

*Durante el siglo XI vive en al-Andalus uno de los matemáticos y astrónomos más conocidos y estudiados en el mundo árabe y en el Renacimiento europeo, se trata de Ibn Mu'ad, que nace y muere en la ciudad de Jaén. Sus logros en el campo de la trigonometría, independizándola de la astronomía hacen que su obra Kitab Mayhulat qisi al-kura (Libro de las incógnitas de los arcos de la esfera) sea reconocida como el primer tratado de Trigonometría Esférica en el Occidente medieval.*

Palabras Clave: Matemáticas, Astronomía, Al-Andalus, Ciencia Árabe, Siglo XI.

### Ibn Mu'ad Al-Yayyani

*During the eleventh century, Ibn Mu'ad, one of the best-known and studied mathematicians and astronomers in the Arab world and in the European Renaissance, lives in al-Andalus. In fact, he was born and died in the city of Jaen. Due to his achievements in the trigonometry field, astronomy and trigonometry begin to be thought as two independent fields and so, his book Kitab Mayhulat qisi al-kura (Book of the unknowns of the arcs of the sphere) is considered the first treatise recognized on Spherical Trigonometry in the Medieval West.*

Key words: Mathematics, Astronomy, Al-Andalus, Arabic Science, 11th Century.

### I Introducción

El desarrollo de la ciencia en la España musulmana, al-Andalus, se realizó con posterioridad a la evolución científica del Oriente musulmán, aunque su importancia en la Europa medieval fue mucho mayor, sobre todo por su proximidad y traducción al hebreo y a las diferentes lenguas europeas. Así este desarrollo de la ciencia en al-Andalus ha jugado un papel importantísimo en la propagación de los conocimientos científicos en Europa. Es desde al-Andalus desde donde se expande al resto del Occidente europeo el patrimonio científico que venía de Oriente y Grecia, a través de un complejo e importante sistema de traducción del árabe al latín o a diversas lenguas romances. A partir de los siglos XII y XIII, numerosos traductores y compiladores trabajaron en Toledo en esta labor, siendo el trabajo de estos sabios tan importante para el desarrollo renacentista de las matemáticas, como de otras ciencias, en Europa como en su día fue el que se realizó en Bagdad y en otras ciudades de Oriente, también por sabios traductores, para el desarrollo científico en los países islámicos.

La investigación científica tuvo un gran desarrollo en el norte de África y en al-Andalus. Poco después de su entrada en la península (711), los árabes andalusíes se independizaron polí-

ticamente del califato de Bagdad, formando su propio emirato bajo la égida de la familia Omeya en el año 756. Esta situación de independencia llegó a su culmen más alto cuando, en 929, el emir de Córdoba, 'Abd al-Rahman III (912-961), se hizo proclamar califa, realizando de esta manera la total separación de Bagdad, ahora ya tanto política como religiosamente (Samsó, 1992, Vernet, 1978 y Martos, 2005 y 2006).

A principios del siglo X, existía ya, en la España musulmana, una cultura auténticamente andalusí que llevaba la marca de anteriores elementos hispano-romanos, árabe-orientales, beréberes y judíos, la cual llegó a alcanzar un gran esplendor, tanto en el campo científico, como en el jurídico, religioso o literario. Como ejemplo, de este interés por la ciencia, se puede citar al segundo califa, al-Hakam II (961-976), quien financió con generosidad la compra y la copia de un gran número de obras que se encuentran en otros países islámicos,

---

**M<sup>a</sup> del Carmen Escribano Ródenas**

Universidad CEU San Pablo

**Juan Martos Quesada**

Universidad Complutense

formando con ellas una inmensa biblioteca de casi 400.000 manuscritos, cuyo catálogo ya ocupaba 44 volúmenes.

Para estudiar las matemáticas en la España musulmana, o la ciencia islámica en al-Andalus es necesario tener en cuenta, en primer lugar, la supervivencia de una tradición astronómica y astrológica latino-visigoda en el medio musulmán andalusí. Un anónimo magrebí de la segunda mitad del siglo XIV-principios del XV atribuye al rey Sisebuto (612-621) escritos en verso sobre cuestiones relativas a la astronomía y la astrología. Por otra parte, el historiador musulmán al-Razi habló de la enorme fama de San Isidoro de Sevilla como astrólogo cristiano, lo que hace posible explicar los pasajes de carácter puramente astronómico que se recogen en sus *Etimologías y De Natura Rerum*.

La famosa obra alfonsí llamada *Libro de las cruces* es la evidencia más clara que se tiene sobre la supervivencia de una tradición astrológica indígena anterior en al-Andalus. Esta gran obra recoge datos acerca de esta tradición e incluso numerosos pasajes de temática astrológica de origen árabe, como por ejemplo los treinta y nueve versos de un poema didáctico del astrólogo al-Dabbi<sup>1</sup> (1989), de la corte del emir Hisam I (788-796), que se corresponde extraordinariamente con el capítulo cincuenta y siete del *Libro de las cruces*.

*Ibn Mu'ad en el siglo XI  
consigue estudiar y tratar la  
trigonometría con un nivel muy  
superior al estudiado casi dos  
siglos después en la corte  
cristiana del rey Alfonso X el  
Sabio, lo que le imprime un  
carácter pionero en esta  
materia en al-Andalus.*

La cultura andalusí comienza su orientalización con la llegada al poder del primer Omeya, 'Abd al-Rahman I, en el año 756, y ésta se consolida bajo 'Abd al-Rahman II (821-852) (Ramírez Del Río, 2002). Los musulmanes andalusíes emprenden, desde muy pronto, viajes a Oriente y al norte de África con el fin de estudiar o, simplemente, de realizar la peregrinación a La Meca, y, a su regreso, traen consigo las últimas novedades científicas y culturales de todo el oriente islámico. La mezquita de Córdoba, fundada en el 786, se convierte en un centro de difusión científica y cultural. Poco a poco, la astronomía y las matemáticas, entre otras ciencias, se introducen en la enseñanza superior que se imparte en las mezquitas, en las madrasas o en las casas particulares de los maestros.

El sabio andalusí Ibn Mu'ad en el siglo XI consigue estudiar y tratar la trigonometría con un nivel muy superior al estudiado casi dos siglos después en la corte cristiana del rey Alfonso X el Sabio<sup>2</sup> (Ausejo, 1984b), lo que le imprime un carácter pionero en esta materia en al-Andalus.

