## MUJERES MATEMÁTICAS: ROMPIENDO MOI DES

### Anna y Hélène, las matemáticas de la familia Cartan

Marta Macho Stadler



Artículo solicitado por Suma en julio de 2020 y aceptado en septiembre de 2020

#### Anna Cartan (1878-1923)

Anna Cartan fue la hija pequeña de Anne Florentine Cottaz (1841-1927) y Joseph Antoine Cartan (1837-1917), el herrero del pueblo. Su hermana y hermanos fueron Jeanne-Marie (1867-1931) —que trabajó como costurera—, el matemático Élie Cartan¹ (1869-1951) y Léon Cartan (1872-1956) —que se ganó la vida como herrero en el negocio de su padre—. La familia era muy pobre; el padre comenzaba a trabajar con el yunque al amanecer y su madre, en el poco tiempo que le dejaban las labores de la casa y el cuidado de la familia, hilaba con su rueca.

Anna, animada por su hermano Élie, comenzó sus estudios de matemáticas en la Escuela Normal Superior para mujeres de Sèvres<sup>2</sup> en 1901. Tres mujeres que compartían con ella el aula fueron Madeleine Routaboul (Besseteaux, por matrimonio), Eugènie Feytis<sup>3</sup> (Cotton, por matrimonio) y Marthe Baillaud



De pie, de izquierda a derecha: Marthe y Anna. Sentadas: Madeleine, Marie Curie y Eugénie

Fuente: Audin, 2019

(Privat, por matrimonio). Tuvieron como profesora de física en aquel centro a la mismísima Marie Curie. Uno de los profesores favoritos de Anna fue el matemático Jules Tannery<sup>4</sup> (1848-1910), el tío de su compañera Marthe.

Anna pasó la oposición para convertirse en profesora de matemáticas —la agrégation<sup>5</sup>— en 1904 y enseñó en diferentes centros de enseñanza secundaria. Trabajó en el liceo de Poitiers de 1904 a 1906 y en el de Dijon de 1906 a 1908. En ese año recibió una beca Albert Kahn<sup>6</sup> para viajar durante un año. Entre otros, visitó Estados Unidos, Canadá, México y Cuba, y algunas instituciones en esos países. De regreso a Francia, volvió a enseñar en Dijon hasta 1916. Después pasó al liceo Jules Ferry de París y a la escuela de aplicación de Sèvres, dependiente de la Escuela Normal, hasta 1920.

En 1912 y 1913 escribió dos libros, uno sobre aritmética y otro sobre geometría, destinados a alumnas de enseñanza secundaria. Con su hermano Élie — probablemente, para que pudieran utilizarlos los chi-



La familia Cartan en 1928. De izquierda a derecha y de arriba a abajo Élie, Henri, Marie-Louise, Louis, Hélène y Jean. Fuente: Audin, 2019 © Familia Cartan

cos, los libros debían tener un hombre entre los autores— escribió otros dos manuales de aritmética para chicas y chicos.

Falleció a causa de un cáncer en 1923.

#### Hélène Cartan (1917-1952)

Élie, el hermano de Anna, se casó en 1903 con Angèle Marie Louise Bianconi (1880-1950). Tuvieron tres hijos y una hija: el matemático Henri Cartan<sup>7</sup> (1904-2008), el compositor Jean Cartan<sup>8</sup> (1906-1932), la matemática Hélène Cartan (1917-1952) y el físico Louis Cartan<sup>9</sup> (1909-1943).

En su juventud, y al igual que sus hermanos, Hélène tuvo predilección por la música y, de hecho, fue una gran pianista. En 1937 ingresó en la Escuela Normal Superior —en principio reservada solo a chicos— y pasó su primera *agrégation* en 1940. Durante aquella temporada coincidió y fue gran amiga de Jacqueline Ferrand<sup>10</sup> (1918–2014).

Hélène enseñó en varios centros de educación secundaria, pero también dedicó su tiempo a la investigación. En 1942 envió una nota a los *Comptes-rendus* de la Academia de Ciencias de Francia (ver Cartan), en el que daba una caracterización topológica de la circunferencia. Esa nota fue presentada a la Academia por su padre, Élie Cartan.

