

*Construimos el mundo literalmente  
entre todos,  
nadie pasa sin dejar rastro.  
No decidimos nuestras vidas,  
las vivimos*

*...  
El goteo de nuestros éxitos y fracasos  
se acaba derramando  
y construye como un torrente el futuro ...*

Suart Kauffman



**A** sí terminó Eliseo Borrás su conferencia “Lo uno y lo múltiple”, dictada en la Universitat Jaume I, en el marco del Congreso Internacional “La Europa del Mediterráneo: encrucijada de lenguas y culturas”, que tuvo lugar entre noviembre de 2005 y mayo de 2006, en Castellón, organizado por Marisa Villanueva.

Me gusta la frase, pero quiero matizarla: construimos, sí, pero unos más que otros. Nadie pasa sin dejar rastro, sí, pero unos más que otros. Las vivimos, sí, pero unos, como Eliseo, más que otros. Como un torrente, eso fue el goteo de la vida vivida por Eliseo, un torrente que fertilizó nuestras vidas.

Como dicen sus queridas amigas Marisa Villanueva y Rosaura Serra: “Existen discursos que estimulan el deseo. Eliseo esti-

mulaba, te llevaba de la mano, te hacía inteligente. Cuatro comentarios suyos te desbloqueaban. Su palabra daba sentido a las cosas”....”Tenía capacidad para despertar la imaginación”. Podía convertirse perfectamente en un travieso bucanero. “Eli, pirata”, le decían los niños, con quienes establecía un contacto vital, pues compartía con ellos la curiosidad, la apertura para encontrar lo desconocido, la alegría de vivir, que se traducían en un perpetuo sentido del humor, omnipresente en sus juegos de palabras, en su sentido del absurdo.

---

**Xaro Nomdedeu Moreno**

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat  
Valenciana “Al-Khwarizmi”  
ariadna@revistasuma.es

La curiosidad le llevaba a bucear en variadas áreas del saber y a descubrir su complejidad. Decía en la mencionada conferencia:

La colaboración entre ciencias y humanidades es más necesaria que nunca para comprender el universo complejo. La deducción no es suficiente para construir la vida, la metáfora es más necesaria que nunca para guiar nuestra acción.

Estas palabras, unidas al título de la conferencia “Lo uno y lo múltiple” parecen evocar aquellas otras de María Zambrano: “El drama de la cultura moderna es la falta de contacto entre la verdad de la razón y la vida. Si la vida no es reformada por el entendimiento, si la verdad no sabe enamorar a la vida, ésta se declarará en rebeldía”.

Palabras que me recordó Eduardo Galeano, hace unos días, en una de las plazas del 15 de mayo, concretamente en Barcelona. Decía: “Cuando veo uno que sólo siente pero no piensa digo este es un cursi. Cuando veo uno que sólo piensa pero no siente digo ¡qué horror! Éste es un intelectual”

Porque, según Galeano, cuando la razón se divorcia del corazón, el ser humano crea monstruos, como mostró Goya en su pintura.

Así pues hay que razonar y sentir, para ser personas, hay que unir la razón a la emoción, la deducción a la metáfora, para construir vidas humanas.

Quienes hemos tenido la suerte de compartir un poco de tiempo, siempre supo a poco, con Eliseo Borrás, sabemos qué quiere decir que la verdad enamora a la vida, que la vida acepte la verdad sin violencia, que vida y verdad formen una unidad, que pensar y sentir no sean términos antagónicos sino complementarios necesarios para darle sentido a la vida.

Volviendo a María Zambrano: “Esa luz que es el amanecer de la conciencia, que no siempre ha de ser la de la razón, o no sólo, o no del todo, pues la razón habrá de estar asistida por el corazón para que esté presente la persona toda entera”.

Como dice Marisa Villanueva, citando a Deleuze y recordando a Eliseo: “Caminamos por el rizoma movidos por el deseo y por eso buscamos la multiplicación de los contactos, que conducen a la complejidad”.