### Biografía de Ibn Mu'ad al-Yayyani

Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Ibrahim ibn Muhammad ibn Mu'ad al-Sa'bani al-Yayyani<sup>3</sup> nació en Jaén a principios del siglo XI, aunque se desconoce la fecha exacta, pero sí se sabe que murió, también en Jaén, en el año 1093. Al menos en cinco fuentes árabes se encuentran noticias sobre su vida<sup>4</sup> y, en alguna biografía suya, en vez de Abu 'Abd Allah, aparece Abu Bakr como sobrenombre (*kunya*)<sup>5</sup>. En los manuscritos e impresiones en latín y en lenguas romances europeas se le conoce por las diferentes transcripciones de Abumadh, Abhomadii, Abumaad, Abenmohat y Abenmoat.

Perteneció a una familia influyente de Jaén dedicada al Derecho (fiqh) y a la judicatura, entre ellos se deben resaltar dos hermanos, uno de los cuales fue abuelo del tatarabuelo de nuestro biografiado, llamado Mu'ad ibn 'Utman al-Sa'bani<sup>6</sup>, que fue nombrado cadí de Jaén por 'Abd al-Rahman II (Ibn Hayyan, 1979), y su hermano Yujamir ibn 'Utman<sup>7</sup>, cadí de Córdoba (Al-Jusani, 1914), y también al hijo de éste último, Sa'd ibn Mu'ad, importante alfaquí.

El matemático Ibn Mu'ad al-Yayyani<sup>8</sup> fue alfaquí y cadí de Jaén, cargo que acabó abandonando (aunque alguna fuente sugiere que, más bien, fue destituido de dicho cargo) con fama de hombre sabio, pues, incluso al-Dabbi lo califica como un "filósofo de su tiempo"; además, en uno de los manuscritos árabes que se conservan de su obra, se lee que fue "cadí y visir de Sevilla"<sup>9</sup>, noticia que no se puede comprobar con ninguna otra fuente, pero que no sería improbable este dato ya que, durante el turbulento siglo XI andalusí, parte de la cora, de la provincia de Jaén, paso a manos temporalmente de la taifa de Sevilla y, es posible que ocupara algún cargo político delegado.

El reconocimiento mundial de este hombre no es debido a su faceta como jurista y cadí, sino a su faceta como matemático. Por lo que ha pasado a la Historia y lo que le ha dado fama universal fueron sus conocimientos, descubrimientos y escritos de matemáticas y astronomía, hasta el punto que se han conservado decenas de manuscritos e impresiones de sus obras, tanto en árabe, como en latín, hebreo e italiano, lo que indica el alto grado de uso que tuvieron las mismas, tanto en los últimos años de al-Andalus como en los siglos posteriores XV y XVI europeos.

Se desplazó a Almería a fin de poder estudiar como alumno de varios maestros de esa ciudad, entre ellos del cadí Abu Bakr

ibn Sahib ibn al-Abbas y de Abu-l-'Abbas ibn al-Dalla'i, conocido alfaquí y experto en hadices<sup>10</sup> que llegó a viajar al Oriente para hacer la peregrinación y aprender de los maestros egipcios. Y, aunque posiblemente él mismo fuera maestro, no ha llegado hasta nuestros días el nombre de sus alumnos, pues sus biógrafos son muy parcos en noticias, a pesar de su posterior importancia.

Se le ha confundido durante mucho tiempo con otro personaje que tenía también el nombre de Ibn Mu'ad, precisamente con Abu 'Abd Allah ibn Mu'ad al-Yahani (Villuendas, 1981), filólogo cordobés nacido entre los años 989-990, del que sí se sabe con certeza que viajó al Oriente y estuvo cinco años aprendiendo en El Cairo<sup>11</sup>, estancia que explicaría la adquisición de los conocimientos de matemáticas y astronomía de los que hace gala nuestro Ibn Mu'ad de Jaén, ya que uno de los grandes misterios de su biografía es cómo logró el aprendizaje trigonométrico y astronómico que demuestra en sus escritos. Este conocimiento de las matemáticas sólo se explica, o bien porque efectivamente tuviese la oportunidad de viajar a Egipto aunque sus biógrafos no recojan este dato, o bien porque tuvo acceso a las obras manuscritas de estas ciencias, traídas por alguien del Oriente (¿quizás su maestro Ibn al-Dalla'i, que sí viajó al Oriente?, aunque no es probable, pues su especialidad no eran las ciencias exactas, sino los hadices y El Corán). Lo cierto es que Ibn Mu'ad era un experto en trigonometría esférica, que se atrevió a defender los conceptos del intrincado y oscuro libro quinto de Euclides, y en algún sitio o de algún maestro tuvo que adquirir estos conocimientos.

### Escritos y aportaciones científicas de Ibn Mu'ad al-Yayyani

Los trabajos científicos escritos de este sabio giennense que han llegado a nuestros días son seis, de los que de tres de ellos se conserva el manuscrito árabe, mientras que de los otros tres sólo se conservan sus traducciones al latín, al hebreo o al italiano, en numerosos manuscritos e impresiones. Sin embargo sus biógrafos no informan de su producción científica escrita<sup>12</sup>. Estas obras son las siguientes:

#### Sobre el eclipse de Sol

Esta obra esta compuesta por cuatro capítulos en donde se describe el eclipse solar que tuvo lugar en al-Andalus el lunes, 1 de julio del año 1079, y que Ibn Mu'ad observó desde Sevilla, ya que los datos que ofrece la obra sobre este eclipse están calculados para esta ciudad, con el manejo de las tablas de Ptolomeo, al-Juwarizmi y al-Battani, sin que llegue a aclarar si el mismo fue total o parcial. De este escrito, no se conserva el texto en árabe, pero sí una traducción al hebreo realizada por Samuel Ben Judá, sabio judío de Marsella, y conservada en la Biblioteca Nacional de París (manuscrito misceláneo 1036, n°

1). Es en esta obra en donde se puede leer que fue cadí y visir de Sevilla.

#### Liber de Crepusculis matutino et vespertino

En esta obra Ibn Mu'ad analiza el fenómeno del crepúsculo matutino y vespertino, con el fin de calcular la altura de la atmósfera. Lo que hace es intentar estimar en 19° el ángulo de depresión del Sol al principio del crepúsculo matutino y al final del vespertino. Este parámetro junto con la distancia media entre la Tierra y el Sol de 1110 radios terrestres, el tamaño relativo del Sol y la Tierra de 5,5 a 1 en radios terrestres, y una circunferencia de la Tierra de 38.624,25 kilómetros le hace conseguir la altura de la atmósfera. Ibn Mu'ad acaba decidiéndose por la cifra de 83,68 kilómetros. Esta obra fue muy popular y utilizada en la Edad Media latina y en el Renacimiento, durante casi seis siglos, como lo prueba el hecho de que, de su versión latina, se han conservado nada menos que la friolera de veinticinco manuscritos diferentes. El cálculo de 83,68 kilómetros (52 millas) de Ibn Mu'ad se mantuvo como un dato inmutable hasta que debido a los estudios sobre la refracción atmosférica de Tycho Brahe, tomó mucha importancia, y en el siglo XVII Johan Kepler lo redujo a 3,2 kilómetros (2,5 millas).