En este trabajo, Hélène Cartan daba una caracterización topológica de la circunferencia como subespacio del plano con su topología euclídea. De hecho, demostraba que un espacio topológico conexo<sup>11</sup> *E* es homeomorfo<sup>12</sup> a la circunferencia<sup>13</sup>, sí y solo si:

- 1. E privado de un punto es conexo,
- 2. E privado de dos puntos es no conexo,
- 3. E es, o compacto<sup>14</sup> o localmente conexo<sup>15</sup>, y
- 4. *E* contiene un subconjunto numerable<sup>16</sup> y denso<sup>17</sup>.

Lamentablemente, Hélène contrajo una forma grave de tuberculosis, una tuberculosis miliar<sup>18</sup>. El bacilo se

```
Theorems. — Pour qu'un espace topologique E connexe soit homéomorphe à une circonférence, il faut et il suffit:

1° que E — (x) soit connexe, quel que soit x ∈ E;

2° que E — (x) — (y) soit non connexe, quels que soient

x∈E, y∈E, x≠y;

3° que E soit, ou localement connexe (²) ou compact (hypothèses qui moyennant 1° et 2° sont équivalentes);

4° que E possède un sous-ensemble dénombrable partout dense.
```

Enunciado del teorema de Hélène Cartan. Fuente: Captura de pantalla (Cartan)

extendió por todo el cuerpo; se trataba, además, de una enfermedad muy contagiosa. El riesgo de transmisión de la enfermedad le impidió enseñar e incluso limitó su vida en familia: su hermano Jean había fallecido en 1932 de una tuberculosis y aquello marcó profundamente a la familia. Tras largas estancias en distintos sanatorios, su salud no mejoraba. Decidió acabar con su vida en 1952: salió a dar un paseo, desapareció durante varios días y encontraron finalmente su cuerpo en el río Isère.

A pesar de que su enfermedad no le permitió llevar una vida normal y, probablemente, tener una carrera fructífera, sin ninguna duda Hélène forma parte — como su tía Anna— de ese grupo de científicas que abrieron el camino a otras mujeres en la enseñanza superior.

#### Referencias bibliográficas

Anna Cartan, Wikipédia [consultado: 5 de agosto de 2020], <a href="https://fr.wikipedia.org/wiki/Anna\_Cartan">https://fr.wikipedia.org/wiki/Anna\_Cartan</a>.



Hélène Cartan (1938). Fuente: Audin, 2019

- AUDIN, M. (2009), «Dans la famille Cartan, je demande... la sœur», *Gazette de la Société Mathématique de France*, n.° 122, 45-51.
- (2012), «Henri Cartan & André Weil. Du vingtième siècle et de la topologie», *Actes des journées X-UPS*, <a href="http://www.math.polytechnique.fr/xups/xups12-01.pdf">http://www.math.polytechnique.fr/xups/xups12-01.pdf</a>.
- CARTAN, H. (1942), «Sur une caractérisation topologique de la circonférence», Comptes-rendus de l'Académie des sciences, n.º 214, 23-25, <a href="https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3166b/f23.image.r=helene cartan 201942">https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3166b/f23.image.r=helene cartan 201942</a>.

Hélène Cartan, Wikipédia [consultado: 5 de agosto de 2020], <a href="https://fr.wikipedia.org/wiki/Hélène Cartan">https://fr.wikipedia.org/wiki/Hélène Cartan</a>.

#### Marta Macho Stadler Universidad del País Vasco <marta.macho@ehu.eus>

1 Élie Cartan (1869-1951, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Cartan/">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Cartan/</a>) fue un famoso matemático francés que llevó a cabo trabajos fundamentales en la teoría de grupos de Lie y sus aplicaciones geométricas. Llevan su nombre la co-

nexión de Cartan <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Conexión\_de\_Cartan">https://es.wikipedia.org/wiki/Conexión\_de\_Cartan</a>, la teoría de Einstein-Cartan <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Cartan-Karlhede\_Einstein-Cartan">https://es.wikipedia.org/wiki/Cartan-Karlhede\_Einstein-Cartan</a>, el algoritmo de Cartan-Karlhede <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan-Karlhede\_algo-de-Einstein-Cartan">https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan-Karlhede\_algo-de-Einstein-Cartan</a>, el algoritmo de Cartan-Karlhede <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan-Karlhede\_algo-de-Einstein-Cartan">https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan-Karlhede\_algo-de-Einstein-Cartan</a>