Complejidad a la que hace referencia la mencionada frase de Eliseo, quien insistió en la conferencia que estamos comentando, en que “el mundo es increíblemente complejo: partículas elementales, moléculas, virus, bacterias, células, vegetales, animales, planetas, galaxias... Por complejo no debemos entender una mera acumulación de elementos diversos, sino las relaciones entre ellos. Tal vez el origen latino de esta palabra, complexus, participio pasivo de complecti, que significa

enlazar, se aproxime mejor a su significado. Un sistema complejo presenta propiedades que no tienen sus componentes. Edgar Morin (pensador multidisciplinar, especialmente como sociólogo y epistemólogo, pionero en los estudios sobre complejidad, que ha publicado recientemente “La Vía”, recomendable para meditar sobre la complejidad de la actual crisis estructural y la necesidad de actuar para salir de ella) lo define como una trama de constituyentes heterogéneos inseparablemente asociados, que presenta la paradoja de lo uno y lo múltiple. Para él existen tres principios que ayudan a definir la complejidad:

1. El principio dialógico, que asocia dos términos a la vez complementarios y antagonistas, lo cual permite mantener la dualidad en el seno de la unidad.

Vuelvo a recordar a María Zambrano en su análisis del surrealismo como confesión, donde cita a André Bretón, quien declara en su segundo manifiesto que “Todo lleva a creer que existe un cierto punto donde la vida y la muerte, lo real y lo imaginario, lo comunicable y lo incommunicable, lo alto y lo bajo cesan de ser percibidos contradictoriamente. Y es vano que se busque a la actividad surrealista otro móvil que la esperanza de encontrar ese punto”. Continúa María Zambrano su análisis haciendo mención de esa unidad sugerida por Bretón: “Se trata de una unidad a la par humana y productora de obra de arte. Sin duda es lo que se quiere manifestar con esos gritos esporádicos de la vuelta a un arte humano. La humanidad del arte no puede ser otra cosa que la unidad del origen, en ese centro interior y último; el que la creación que la obra de arte nos presenta haya brotado de ese íntimo centro activo, de esa unidad viva y actuante”.

2. El principio de recursividad organizacional, de modo que el efecto retroactúa sobre la causa.



Quien conozca el trabajo de Eliseo Borrás, sabe lo querida que le era la recursividad, llave para explicar la complejidad, tanto la fractal como la del origen de la vida.

3. El principio hologramático, que busca el todo en las partes y viceversa.

Evocando la propiedad de autosimilitud de los objetos fractales que, según este principio, se revelan como modelos más adecuados a la complejidad del mundo natural que la linealidad de la geometría euclídea, donde “complejo no implica siempre complicado”.

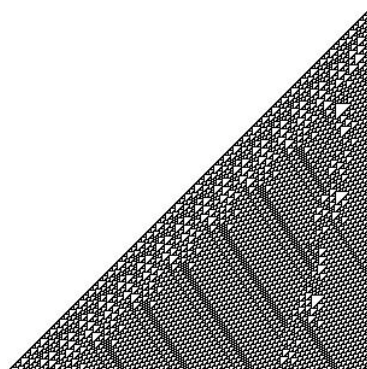
El juego de la vida de Conway, demuestra que sistemas de reglas muy simples pueden producir “propiedades emergentes” con un alto orden de complejidad, que es mucho más que la suma de sus partes. El caos aparece de nuevo.

En realidad, el Juego de la Vida es un caso particular de autómatas celulares. Los autómatas celulares fueron creados por John Von Newman y absorbieron totalmente la atención del controvertido Stephen Wolfram, el creador de Wolfram Research, empresa productora del programa MATHEMATICA.

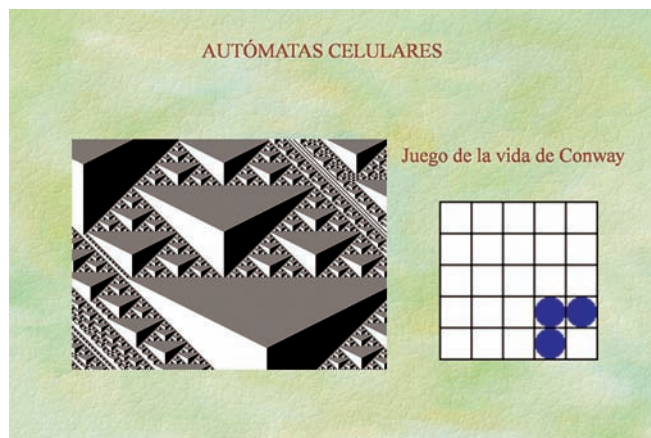
En un principio, Wolfram estaba interesado en la física de partículas y en la cosmología, más concretamente en la evolución desde el Big Bang hasta las estructuras galácticas. Aunque, en realidad, lo que le interesaba no era explicar un fenómeno complejo, sino la complejidad misma.