No se conserva ningún manuscrito de esta obra en árabe, pero sí han llegado a nuestros días diferentes traducciones al hebreo, al latín y al italiano.

La versión hebrea que ha llegado a la actualidad se le debe a Samuel Ben Judá de Marsella, y se conserva en la Biblioteca Nacional de París (manuscrito misceláneo 1036, n° 2, ff. 7a-9b), junto a su anterior obra citada *Sobre el Eclipse de Sol*. Este manuscrito fue estudiado y traducido al inglés en los años setenta por B.R. Goldstein (1977).

La versión latina es, casi con toda probabilidad, obra del gran traductor Gerardo de Cremona y de la misma se conservan veinticinco manuscritos copiados entre los siglos XIII y XVII. Además, la obra fue impresa en Lisboa en los años 1542, 1573 y 1592, así como en Basilea, en el año 1572. Esta última versión latina impresa fue analizada y traducida al inglés por A. Mark Smith (1992).

La traducción italiana que ha llegado hasta nuestros días es anónima del siglo XIV y parece ser que fue traducida del latín. La edición de este texto fue llevada a cabo en el año 1993 por A. Mark Smith en colaboración con B.R. Goldstein.

#### Maqala fi Sarh al-nisba (Comentario del concepto de razón matemática)

Este escrito es una auténtica defensa de Euclides en la controversia habida en el mundo científico árabe acerca de la inter-

pretación de “razón” matemática descrita en la definición quinta de su libro V. Ibn Mu’ad es el sabio medieval que más se acercó a la explicación de dicho libro realizada posteriormente por los matemáticos especialistas del siglo XX. La aportación de Ibn Mu’ad es hacer más comprensible la definición de este concepto, pasando del concepto primario griego de “razón” como cociente de dos magnitudes conmensurables (razón racional), a la razón entre dos magnitudes inconmensurables (razón irracional). Aunque parece ser que Euclides dejó abierta la posibilidad de esta razón irracional, el comentario de Ibn Mu’ad hace que la definición de Euclides sea aplicable a las nuevas formas de los problemas planteados. Ibn Mu’ad defiende la validez de la definición de Euclides, a pesar de que el procedimiento euclídeo para la razón racional, mediante el máximo común divisor con divisiones sucesivas, para la razón irracional no llega nunca a su fin, pues la cadena de cocientes es infinita.

El manuscrito en árabe se encuentra conservado en la Biblioteca Nacional de Argel (manuscrito 1446) y en el mismo aparece claramente el sobrenombre de “al-Yayyani” (el Giennense). Ha sido estudiado, editado y traducido al inglés en los años cincuenta por E.B. Plooj (1950).

#### **Risala fi Matrah al-su’a’at (Epístola sobre la proyección de rayos)**

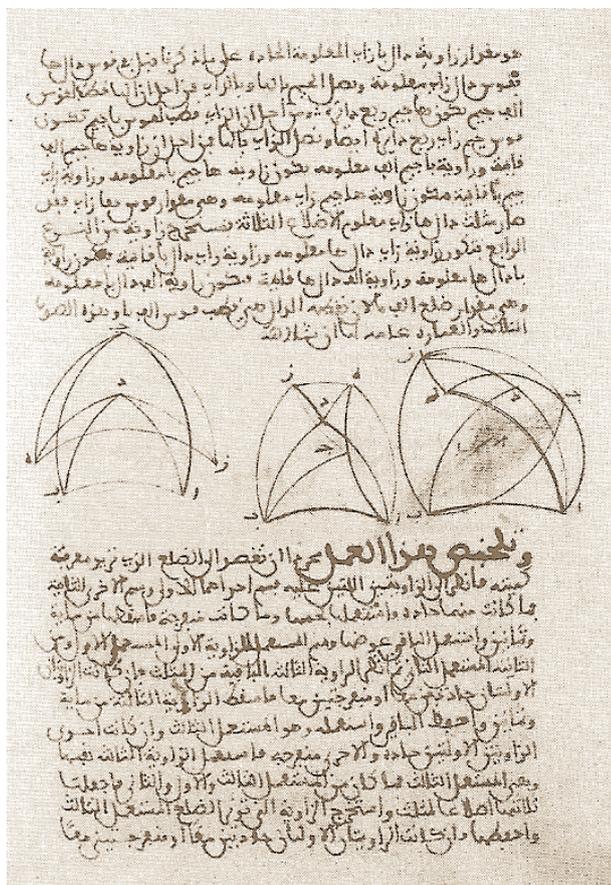
En esta obra Ibn Mu’ad trata de los aspectos matemáticos relacionados con las prácticas astrológicas, en particular de la división de casas y de la proyección de rayos, prácticas importantes para saber levantar horóscopos. A lo largo del texto va pasando revista a los matemáticos que han trabajado estos aspectos, así como a las diversas teorías existentes; finalmente, Ibn Mu’ad se decanta por el uso del denominado “método ecuatorial de límites fijos para la división de casas”, método que tiene en esta obra su principal documentación conocida y fue muy utilizado en los siglos posteriores. Este algoritmo se utilizó tanto para la división de casas como, por analogía, para la proyección de rayos, y consiste en dividir el ecuador en arcos de 30° a partir del punto Este u Oeste, y por estos puntos de división trazar los círculos máximos que pasan por los puntos Norte y Sur del horizonte. Estos círculos máximos al cortar la eclíptica determinan las casas zodiacales. Durante mucho tiempo este método fue atribuido en el Occidente latino a Johann Müller Königsberg (Königsberg 1436 - Roma 1476, más conocido por el sobrenombre de Regiomontano), en su obra *De Triangulis Omnimodis*, a pesar de que este algoritmo fue un claro referente utilizado y copiado por los astrólogos y astrónomos de la corte del rey Alfonso X el Sabio, que siempre reconocieron su autoría a Ibn Mu’ad. La *Risala* de Ibn Mu’ad fue muy utilizada por los colaboradores de Alfonso X el Sabio, al igual que el resto de sus obras, ya que su figura era tenida como una autoridad matemática y astronómica<sup>13</sup>.

De esta obra en la actualidad existe una copia en árabe fechada hacia el año 1265, y que se conserva en la Biblioteca Medicea Laurenziana de Florencia (manuscrito or. 152, fls. 71r-80r) y, curiosamente, es en esta obra únicamente donde se menciona a Ibn Mu’ad con el nombre de Abu Bakr. Hay una edición parcial, con su traducción al inglés de los pasajes que describen el algoritmo para el cálculo de la proyección de rayos, llevada a cabo por J.P. Hogendijk (2005). Recientemente, J. Casulleras (2010) la ha traducido al español, junto con un nuevo estudio sobre su autor.