rithm), el criterio de Cartan <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/">https://en.wikipedia.org/wiki/</a> Cartan's\_criterion>, la forma de Maurer-Cartan <a href="https://en.">https://en.</a> wikipedia.org/wiki/Maurer-Cartan\_form>, la matriz de Cartan <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan\_matrix">https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan\_matrix</a>, el método de eguivalencia de Cartan <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan">https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan</a> \_equivalence\_method>, las subálgebras de Cartan <a href="https://en.">https://en.</a> wikipedia.org/wiki/Cartan\_subalgebra>, los subgrupos de Cartan <https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan\_subgroup>, el teorema de Cartan-Brauer-Hua <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/">https://en.wikipedia.org/wiki/</a> Cartan-Brauer-Hua theorem>, el teorema de Cartan-Dieudonné <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan-Dieudonné\_theorem">https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan-Dieudonné\_theorem</a>, el teorema de Cartan-Hadamard <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/">https://en.wikipedia.org/wiki/</a> Cartan-Hadamard\_theorem>, el teorema de Cartan-Kähler <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan-Kähler">https://en.wikipedia.org/wiki/Cartan-Kähler</a> theorem>, el teorema de prolongación de Cartan-Kuranishi < https://en.wikipedia. org/wiki/Cartan-Kuranishi\_prolongation\_theorem>, etc.

2 La Escuela Normal Superior para mujeres de Sèvres (École normale supérieure de jeunes filles. Ilamada a veces sencillamente Escuela de Sèvres) fue un establecimiento de educación superior francés. Estuvo operativo desde 1881 hasta 1985, cuando se fusionó con la Escuela Normal Superior (ENS, <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Escuela\_Normal\_Superior\_(Fran-https://es.wikipedia.org/wiki/Escuela\_Normal\_Superior\_(Fran-https://es.wikipedia.org/wiki/Escuela\_Normal\_Superior\_(Fran-https://es.wikipedia.org/wiki/Escuela\_Normal\_Superior\_(Fran-https://es.wikipedia.org/wiki/Escuela\_Normal\_Superior\_(Fran-https://es.wikipedia.org/wiki/Escuela\_Normal\_Superior\_(Fran-https://escuela\_Normal\_Superior\_(Fran-https cia)>). A partir de 1940, las mujeres no tenían derecho a presentarse al concurso de la ENS, así que las mejores alumnas se incorporaban a Sèvres. Bajo el liderazgo de su última directora, la química Josiane Serre (1922-2004), se fusionó en 1985 con la ENS, anteriormente reservada solo para chicos. El matemático Georges Poitou (1926-1989), director en ese momento de la ENS, apoyó esta fusión que suscitó una fuerte resistencia por parte de muchas personas de la ENS. En efecto, en primer lugar, se consideraba que la Escuela de Sèvres era menos prestigiosa que la ENS. En segundo lugar, los docentes de la ENS eran profesores titulares mientras que la Escuela de Sèvres disponía de profesoras catedráticas con lo que, tras la fusión de los dos centros, ellas pasaron a ser superiores en jerarquía a sus colegas varones de

3 Eugénie Cotton (1881-1967, nacida Eugénie Elise Céline Feytis) fue una científica francesa y activista comunista. Estudió en la Escuela de Sèvres y en 1904 ocupó el primer lugar en la agrégation de ciencias físicas y naturales. En 1913 se casó con el físico Aimé Cotton (1869-1951) con el que tuvo cuatro hijos, uno de los cuales falleció poco después de nacer. En 1925 obtuvo su doctorado en física. En 1936, se convirtió en directora de la Escuela de Sèvres y participó en la reforma de los estudios, elevando el nivel de educación científica e impulsando la investigación. Militante en el Partido Comunista Francés, ayudó a los antifascistas alemanes refugiados en Francia desde 1933 y después a los españoles perseguidos por el régimen franquista. En 1944, participó en la fundación de la *Union des femmes fran*çaises y fue presidenta de la Fédération démocratique internationale des femmes desde su creación en 1945. El cráter de Venus Crotton fue nombrado en su honor.

