siempre con investigadores y educadores de diversos países.

Trabajó directamente con niños de tribus de Nueva Guinea, favelas de Rio de Janeiro, con niños indios Manitoba del Canadá, en Filipinas y en escuelas inglesas y de otros países, poniendo a prueba sus ideas sobre el aprendizaje matemático en situaciones difíciles.

Publicó más de 30 libros, el último con 90 años de edad. Fue un hombre multidisciplinar, poeta, interesado por el arte y las ciencias, hablaba cinco idiomas y entendía al menos otros tantos.

Este viejecito (imagen 1) de aspecto frágil que se denominaba a sí mismo *maverik* (disidente), se casó con una amiga de la infancia, tuvo cinco hijos, catorce nietos y diecisiete biznietos. Le gustaba cantar, especialmente canciones de su patria. De hecho murió plácidamente, según su familia, escuchando canciones húngaras.

Este recorrido sucinto por su vida no explica su trascendencia en el mundo de la enseñanza de la matemática, que es lo que trataré de hacer a continuación.

El uso de materiales manipulativos se remonta al siglo diecinueve con las aportaciones de Pestalozzi que defiende su uso para la comprensión de los conceptos matemáticos abstractos. En el siglo

veinte, María Montessori fundó escuelas basadas en promover el aprendizaje mediante experiencias concretas, muchas de ellas proporcionadas por materiales que facilitaban la estimulación y maduración de los sentidos y del razonamiento. Todavía perduran estos materiales en las Escuelas Montessori diseminadas por todo el mundo.

Pero la existencia de materiales en las aulas de matemáticas sufrió un rápido incremento en las décadas de los 60 y 70 del pasado siglo. La razón fueron los libros publicados por Dienes en los cuales justificaba su uso y proponía actividades con esos materiales. Hoy en día existe un acuerdo generalizado en que una buena enseñanza de las matemáticas precisa del uso de materiales didácticos.

Los materiales manipulativos (bien diseñados y que materialicen una idea abstracta) ayudan a los alumnos a progresar de lo concreto a lo abstracto. Según Dienes «los niños cuyo aprendizaje está basado en experiencias manipulativas serán mas capaces de dar el salto entre el mundo en que viven y el mundo abstracto de las matemáticas».

En nuestro contexto, a partir de los sesenta, tuvimos la suerte de que la editorial Teide, en la colección Enseñanza de la Matemática Moderna dirigida por Eduard Bonet, editara en castellano los libros de



Imagen 1. Zoltan Pál Dienes

Dienes sin demasiado retraso respecto a las ediciones originales en francés e inglés. Las traducciones fueron hechas por personas relevantes como María Rúbies, Ricard Pons, Carmen Azcárate...

En estos libritos se daban numerosos ejemplos de actividades para la clase basadas principalmente en materiales manipulativos, así como en danza y movimiento corporal (aquí se ve perfectamente como influyen las madres y la educación recibida).

Los materiales son esencialmente dos: los bloques numéricos multibase (imagen 2) y los bloques lógicos (imagen 3). Además, se sugieren representaciones gráficas de las ideas y de los procesos (imágenes 4 y 5). Hay que decir que las actividades propuestas son de diversa complejidad llegando a «hacer matemáticas».

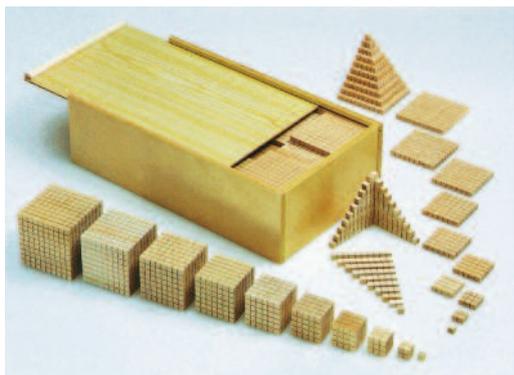


Imagen 2. Los bloques numéricos multibase



Imagen 3. Los bloques ógicos

En el caso de los bloques multibase, se trata de utilizar modelos tridimensionales de las potencias (cubos unidad, barras para las decenas, placas para las centenas y cubos para los millares) para representar los órdenes de magnitud del sistema posicional de numeración. En las cajas del material se podían encontrar las variantes para las diferentes bases: de la 2 a la 10. En cuanto a los Bloques Lógicos parece que Dienes mejoró y adaptó una idea previa de Vygotsky y Hull.