*La demostración general del teorema del seno que realiza Ibn Mu’ad para triángulos esféricos es original suya, y parece ser independiente de las realizadas con anterioridad.*

#### **Kitab Mayhulat qisi al-kura (Libro de las incógnitas de los arcos de la esfera)**

Por primera vez en la historia de las matemáticas, aparece un libro que sólo se dedica a la trigonometría. La importancia de esta obra es innegable pues ha sido siempre estudiada como el primer tratado de trigonometría esférica en el Occidente medieval, considerando esta disciplina como independiente de sus usos astronómicos, sólo aparece la astronomía en su prólogo. Lo más llamativo de este libro es que Ibn Mu’ad aparece como un perfecto conocedor y muy familiarizado con las principales novedades en este campo desarrolladas en el Oriente musulmán, lo que ha hecho despertar las sospechas de que viajara a Egipto para aprender, aunque no hay ningún dato en las fuentes que tratan de este matemático que puedan validar esta teoría, sin embargo es innegable que recoge todas las novedades que los matemáticos orientales habían ido introduciendo, en el siglo precedente, en esta materia. Es de destacar la descripción que hace del conjunto de herramientas trigonométricas utilizadas, lo que en su época supuso un gran avance, hasta el punto que la obra fue un importante referente entre los científicos de la corte del rey Alfonso X, y prueba de ello es que una de las dos copias que se han conservado del texto se sabe que fue realizada en el *scriptorium* del rey español. Averroes nos dice de Ibn Mu’ad, con relación a esta obra, que es un matemático de alto nivel y no hay duda que fue fuente directa de la primera gran obra europea que introduce la nueva trigonometría, el *De Triangulis Omnimodis* de Regiomontano.



Página del Kitab Mayhulat qisi al-kura

Dentro de este tratado se exponen, desde el teorema de Menelao, pasando por las relaciones de los arcos de círculos máximos de la esfera y las relaciones entre los arcos y sus cuerdas, llegando hasta la demostración de siete teoremas: el teorema del seno, la regla de las cuatro cantidades, el teorema del coseno, el de las tangentes, y algunas consecuencias derivadas de las fórmulas que va sucesivamente utilizando. La finalidad de la obra es resolver todos los casos posibles de triángulos esféricos, conocidos cuatro de sus elementos, y ver cómo si se reduce el número de elementos conocidos a tres, los triángulos quedan indeterminados. El orden para la resolución de los dieciséis diferentes casos de triángulos esféricos no es correlativo por lo que se deduce que Ibn Mu'ad establece una resolución deductiva diferente de alguna otra establecida previamente. La demostración general del teorema del seno que realiza Ibn Mu'ad para triángulos esféricos es original suya, y parece ser independiente de las realizadas con anterioridad (Villuendas, 1981). Otra aportación es el cálculo de tangentes, sin mencionar la función tangente, es decir, calcula los valores del cociente entre el seno y el coseno de un ángulo, aunque en notación sexagesimal. Los cálculos los realiza de grado en grado hasta llegar a 89°, a partir de este momento calcula los valores de 89,15°, 89,30°, 89,45° y 89,59°, seguramente para ver su rápida velocidad de crecimiento.

Para estos cálculos se ha demostrado (García Doncel, 1982), que utiliza por primera vez interpolación cuadrática a partir de la tabla de senos de al-Jwarizmi-Maslama (Escribano y Martos, 1998). Además utiliza para los cálculos radios de círculo de 60 partes y también de una docena de dígitos, aunque en algún caso también utiliza el valor unidad.

Se conservan dos copias; una de ellas en el mismo manuscrito de la obra anteriormente citada y conservada en la Biblioteca Medicea Laurenziana de Florencia (manuscrito or. 152, fols. 50-72) y otra en la Biblioteca de El Escorial de Madrid (manuscrito 960, antes 955). Esta obra ha sido estudiada, editada y traducida al español por M.V. Villuendas (1979).

### Tabulae Jahen (Tablas de Jaén)

Se trata de unas tablas astronómicas adaptadas a las coordenadas de la ciudad de Jaén, al uso de las realizadas por al-Juwarizmi, aunque con aportaciones novedosas del autor. Por ejemplo Ibn Mu'ad calcula la longitud geográfica de la ciudad de Jaén. El cálculo está hecho como una adaptación del Sindhind, y se corresponde con las correcciones de longitudes realizadas entre la Península Ibérica y el meridiano de Arín. También es original de Ibn Mu'ad la fecha rádx utilizada como punto de partida de todos los movimientos medios de sus tablas. El autor utiliza, como otros muchos astrónomos musulmanes, el principio de la Hégira, aunque la originalidad consiste en utilizar la conjunción media y parte de la medianoche entre el jueves 15 de julio del año 622, y el viernes 16<sup>14</sup>.

La obra contiene una tabla de estrellas que mejora la de al-Juwarizmi, así como un método, original en al-Andalus, para calcular la dirección de la alquibla en las mezquitas. Esta obra fue muy popular, como lo prueba el hecho de que, aún en el siglo XVI, se realizaran varias ediciones impresas de la misma. Esta tabla contenía las longitudes de las estrellas para el comienzo de la Hégira, y además tenía como complemento otra tabla con la precesión constante calculada para años y meses. Ambas tablas son independientes de la tradición toledana (Samsó, 1992).

Dentro del capítulo dieciocho de las Tablas de Jaén, Ibn Mu'ad describe el llamado método de los ziyes<sup>15</sup>, utilizado en Oriente y el Norte de África para calcular la orientación de la *alqibla* de las mezquitas y que, aunque conocido, no era utilizado por los arquitectos y astrónomos andalusíes, por lo tanto otra aportación de Ibn Mu'ad consiste en el traslado a al-Andalus del primer método exacto para el cálculo del acimut de la alqibla.

Lamentablemente, no se conserva el texto original en árabe, pero se sabe que fue traducido al latín, a finales del siglo XII, por Gerardo de Cremona bajo el título de *Liber tabularum*

*Iahem cum regulis suiuis*, obra de la cual ha llegado a nuestros días una edición impresa (aunque no recoge las tablas, pero sí los cánones) hecha en el año 1549 en Nüremberg, con el título *Scriptum antiquum saraceni cuiusdam de diversarum Pentium Eris, annis ac mensibus et de reliquis Astronomiae principiiis*. A partir de esta obra, los barceloneses J. Samsó y H. Mielgo analizaron y editaron el capítulo dieciocho de esta obra (1994); por su parte, J.P. Hogendijk (2005), gran estudio de la figura y la obra de Ibn Mu'ad, ha analizado, publicado y traducido al inglés, junto al texto de la *Risala*, parte de los capítulos finales del texto latino.