Se dio cuenta de que, para realizar los cálculos que exigía su investigación, necesitaba un procesador algebraico. El SMP fue el primero de ellos, considerado como la versión cero de MATHEMATICA.

Los autómatas celulares tenían el arte de crear complejas estructuras a partir de sencillas condiciones iniciales, eso también era interesante para investigar la evolución de las primeras galaxias. Obtuvo otras configuraciones que le llevaron a pensar y crear lo que él llamó primeras obras de arte generadas por ordenador. Una sencilla configuración inicial podía generar, por ejemplo, un triángulo de Sierpinsky:



Pronto descubrió interesantes paralelismos entre las estructuras que generaban sus autómatas celulares y algunos patrones de la naturaleza: copos de nieve, cristales, meandros de ríos, diseños sobre conchas marinas y pieles de serpientes, y otras estructuras naturales.

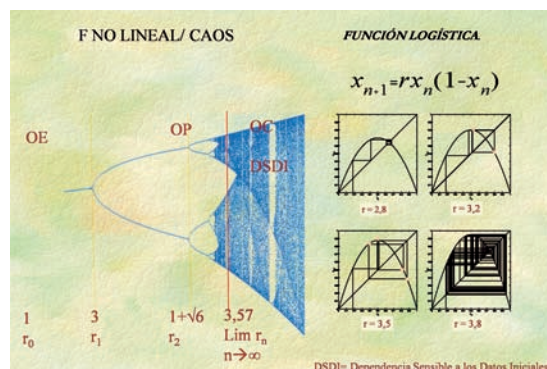


Wolfram estaba convencido de que los autómatas celulares eran la clave no sólo de la materia, sino también de la mente y desde ese convencimiento se propuso crear ordenadores basados en el procesamiento en paralelo, a partir de autómatas.

Nadie se sorprenderá hoy de ese calificativo “caótico” referido al sistema financiero, pero éste no es más que uno, aunque muy peligroso para la mayoría y más rentable para la minoría que controla sus variables, uno, digo, entre la pléyade de sistemas dinámicos que la ciencia estudia en la actualidad.

En este sentido, Eliseo comenta la influencia que el descubrimiento y estudio de estos sistemas ha ejercido sobre la investigación científica:

El descubrimiento del caos ha creado un nuevo paradigma en la construcción de los modelos científicos. Por una parte, establece nuevos límites fundamentales a la capacidad de avanzar predicciones. Pero, por otra, el determinismo inherente en el caos muestra que muchos fenómenos aleatorios son más predecibles que lo que se había pensado



La naturaleza puede usar el caos de manera constructiva. A través de la amplificación de pequeñas fluctuaciones puede facilitar a los sistemas naturales el acceso a lo nuevo.

El mismo proceso del progreso intelectual se basa en la inyección de nuevas ideas y en nuevos modos de conectar las viejas. Bajo la creatividad innata podría haber un proceso caótico subyacente que amplifica selectivamente pequeñas fluctuaciones y las moldea en estados mentales coherentes y macroscópicos que se experimentan como pensamientos.

...en la frontera entre el orden y el caos, allí donde las fluctuaciones son importantes focos de creación. El universo se construye a sí mismo mediante la acción complementaria de la selección natural y la autoorganización, con aumento de la diversidad y de la complejidad.

Sin caos, no hay sorpresa, no hay información. El caos es creativo. Somos criaturas del caos.

Como dice un personaje, inspirado en Eliseo, en la novela "La llave que te di" de su amigo Agustín Santos, "somos una fluctuación de la nada".

Una fluctuación que crea pensamiento mediante fluctuaciones entre el caos de las ideas previas y el orden que surge tras la chispa creativa, tras el ¡eureka!, pero, a pesar de que complejo no implica siempre complicado, existe gran resistencia al esfuerzo que supone el pensamiento matemático, hasta tal punto que, a pesar de lo que dice J.A. Paulos "Usted puede elegir entre tener o no ciertas nociones numéricas pero, si no las tiene, será más manipulable", es frecuente que ocurra lo que dice Quirós: "En un restaurante a nadie le preocupa decir 'haz la cuenta'; pero nos costaría mucho pedir que nos leyeran el menú".