4 Jules Tannery (1848-1910, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Tannery\_Jules/">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Tannery\_Jules/</a>) fue un matemático francés, hermano del matemático e historiador de la ciencia Paul Tannery (1843-1904, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Tannery\_Paul/">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Harmite/</a>), junto a Charles Émile Picard (1856-1941, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Picard\_Emile/">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Picard\_Emile/</a>), fue el tutor de tesis de Jacques Hadamard (1865-1963, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hadamard/">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Hadamard/</a>). El teorema de Tannery <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Tannery's\_theorem">https://en.wikipedia.org/wiki/Tannery's\_theorem</a> sobre el intercambio de las operaciones de límite y suma infinita lleva su nombre. Fue un gran defensor de la educación matemática, en particular pensaba que la geometría sintética y las demostraciones matemáticas eran un medio para entrenar a niñas y niños

en lógica. Se dedicó principalmente al estudio de los fundamentos matemáticos y de las ideas filosóficas implicadas en el pensamiento matemático.

5 El concurso de agregación en el sistema educativo francés es el concurso oposición más elevado de acceso a la condición de profesor de la enseñanza pública (en educación secundaria y primeros niveles de la enseñanza superior) de Francia.

6 Albert Kahn (1860-1940) fue un banquero y filántropo francés. En 1898 estableció sus becas *Autour du Monde* — Vuelta al Mundo—, unas becas de viaje de aproximadamente un año, otorgadas a jóvenes mujeres y hombres que habían pasado la *agrégation* para que pudieran completar sus conocimientos y su educación.

7 Henri Cartan (1904-2008, <a href="https://mathshistory.st-andrews">https://mathshistory.st-andrews</a>. ac.uk/Biographies/Cartan Henri/>) es conocido sobre todo por su trabajo en teoría de haces <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Teoría">https://es.wikipedia.org/wiki/Teoría</a> \_de\_haces>, utilizados en topología, geometría algebraica y geometría diferencial. Sus investigaciones en matemáticas engloban la teoría de funciones analíticas < https://es.wikipedia. org/wiki/Análisis\_complejo> de una o varias variables complejas, la topología algebraica <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Topología">https://es.wikipedia.org/wiki/Topología</a> \_algebraica) —sobre todo la determinación de las álgebras de Eilenberg-MacLane <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Eilenberg-">https://en.wikipedia.org/wiki/Eilenberg-</a> MacLane\_space> y la cohomología <a href="https://es.wikipedia.org/">https://es.wikipedia.org/</a> wiki/Cohomología> con valores en un haz—, la teoría del potencial <https://es.wikipedia.org/wiki/Teoría\_del\_potencial> y el álgebra homológica <https://es.wikipedia.org/wiki/Álgebra\_ homológica>. Escribió varios libros; entre ellos probablemente el más conocido es Homological Algebra (Princeton University Press, 1956) escrito junto a Samuel Eilenberg (1913-1998, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Eilenberg/">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Eilenberg/>.</a> A principios de los años 1930 fue uno de los miembros fundadores del grupo Bourbaki <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Nicolas">https://es.wikipedia.org/wiki/Nicolas</a> \_Bourbaki> —junto a Claude Chevalley (1909-1984, <https:// mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Chevalley/>, Jean Coulomb (1904-1999, <a href="http://annales.org/archives/cofrhigeo/coulomb">http://annales.org/archives/cofrhigeo/coulomb</a>. html>, Jean Delsarte (1903-1968, <a href="https://mathshistory.st-">html>, Jean Delsarte (1903-1968, <a href="https://mathshistory.st-">https://mathshistory.st-</a> andrews.ac.uk/Biographies/Delsarte/>, Jean Dieudonné (1906-1992, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Dieu-">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Dieu-</a> donne/>, Charles Ehresmann (1905-1979, <a href="https://mathshistory.">https://mathshistory.</a> st-andrews.ac.uk/Biographies/Ehresmann/>, Szolem Mandelbrojt (1899-1983, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/</a> Mandelbrojt/>, René de Possel (1905-1974, <a href="https://mathshistory.">https://mathshistory.</a> st-andrews.ac.uk/Biographies/Possel/> y André Weil (1906-1998, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Weil/>">)— del que fue uno de los más activos miembros. Pretendían «poner orden en las matemáticas» y, sin ninguna duda, consiguieron modernizarlas e impulsar la escuela francesa. Henri se casó en 1935 con Nicole Weiss —hija del físico Pierre Weiss (1865-1940)—; la pareja tuvo cinco hijas e hijos. Entre sus numerosas actividades al margen de las matemáticas, se sabe que fue un buen músico y un pianista excepcional, como muchos de los miembros de su familia. Destaca también su compromiso político con Europa, por la paz y en defensa de los derechos humanos. Falleció el 13 de agosto de 2008, a los 104 años.