*Las obras de Ibn Mu'ad son prueba de que la Trigonometría Esférica fue importante en el siglo XI en al-Andalus hasta tal punto que realmente se desliga de la Astronomía para aparecer independientemente con tratados que no se refieren a cuestiones astronómicas.*

## Los estudios sobre Ibn Mu'ad

Los especialistas en matemáticas y astronomía árabes han tratado desde siempre la figura y la obra de Ibn Mu'ad, tanto en España como en Occidente y, por supuesto, en el mundo árabe e islámico, en donde forma parte de todas las enciclopedias, aunque ha sido a partir de los años ochenta del siglo pasado, cuando sus trabajos y aportaciones a la trigonometría comenzaron a ser más conocidos y, por tanto, más valorados. El primero en citarlo fue M. Casiri en el siglo XVIII, al elaborar su catálogo de manuscritos de la Biblioteca de El Escorial. Posteriormente, en el siglo XIX, el profesor Manuel Rico Sinobas hizo referencia a la importancia de su obra al editar los libros de astronomía de Alfonso X, y ya a comienzos del siglo XX, el estudioso de las matemáticas árabes, José Augusto Sánchez Pérez, lo citó en su obra *Biografías de matemáticos árabes que florecieron en España*<sup>16</sup>. A mediados del pasado siglo XX, el experto en ciencia andalusí, creador de la denominada "Escuela barcelonesa" de estudios sobre la ciencia árabe, J. M. Millás de Vallicrosa (1960), volvió a referirse a la obra de Ibn Mu'ad en uno de sus libros y el arabista E. Terés (1957) hizo referencia al mismo cuando analizó el linaje de al-Sa'bani; asimismo el profesor Juan Vernet, continuador de la

obra de Millás de Vallicrosa, en la Universidad de Barcelona, lo trató en sus estudios de ciencia y astronomía árabes y, en 1980, el profesor iraquí Ridha Hadi Abbas, leyó su Tesis doctoral en la Universidad de Granada, sobre cadíes de al-Andalus, en donde reconstruyó su biografía a partir de las fuentes conocidas, haciendo hincapié sobre todo, en su personalidad y actividad jurídica.

Hay que esperar a los años 80-90 del siglo pasado, para que los estudios sobre el giennense Ibn Mu'ad se multipliquen: en 1979 ve la luz la edición, estudio y traducción de su obra *Mayhulat* por la profesora barcelonesa M.V. Villuendas; en 1980, el profesor Julio Samsó publicó un importante artículo con el título "Notas sobre la astronomía esférica de Ibn Mu'ad"; en 1981, M.V. Villuendas volvió a escribir acerca del mismo en su aportación al libro misceláneo sobre la historia de la ciencia árabe publicado por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; en el año 1982 García Doncel escribe su artículo "Quadratic Interplations ibn Ibn Mu'ad"; en el año 1992 J. Samsó lo trató ampliamente en su obra *Las ciencias de los antiguos en al-Andalus* (págs. 137-144) y en el año 1994, los profesores J. Samsó y H. Mielgo editan y traducen parte de sus Tablas de Jaén. Desde entonces, es obligada referencia en cualquier estudio sobre las matemáticas andalusíes.

A principios del siglo XXI vuelven a florecer los estudios sobre Ibn Mu'ad: en 2004, J. Casulleras escribió un artículo titulado "Ibn Mu'adh on the Astrological Rays"; en 2006, la Enciclopedia de la Cultura Andalusí publicó su biografía elaborada por E. Calvo y J. Casulleras; y la profesora Emilia Calvo ha publicado otra biografía suya para la Biographical Encyclopedia of Astronomers, editada por T. Hockey en 2007. Por último, J. Martos Quesada y M.C. Escribano Ródenas han publicado un artículo titulado "Vida y obra del matemático giennense del siglo XI Ibn Mu'ad al-Yayyani", en el Boletín del Instituto de Estudios Giennenses, en el número 198 correspondiente a Julio/Diciembre de 2008.

En Occidente, fueron los estudiosos alemanes H. Suter y M. Cantor los que, a principios del siglo XX, nos dieron cuenta de la figura de Ibn Mu'ad en sus respectivas magnas historias de las matemáticas. Habrá que esperar a mediados de siglo para que E.B. Plooj edita y traduzca al inglés la *Maqala* de Ibn Mu'ad en Rotterdam.

En la década comprendida entre los años 60 y 70, H. Hermelink publicó un artículo sobre las tablas de Jaén y otro con su biografía; A.I. Sabra escribió sobre el *Liber de Crepusculis* en la revista Isis, y el estudioso de la astronomía árabe B.R. Goldstein hace numerosas referencias a Ibn Mu'ad en varios de sus trabajos, hasta que, en 1977, publica su edición y traducción inglesa del *Liber de Crepusculis matutino et vespertino*.

En la década posterior correspondiente a los años 80-90, junto a la reimpresión de la traducción de B.R. Goldstein, en 1985, A. Mark Smith unos años más tarde, en 1992, vuelve a la misma obra de Ibn Mu'ad, para dar su versión, también en inglés, pero desde la copia latina y, posteriormente, al año siguiente, la edición de la copia italiana. Asimismo, junto al magnífico trabajo de E.S. Kennedy sobre Ibn Mu'ad y sus aportaciones al estudio de las casas zodiacales astronómicas, en 1994, se puede constatar cómo las referencias a Ibn Mu'ad son cada vez más numerosas en los estudiosos europeos y americanos de la ciencia árabe (G.A. Hairetdinova, E.S. Kennedy, J. Lay, J.D. North, L. Richterbernburg, A.I. Sabra, G. Saliba, J.P. Hogendijk, D.A. King, R. Rashed, B.R. Goldstein, A. Mark Smith, etc.), valiendo como ejemplo las páginas que R. Rashed le dedica en su excelente y completa *Histoire des sciences arabes*, publicada en 1997.

Y por último, ya en los primeros años del siglo XXI, el interés por el matemático giennense continúa entre los estudiosos occidentales –en paralelo a los investigadores españoles, como se ha visto anteriormente–, siendo prueba de ello las ediciones y traducciones parciales al inglés realizadas por J.P. Hogendijk de la *Risala* y de las Tablas de Jaén, en el 2005.