Recientemente, en referencia a estos asuntos, comentaba el profesor de Historia de la Filosofía y académico Emilio Lledó, en El País, que las matemáticas son como una luz para alumbrar un mundo de manipulación informativa. "Esta ciencia es una lucha constante con la verdad porque en ella, en su exactitud, no caben las ideas mentirosas". Lledó recuerda su etimología: del griego mathema, aprender. Y no sólo aprender, sino experimentar. Y no sólo experimentar, sino deducir. Y no sólo deducir, sino demostrar. Y no sólo demostrar, sino estar en contacto con lo verdadero. "Y todo esto", lamenta, "no puede estar muy de moda en un universo que tiende a la falsedad". Un mundo que o no piensa o piensa para manipular.

Reivindicar la razón no implica olvidar el corazón claro, pero tenerle en cuenta a él, no debe llevarnos a olvidar la importancia que ella tiene, por eso insistimos sobre los peligros del anumerismo.

La excusa habitual para justificar el anumerismo que infecta a la sociedad sin distinción de razas, credos, género, clase social

o nivel cultural es que las matemáticas son muy complejas, donde subyace la confusión aludida por Eliseo entre los términos complejo y complicado.

A la lucha contra los efectos perniciosos del anumerismo dedica la Real Sociedad Española de Matemáticas su centenario en este 2011 para mostrar que las verdades matemáticas nos pueden enamorar, pues son divertidas, bellas, complejas y no siempre complicadas.

## Soluciones a los problemas del número anterior

En el número anterior, previendo que el actual sería el último, no propuse problemas, pero, para no romper la estructura de los capítulos anteriores, comentaré los que han ido surgiendo en la trama del texto que acabáis de leer y que apareció en el *Suma* 66, con el que me despido agradeciendo la atención que hayáis podido dedicar a esta sección, elaborada con la ilusión y la esperanza que caracteriza a las gentes de nuestra profesión, ilusión y esperanza sin las que la profesión perecería sin remedio.

### El juego de la vida (autómatas celulares)

Eliseo Borrás presenta el juego del siguiente modo:

*Fue inventado en 1970 por el matemático inglés John Conway, es uno de los autómatas celulares más famosos. Las reglas de nacimiento y muerte de cada célula de una retícula cuadrada son sencillas: Cada célula (cuadrado) de la retícula está rodeado (vecinas) de ocho células. Cada célula puede estar viva o muerta. Una célula viva permanece viva si sólo tiene como vecinas 2 o 3 células vivas, en otro caso muere de soledad o de superpoblación. Una célula muerta nace cuando está rodeada exactamente por tres células vivas.*

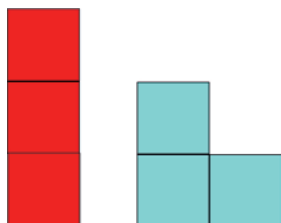
*El comportamiento de estos autómatas es increíblemente complejo, a pesar de la sencillez de las reglas de funcionamiento. No hay forma de predecir de antemano, y de forma general, cuando una configuración inicial de células será estable, morirá, será oscilante.*

Seguramente, para obtener una semilla que produzca una configuración estable tendremos que dedicar bastante tiempo a pensar con papel cuadriculado y lápiz al lado. Jugar sólo a cambiar la semilla y observar los distintos resultados puede convertirse en un pasatiempo trivial si no se utiliza esta información como retroalimentación de un trabajo más reflexivo.

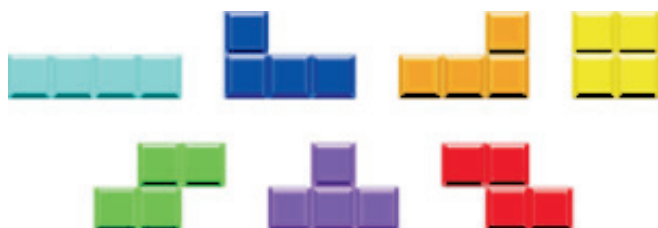
Desde luego, es imprescindible ese trabajo con papel y lápiz, para comprender el proceso que esas sencillas reglas dirigen.