8 Jean Cartan (1906-1932) fue un compositor francés. Falleció debido a una tuberculosis.

9 Louis Cartan (1909-1943) fue un físico francés y miembro de la Resistencia francesa. En 1932 ingresó en el laboratorio de física atómica dirigido por Maurice de Broglie (1875-1960) donde trabajó en espectrografía de masas. Durante la Segunda Guerra Mundial se unió a una organización de resistencia contra la ocupación nazi <a href="https://fr.wikipedia.org/wiki/Louis\_Renard\_(réseau)">https://fr.wikipedia.org/wiki/Louis\_Renard\_(réseau)</a>, fundada en 1940 por Louis Renard (1893-1943). A finales del verano de 1942, junto con los demás líderes del grupo, fue arrestado, encarcelado en Poitiers y luego deportado al campo de concentración de Hinzert <a href="https://es.wikipedia.org/">https://es.wikipedia.org/</a>

wiki/Campo\_de\_concentración\_de\_Hinzert>. Tras dos meses de trabajos forzados, fueron trasladados a la prisión de Wolfenbüttel <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Wolfenbüttel">https://es.wikipedia.org/wiki/Wolfenbüttel</a>>. El 12 de octubre de 1943, Louis Cartan y otros nueve miembros del grupo de resistencia, fueron juzgados por el Segundo Senado del *Volksgerichtshof* <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Volksgerichtshof">https://es.wikipedia.org/wiki/Volksgerichtshof</a> y condenados a muerte. La sentencia se ejecutó el 3 de diciembre.

- 10 Jacqueline Ferrand (1918-2014, <a href="https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Ferrand/">https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Ferrand/</a> fue una matemática francesa que trabajó fundamentalmente en análisis real y complejo y geometría diferencial.
- 11 Un espacio topológico es conexo si no puede dividirse en dos subconjuntos propios abiertos y disjuntos <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto">https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto</a> conexo>.
- 12 Dos espacios topológicos son homeomorfos si puede establecerse entre ellos un homeomorfismo, es decir, una función biyectiva, continua y de inversa continua <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Homeomorfismo">https://es.wikipedia.org/wiki/Homeomorfismo</a>>.
- 13 Al hablar de topología, la circunferencia se piensa como el

subespacio del plano euclídeo formado por los puntos que distan 1 del origen de coordenadas <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Circunferencia#En\_topología">https://es.wikipedia.org/wiki/Circunferencia#En\_topología</a>>.

- 14 Un conjunto es compacto en un espacio euclídeo si es cerrado y acotado <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Espacio\_compacto">https://es.wikipedia.org/wiki/Espacio\_compacto</a>.
- 15 Un espacio topológico es localmente conexo si cualquier punto posee una base de entornos conexos <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Espacio\_localmente\_conexo">https://es.wikipedia.org/wiki/Espacio\_localmente\_conexo</a>>.
- 16 Un conjunto es numerable si es equipotente al conjunto de los números naturales <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto\_numerable">https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto\_numerable</a>.
- 17 En un espacio topológico, un conjunto es denso si el menor cerrado que lo contiene es el espacio total <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto\_denso">https://es.wikipedia.org/wiki/Conjunto\_denso</a>.
- 18 La tuberculosis miliar es una forma de tuberculosis caracterizada por una propagación en todo el cuerpo de pequeñas lesiones granulomatosas —de aspecto que recuerda a semillas de mijo, de allí el nombre—de entre 1 y 5 milímetros.

# Servicio de Publicaciones de la FESPM

<publicaciones@fespm.es>