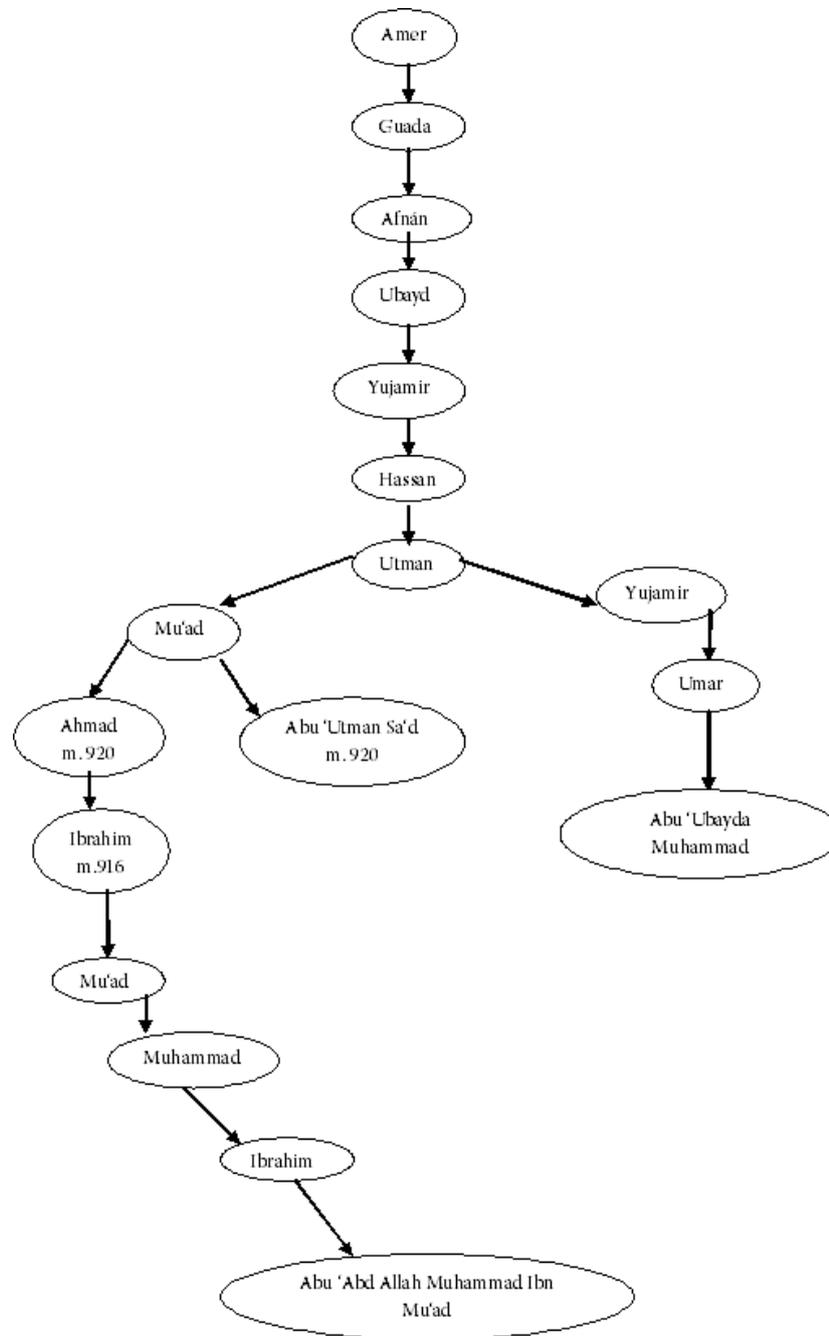
## Conclusiones

Las obras de Ibn Mu'ad son prueba de que la Trigonometría Esférica fue importante en el siglo XI en al-Andalus hasta tal punto que realmente se desliga de la Astronomía para aparecer independientemente con tratados que no se refieren a cuestiones astronómicas.

La vida de Ibn Mu'ad es confusa y muy poco conocida. Parece ser que efectivamente nació en Jaén, a pesar de que Sánchez Pérez dice que es cordobés, lo que consigue confundir al profesor Rafael Pérez Gómez<sup>17</sup>, que menciona precisamente la ausencia notable del matemático Ibn Mu'ad, en su “Estudio Preliminar” para la edición facsímil, publicada en el año 1995 por la Universidad de Granada, del libro *Biografías de Matemáticos Árabes que florecieron en España*. No se sabe casi nada ni sobre sus maestros, ni de sus posibles viajes, ni siquiera se sabe con certeza dónde residió con exactitud. Sin embargo han llegado a nuestros días al menos seis obras originales suyas, bien en manuscritos árabes o bien traducidos al hebreo, al italiano o al latín.

La relevancia de este gran matemático Ibn Mu'ad se puede comprobar en la actualidad con las abundantes investigaciones y estudios que de él se han publicado en los últimos años, tanto dentro como fuera de España.

En definitiva, es un verdadero personaje del siglo XI, con especial interés como jurista y como científico, sobre todo en matemáticas, del que aún se mantiene abierta la investigación, ya que algunos datos suyos o bien no aparecen claros o bien las fuentes que los citan contienen errores. Aún cabe conjeturar sobre su fecha de nacimiento, sobre su ciudad natal, sobre su aprendizaje, sobre sus posibles viajes a Oriente, sobre sus maestros, sobre los libros que estudió, y aunque, ya se le reconocen seis obras, probablemente queden aún otras que todavía no se le han atribuido. Quizá en los próximos tiempos quede el misterio desvelado. ■