En una clase hipotética, los alumnos de Eliseo comenzarían por estudiar los casos más sencillos y recorrer, en cada nivel, todos los casos, así, una semilla de un sólo cuadro, morirá de insoportable soledad, lo mismo les ocurrirá a los dominós. Los triminós empiezan a dar un poco más de juego, nos ofrecen ejemplos de configuraciones oscilantes –el bastón oscila entre su posición vertical y la horizontal– y la ele se estabiliza en un bloque.

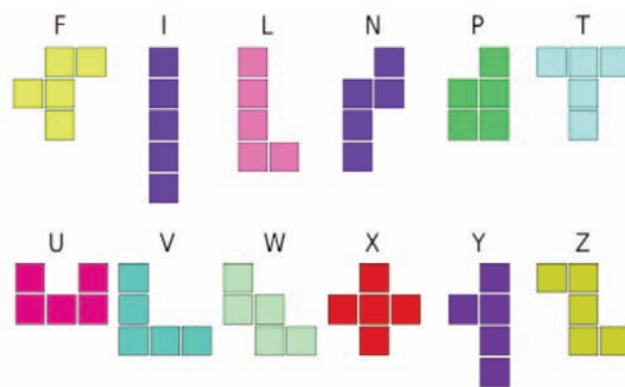
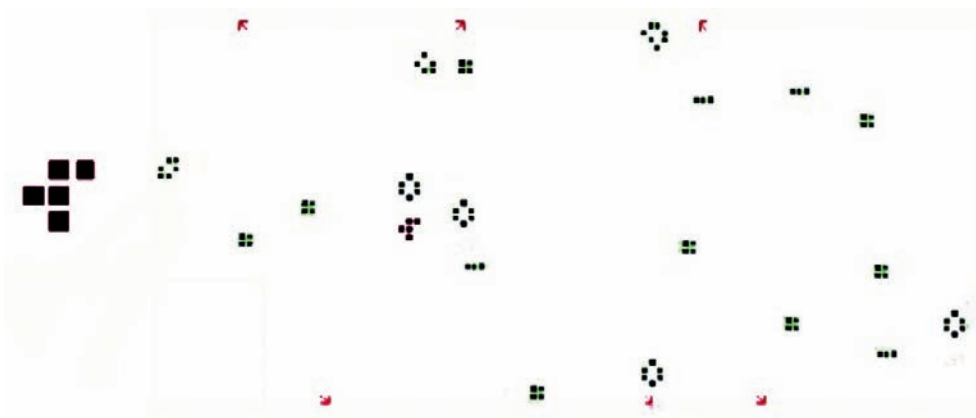


Los tetraminós permiten descubrir la dificultad de aplicación de las reglas si no se comprende que los nacimientos y las muertes son simultáneos y sólo dependen de la configuración presente.



Entre los pentaminós, el pentaminó F, también denominado *r* por su similitud con dicha letra del alfabeto, ofrece ya una situación más interesante.

Con los poliminós se pueden realizar actividades paralelas que ayuden a modular los ritmos de aprendizaje del aula: puzzles, tangrams, tetrix, cubo soma, desarrollos del cubo u otros.



Sin ánimo de resolver las arduas cuestiones arriba indicadas, ni mucho menos resolver lo irresoluble anunciado por Eliseo, podemos seguir el estudio sistemático del juego de la vida a partir de los poliminós y aprovechar otras muchas de sus peculiaridades lúdico-didácticas.

Luego, una vez realizado el trabajo inicial de comprensión, podemos ayudarnos, para agilizar la tarea, con algún programa creado a propósito.

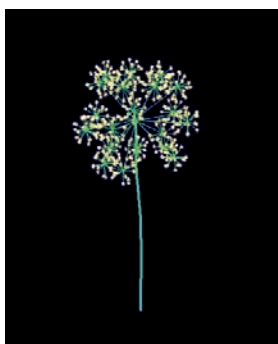
En los primeros cursos de programación de los niveles universitarios, es un clásico crear el programa del juego de la vida. Ayuda a aprender programación y a conocer las reglas del juego muy profundamente. Es otra aplicación didáctica de este autómatas celular, pero no necesariamente implica esa reflexión que antes apuntábamos.