Todavía hoy es considerado un material imprescindible en las aulas de educación infantil.

En todos los casos se promueve un proceso de aprendizaje que tiene 6 etapas:

1) Primera etapa de juego libre o de conocimiento y experimentación con el material o situación.

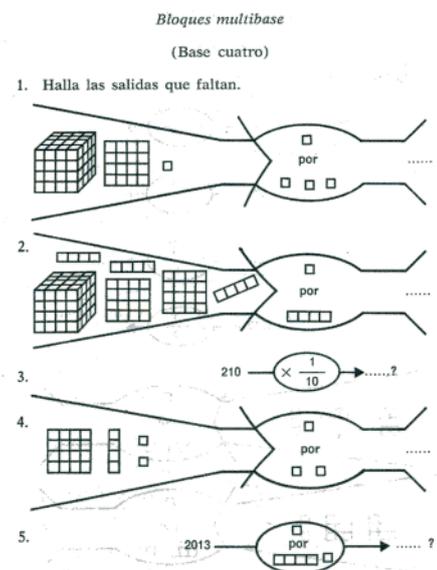


Imagen 4

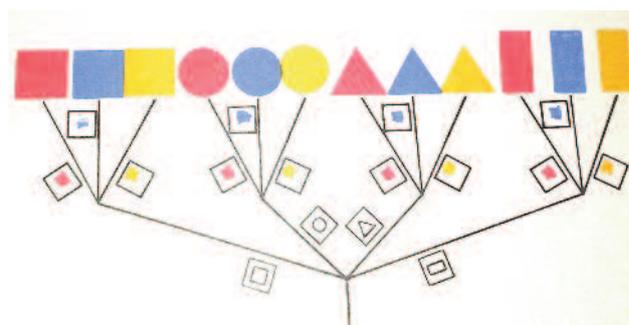


Imagen 5

- 2) Segunda etapa donde se establecen reglas de juego, se ponen condiciones y se observan regularidades.
- 3) Tercera etapa o juego del isomorfismo donde se trata de descubrir estructuras comunes y llegar a la abstracción de las semejanzas entre juegos o situaciones.
- 4) Cuarta etapa o de representación, que puede ser gráfica, verbal...
- 5) Quinta etapa o de descubrimiento de propiedades y simbolización.
- 6) Sexta etapa o de demostración/formalización donde se trata de describir las propiedades del sistema creado.

Podríamos decir que Dienes elige materiales que encarnan ideas matemáticas y promueve actividades experimentales de descubrimiento y de razonamiento que llevan a la construcción de los conceptos y de las relaciones conceptuales.

En una entrevista concedida el 25 de abril de 2006 (Sriraman, B. & Lesh, R.) dice que las matemáticas están caracterizadas por sus estructuras y que, en su opinión, es importante exponer a los alumnos a estas estructuras tan pronto como sea posible. Lo que no significa que se les hable directamente de ellas, sino que mediante juegos matemáticos y otros materiales les facilitemos su descubrimiento y comprensión.

También dice que lo primero que hay que enseñar a los niños es a pensar a partir de situaciones concretas con una esencia matemática común. Deben aprend

der interactuando con la situación y discutiendo en pequeños grupos. Introducir el simbolismo prematuramente bloquea al aprendiz y le impide aprender matemáticas. El mismo Dienes creía que sus propuestas pedagógicas eran constructivistas antes que se inventara el término.

Según Lesh (2007), Dienes no solo estudió el fenómeno llamado más tarde conocimiento materializado (*embodied knowledge*) así como la cognición situada, sino que enfatizó el principio de «materialización múltiple» en el que los alumnos tienen que hacer predicciones para una nueva situación basándose en otra experimentada con anterioridad.

También fue un pionero en lo que actualmente se llaman perspectivas socioculturales del aprendizaje y en resolución de problemas. Sus propuestas de actividades siempre implicaban grupos de estudiantes, no solo por lo que implicaba aprender del grupo o bien para adoptar contextos culturales, sino porque el aprendiz está en un grupo de modo natural. Dienes enfatizaba que cuando se desarrollan herramientas conceptuales, habitualmente lo están para ser compartidas y ser reutilizadas en otras situaciones.