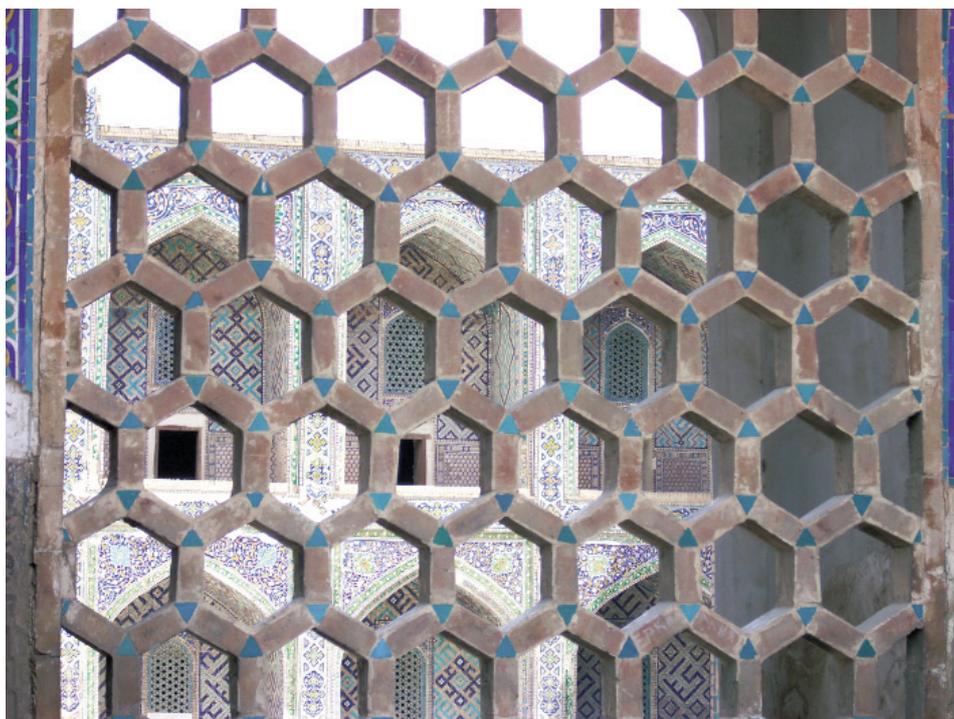


Árbol genealógico del biografiado Ibn Mu'ad<sup>18</sup>

NOTAS

- <sup>1</sup> Es conocido entre sus contemporáneos como el Ptolomeo de la época, y a él se le debe la traducción del latín al árabe del *Libro de las Cruces*, que sería después vertido al castellano por Alfonso X el Sabio.
- <sup>2</sup> En el siglo XIII parecen haber coexistido en la península Ibérica dos tipos de trigonometría, una de nivel superior, con probable origen en Ibn Mu'ad e Ibn Aflah (y con alguna repercusión en la obra alfonsí, en el libro *Tratado del Cuadrante Sennero*), con otra de carácter más práctico como la correspondiente a los *Libros del Saber de Astronomía* de la mismísima corte alfonsí [Ausejo, 1984a].
- <sup>3</sup> Su mejor biografía en español, por el momento, es la realizada por E. Calvo y J. Casulleras para la Enciclopedia de la Cultura Andalusí IV, editada por J. Lirola en Almería, 2006.
- <sup>4</sup> Al-Bunnahi, Marqaba, ed. Cuéllar, 211 (tra.) y 82 (ar.), Granada, 2005; AL-DABBI, Bugya, ed. al-Abyari, I, pág. 41, n° 48, Beirut-El Cairo, 1989; Ibn Baskuwal, Sila, ed. al-Abyari, III, pág. 816 n° 1234, Beirut-El Cairo, 1989; Ibn Hayyan, Muqtabis, II-2, El Cairo, 1971, págs. 204-206; Ibn Rusd, Tafsir, ed. Bouyges, II, Beirut, 1942, pág. 665.
- <sup>5</sup> Este sobrenombre de Abu Bakr aparece en su obra *Risala fi Matrah al-su'at* (Epístola sobre la proyección de rayos).
- <sup>6</sup> En versión de al-Jusani, Mu'ad Ibn Utman fue juez de Córdoba durante diecisiete meses y fue destituido. Parece ser que la causa de su destitución fue la rapidez con la que resolvía las causas a él encomendadas, unas setenta causas en los 17 meses, aunque el mismo al-Jusani duda de esta anécdota, ya que tenía fama ante el pueblo de ser un hombre de excelente conducta y que trataba con mucha atención a la gente.
- <sup>7</sup> Parece ser que este juez trataba mal al pueblo, con maneras rudas y mucha dureza, lo que motivó que algunos poetas cordobeses le hiciesen algún verso satirizándole, según cuenta al-Jusani.
- <sup>8</sup> Este segundo gentilicio o nisba aparece en el manuscrito de su obra *Maqala fi Sarh al-nisba* (Comentario del concepto de razón matemática).
- <sup>9</sup> Aparece con esta denominación en su obra *Sobre el eclipse de Sol* que tuvo lugar el día uno de julio del año 1079 en al-Andalus. En realidad es una traducción al hebreo de su obra, realizada por el judío Ben Judá, que se conserva en la Biblioteca Nacional de París.
- <sup>10</sup> Los hadices son los dichos y hechos del profeta recogidos por sus discípulos; véase el *Diccionario de Islam e islamismo* de Luz Gómez García, ed. Espasa, Madrid 2009, págs. 125-127.

- <sup>11</sup> José Augusto Sánchez Pérez en su libro *Biografías de Matemáticos Árabes que florecieron en España*, lo menciona en su biografía número 148, con el nombre de Abuabdala Mohámed Benyusuf Benahmed Abenmoad el Chuhani, y lo coloca en El Cairo desde el año 1012 al 1016. Sánchez Pérez califica de confusión fácilmente explicable el hecho del sobrenombre *el Gaijaní*, en lugar de *el Chuhani*, pero le atribuye, según la opinión de Suter, el Comentario al libro V de Euclides del manuscrito número 1446 de la Biblioteca de Argel. También sugiere la posibilidad de coincidencia con Abuabdala Mohámed Abenmoad el Cortobí, autor cordobés del *Tratado de la esfera (libro de las incógnitas de los arcos de la esfera)*, manuscrito número 955 de la Biblioteca de El Escorial de Madrid, al cual sitúa en el año 1341 (fecha escrita en castellano moderno en una de las guardas del libro) ó en 1158 (fecha que se puede leer al principio del libro en una preciosa letra árabe-española).
- <sup>12</sup> Seguramente sus biógrafos lo consideraban más como un importante jurista que como un científico.
- <sup>13</sup> Parece ser que no sólo se atribuyó la obra de Ibn Mu'ad, ya que Gerolamo Cardano (1501-1576) criticó que mucha parte de la obra de Regiomontano estaba recogida en la del siglo XII debida al sevillano Ibn Aflah, conocido también en el mundo latino como Geber.
- <sup>14</sup> Por ejemplo al-Juwarizmi utiliza también el comienzo de la Hégira, pero parte del mediodía del miércoles 14 del año 622, conjunción del Sol y la Luna del 1 del mes de Muharram.
- <sup>15</sup> Parece ser que este método es anteriormente descrito por al-Biruni.
- <sup>16</sup> Aunque le pone como ciudad natal Córdoba y no deja claro si es el biografiado número 130, o el número 148.
- <sup>17</sup> El profesor Pérez Gómez atribuye esta ausencia al descubrimiento posterior de Ibn Mu'ad respecto a la publicación del libro de Sánchez Pérez de 1921.
- <sup>18</sup> Este árbol genealógico es de elaboración propia y difiere del elaborado por el profesor J. Lirola Delgado para la Enciclopedia de de la Cultura Andalusí. IV (Lirola, 2006, p. 198), ya que se han tenido en cuenta además, las denominaciones de al-Jusani (1985, p.141) y de E. Calvo y J. Casulleras (2006, p.197).