Hoy, existen en línea multitud de páginas en las que podemos apoyarnos para ensayar distintas semillas y reflexionar sobre la evolución de las configuraciones que ella va generando. Por ejemplo: <http://demos.sftrabbit.co.uk/game-of-life/> nos permite conocer el estado final del pentaminó *r* en pocos segundos, a pesar de que se trata de un Matusalen que requiere 1103 generaciones para alcanzar una configuración oscilante, con sus 6 deslizadores, un barco, una nave, una barra de pan, cuatro colmenas, ocho bloques y 4 triminós que alternan su configuración entre las posiciones horizontal y vertical, responsables de la oscilación de la configuración total.

## Recursividad

El concepto de recursividad fue, como ya he dicho, muy querido por Eliseo y muy utilizado. No es extraño, pues, que disfrutara durante horas programando en lenguaje LOGO, paradigma de los lenguajes capaces de recursividad, creado por el Seymour Papert, colega de Piaget.

Su virtuosismo programando en este lenguaje, su dominio de la recursividad, produjeron reproducciones gráficas casi perfectas de las fotografías que Pilar Moreno extrae de la naturaleza. Ved para comprobarlo las siguientes ilustraciones del aromático hinojo:



Pero, éste no es un concepto fácil ni carente de polémica. Desde las bifurcaciones del prehistórico BASIC, tan naturales ellas, pero peligrosamente productoras de ilegibles códigos espagueti; pasando por el sesudo FORTRAN, lenguaje de elección del mundo científico, incapaz de sentencias recursivas, condenado en muchas ocasiones a complicados bucles y sentencias de control; los lenguajes de programación estructurados vinieron a “limpiar” esos caóticos códigos, pero, la recursividad del LOGO seguía siendo su baza fundamental y la falta de estructuras de control, su talón de Aquiles. Hoy unos y otros se han aproximado y entre los usuarios se mezclan conceptos como repetición, inducción, iteración, recursividad, bifurcación. Reconocida la potencia de la recursividad, la polémica se centra en distinguir la recursividad de los restantes conceptos y en determinar cuándo usar la recursividad de modo adecuado.

Existen dos bellos problemas, cuya resolución algorítmica ilumina los dos aspectos de la polémica: las torres de Hanoi y la sucesión de Fibonacci. El primero muestra que, en su caso, la estrategia adecuada es el uso de la recursividad, el segundo ilustra que la inducción puede ser mejor solución que la recursividad en otros casos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Borrás Veses, Eliseo (2008): *Lo uno y lo múltiple. El Mediterráneo y la cultura del diálogo*. P.I.E. Peter Lang y UJI, Castellón.  
Zambrano, María (1988): *La confesión: Género literario*. Mondadori 2ª ed., Madrid.

Existen multitud de páginas en la red que resuelven estos problemas, pero es recomendable, como siempre, resolver el algoritmo con papel y lápiz, antes de jugar y, tras el juego, muy conveniente intentar elaborar el programa.

La construcción de árboles es el caso paradigmático de la recursividad:

### *versión informal (Eliseo Borrás)*

```
para árbol3d (l, nivel)
si nivel=0: alto
dibuja en perspectiva lo que sigue
adelante l
cabecea hacia abajo 45°
árbol3d (l/2, nivel-1)
cabecea hacia arriba 45°
balancea a la derecha 120°
cabecea hacia abajo 45°
árbol3d (l/2, nivel-1)
cabecea hacia arriba 45°
balancea a la derecha 120°
cabecea hacia abajo 45°
árbol3d (l/2, nivel-1)
cabecea hacia arriba 45°
balancea a la derecha 120°
retrocede l
fin
```

En un sentido poético, podemos asociar la recursividad a la teoría del eterno retorno, del eterno retorno del recuerdo de Eliseo, que en cada uno de sus bucles, en cada una de sus vueltas, nos refresca su capacidad creativa y nos alegra con la quimera de que algo de aquella creatividad podrá contagiarnos.

*Volverás a mi huerto y a mi higuera:  
por los altos andamios de las flores  
pajareará tu alma colmenera  
de angelicales ceras y labores.  
Que a las aladas almas de las rosas  
del almendro de nata te requiero,  
que tenemos que hablar de muchas cosas,  
compañero del alma, compañero.*

Miguel Hernandez, “Elejía a Ramón Sijé”

Este artículo ha sido realizado con la colaboración de Pilar Moreno, Vicente Calixte Juan, Magda Morata y Juan Carlos Orero.

**EL HILO DE ARIADNA ■**

Este artículo fue solicitado por Suma en junio de 2011 y aceptado en octubre de 2011 para su publicación.