Las ideas de Dienes siguen influyendo en la educación matemática actual, tanto en



Algunas publicaciones en castellano de Zoltan Pál Dienes

las metodologías como en los materiales usados en clase. Podemos encontrar materiales virtuales en:

#### GAMAR

<http://www.udg.edu/tabid/17145/language/ca-ES/Default.aspx>

#### NLVM

[http://nlvm.usu.edu/en/nav/category\\_g\\_1\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/category_g_1_t_1.html)

#### Los Zoombinis (Proyecto del TERC):

<https://external-wiki.terc.edu/display/ZOOM/Home>

También encontramos proyectos inspirados por Dienes como el *Rational Number Project*, de Cramer, K., Behr, M., Post T. y Lesh, R., (2009):

<http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/rnp1-09.html>

Si, como asegura Claudi Alsina, existe el cielo de los profesores de matemáticas buenos, estoy segura que Gonzalo Sánchez, María Rúbies, Miguel de Guzmán, Eliseo Borrás, Mercé Gutiérrez... habrán recibido como se merecen a Zoltán Pál Dienes, el 11 de enero de 2014, y a Emma Castelnuovo, el 13 de abril de 2014.

Los que estamos *Sumamente* comprometidos con la Educación Matemática les agradecemos a todos su legado y nos comprometemos a difundirlo entre las nuevas generaciones de docentes matemáticos.

### Algunas referencias

DIENES, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. London: Hutchinson.

DIENES, Z. P. (1963), *An Experimental Study of Mathematics-Learning*, London: Hutchinson.

DIENES, Z. P. (1964), *The Power of Mathematics*, London: Hutchinson Educational.

DIENES, Z. P. (1965), *Modern Mathematics for Young Children*, Harlow, England: ESA Press.

DIENES, Z. P. (1971), «An Example of the Passage from the Concrete to the Manipulation of Formal Systems», *Educational Studies in Mathematics*, 3, 337–352.

DIENES, Z. P. (1973), *Mathematics through the Senses, Games, Dance and Art*, Windsor, England: The National Foundation for Educational Research.

DIENES, Z.P. (1987), «Lessons Involving Music, Language and Mathematics», *Journal of Mathematical Behavior*, 6, 171–181.

DIENES, Z. P. (1999), «Getting to Know the Rotations of the Cube», *New Zealand Mathematics Magazine*, 36(3),14–27.

DIENES, Z. P.(2000a), «Logic Axioms», *New Zealand Mathematics Magazine*, 37(1), 21–35.

DIENES, Z. P. (2000b), «The Theory of the Six Stages of Learning with Integers», *Mathematics in School*, 29, 27–33.

DIENES, Z. P. (2001a), «Circular Villages (Part 1)», *New Zealand Mathematics Magazine*, 38(1), 23–28.

DIENES, Z. P. (2001b), «Circular villages (Part 2)», *New Zealand Mathematics Magazine*, 38(2), 25–33.

DIENES, Z. P. (2003), *Memoirs of a Maverick Mathematician*, (2nd ed.), Leicester, England: Upfront.

DIENES, Z. P. (2004a), «Points, Lines and Spaces», *New Zealand Mathematics Magazine*, 41(3),33–42.

DIENES, Z. P. (2004b), «Six Stages with Rational Numbers», *New Zealand Mathematics Magazine*, 41(2),44–53.

DIENES, Z. P., & GOLDING, E. W. (1966), *Exploration of Space and Practical Measurement*, New York: Herder and Herder.

DIENES, Z. P., & JEEVES, M. A. (1965), *Thinking in Structures*. London: Hutchinson.

SRIRAMAN, B. & LESH, R. (2007), «Leaders in Mathematical Thinking & Learning– A conversation with Zoltan P. Dienes», *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, 9(1), 59-75, reprinted with permission from Bharath Sriraman and Lawrence Erlbaum Associates, Lawrence Erlbaum Associates.

Puede encontrar esta conversación en:

[http://www.math.umt.edu/tmme/Monograph2/SriramanLesh\\_article.pdf](http://www.math.umt.edu/tmme/Monograph2/SriramanLesh_article.pdf)

CARME BURGÚES FLAMARICH  
Universitat de Barcelona  
<valelapena@revistasuma.es>