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-Dabbi (1989). *Bugya*. Ed. al-Abyari, Beirut-El Cairo.
- Al-Bunnahi (2005). *Marqaba*. Ed. Cuéllar, Granada.
- Al-Jusani (1914). *Historia de los jueces de Córdoba*, Ed. y trad. por J. Rivera. Madrid: Biblioteca de la Cultura Andaluza en Granada, 1985.
- Ausejo, E. (1984a). Sobre los conocimientos trigonométricos en los libros del Saber de Astronomía de Alfonso X el Sabio. *Llull*, 6, pp.5-36.
- Ausejo, E. (1984b). Trigonometría y astronomía en el Tratado del Cuadrante Sennero(c.1280). *Dynamis*, Vol. 4, pp.7-22
- Calvo, E. y Casulleras, J. (2006). Ibn Mu'ad al-Yayyani. En Lirola, J. (Ed.) *Enciclopedia de la Cultura Andalusí IV* (pp. 197-201) Almería.
- Cantor, M. (1907-1908). *Vorlesungen über geschichte der mathematiker* Vol. I. Leipzig.
- Casiri, M. (1760-1770). *Bibliotheca Arabico-Hispana Escorialensis*. 2 vls. Madrid.
- Casulleras, J. (2004). Ibn Mu'adh on the Astrological Rays. *Suhayl*, 4, pp.385-402.
- Casulleras, J. (2010). La astrología de los matemáticos. La Matemática aplicada a la astrología a través de la obra de Ibn Mu'ad de Jaén. Barcelona. Universidad de Barcelona.
- Escribano, M.C. y Martos, J. (1998). Las matemáticas en al-Andalus: fuentes y bibliografía para el estudio del matemático y astrónomo árabe madrileño Maslama. En *Estudios de Historia de las Técnicas, la Arqueología industrial y las Ciencias. Actas del VI Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas. Segovia-La Granja, 9-13 septiembre de 1996*(457-466). Salamanca.
- García Doncel, M. (1982). Quadratic Interpolations in Ibn Mu'adh. *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 32, pp.68-77.
- Goldstein, B.R., (1977). Ibn Mu'adh's Treatise On Twilight and the Height of the Atmosphere. *Archive for the History of Exact Sciences*, 17, pp. 97-118.
- Gómez García, L. (2009). *Diccionario de Islam e islamismo*. Madrid: Espasa.
- Hermelink, H., (1964). Tabulae Jahen. *Archive for History of Exact Sciences* 2, pp. 108-112.
- Hermelink, H., (1977-1980). Al-Jayyani. En Gillispie, CH. C. (ed.) *Dictionary of Scientific Biography VII* (pp. 82-83) Nueva York
- Hogendijk, J.P. (2005). Applied Mathematics in Eleventh Century al-Andalus: Ibn Mu'adh al-Jayyani and his computation of astrological houses and aspects. *Centaurus*, 74, pp. 87-114.
- Hockey, T. (Ed.) (2007). *Biographical Encyclopedia of Astronomers*, 2vols. Springer, Nueva York.
- Ibn Baskuwal (1989). *Sila.*, Beirut-El Cairo: al-Abyari.
- Ibn Hayyan (1979). *Muqtabis*. Madrid: Ed. Makkí y P. Chalmeta. Editado también por Makkí, El Cairo, 1971.
- Ibn Rusd (1942). *Tafsir*. Beirut: Bouyges.
- Kennedy, E.S. (1994). Ibn Mu'adh on the Astrological Houses. *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, 9, pp. 153-160.
- Lirola, J. (ed.) (2006). *Enciclopedia de la Cultura Andalus IV* Almería: FundaciónEl Legado Andalusí.
- Mark Smith, A. (1992). The Latin Version of Ibn Mu'adh's Treatise: On Twilight and the Rising of Clouds. *Arabic Sciences and Philosophy*, 2, pp. 83-132.
- Mark Smith, A. and Goldstein, B.R. (1993). The Medieval Hebrew and Italian Versions of Ibn Mu'adh's: On Twilight and the Rising of Clouds. *Nuncius*, 8, pp. 611-643.
- Martos, J. (2005). La actividad científica en la España musulmana. *Hesperia. Culturas del Mediterráneo*, II, pp. 137-164.
- Martos, J. (2006). La ciencia matemática árabe. En R. Moreno Castillo, (trad. y notas) *Compendio del arte del cálculo, atribuido a Ibn al-Samh* (pp. 9-46) Madrid: Nivola.
- Martos Quesada, J. y Escribano Ródenas, M.C. (2.009). Vida y obra del matemático giennense del siglo XI Ibn Mu'ad. *Boletín del Instituto de Estudios Giennenses*, nº 198, pp. 117-137.
- Millas De Vallicrosa, J.M. (1960). *Obras completas. Nuevos estudios sobre Historia de la Ciencia Española*, 2 vols. Barcelona. Reeditado por el CSIC en 1987.
- Plooj, E.B. (1950). *Euclid's conception of ratio and his definition of proportional magnitudes as criticized by Arabian commentators. Including the text in facsimile with translation of the commentary on ratio of Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Mu'ad al-Djajjani*, Róterdam: W.J. Van Hengel.
- Ramírez Del Río, J. (2002). *La orientalización de al-Andalus*. Sevilla:Universidad de Sevilla.
- Rashed, R. (dir.) (1997). *Histoire des sciences arabes*. 3 vols., París.
- Sabra, A.I. (1967). The authorship of the Liber de crepusculis an eleventh-century work on atmospheric refraction. *Isis*, 58, pp. 77-85.
- Samsó, J. (1980). Notas sobre la trigonometría de Ibn Mu'ad. *Awraq*, 3, pp.60-68.
- Samsó, J. (1992). *Las ciencias de los antiguos en al-Andalus*. Madrid.
- Samsó, J. y Mielgo, H. (1994). Ibn Ishaq al-Tunisi and Ibn Mu'ad al-Jayyani on the Qibla. En J. SAMSÓ, *Islamic Astronomy and Medieval Spain* (1-25), Aldershot.
- Sánchez Pérez, J. A. (1921). *Biografías de matemáticos árabes que florecieron en España*, Madrid. Edición Facsímil, Sevilla 1995.
- Suter, H. (1900). *Die mathematiker und astromen der araber und ihre werke*. Leipzig.
- Terés, E. (1957). Linajes Árabes en al-Andalus según la "Yamhara de Ibn Hazm. *Al-Andalus*, 22, 55-111, 337-76.
- Vernet, J. (1978). *La cultura hispanoárabe en Oriente y Occidente*. Barcelona.
- Vernet, J. y Samsó, J. (eds.) (1992). *El Legado científico andalusí*. Madrid.
- Villuendas, M.V. (1979). *La Trigonometría en el siglo XI. Estudio de la obra de Ibn Mu'ad, el "Kitab mayhulat*. Barcelona: Instituto de Historia de la Ciencia de la Real Academia de Buenas Letras.
- Villuendas, M.V. (1981). El origen de la Trigonometría. En: Real Academia De Ciencias Exactas, Físicas Y Naturales, *Historia de la ciencia árabe* (39-62), Madrid: RACEFYN.