



C I E M

Conclusiones del Seminario Federal *La Estadística y la Probabilidad en la Educación Matemática*

FESPM

La Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, ha considerado oportuna la organización de un Seminario sobre *Estadística y Probabilidad en la Educación Matemática*, que se celebró en Castro Urdiales durante los días 21, 22 y 23 de noviembre de 2014, con la colaboración del CIEM (Centro Internacional de Encuentros Matemáticos de la Universidad de Cantabria).

Se abordó esta temática, clave en la educación matemática, considerando que el Informe PISA 2012 (centrado en la evaluación de la competencia matemática) ha sido publicado y la LOMCE comenzaba su implementación. Ambas cuestiones aportaron información fundamental para el análisis y la reflexión sobre el nuevo papel otorgado a la Estadística y la Probabilidad en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además del seminario se obtiene este documento, que refleja las opiniones que los miembros de la FESPM sostienen a este respecto, así como las recomendaciones que se han de formular tanto a las Administraciones Educativas como a los profesores y a otros estamentos sociales involucrados en la educación. También contiene las propuestas de actuación futura a los órganos de gobierno de la Federación con respecto al tema del seminario.

123
SUMO⁺
82

FESPM

Los objetivos que pretendía esta actividad eran analizar el carácter fundamental de la educación matemática como objetivo docente, profundizar en los resultados en las pruebas PISA relacionados con la Estadística y Probabilidad, reflexionar sobre el papel que se le otorga en los nuevos currículos, desarrollar estrategias para mejorar su enseñanza y aprendizaje y revelar la Estadística y la Probabilidad como parte fundamental de la educación matemática.

Comité organizador

- Agustín Carrillo de Albornoz Torres, secretario general de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).
- Juana M^a Navas Pleguezuelos, secretaria de formación de la FESPM.
- Claudia Lázaro del Pozo, tesorera y secretaria de relaciones internacionales de la FESPM (Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria-SMPC).

Conferencias

La conferencia inaugural, a cargo de D. Antonio Moreno, con el título *Panorama de la situación de la educación estadística y de la probabilidad en España*, comenzó por la definición de las necesidades de la educación estadística y probabilística, y de la caracterización de la situación en la que se encuentra.

Luego enumeró algunos de los motivos para educar en y con estadística y probabilidad:

- Adquirir la capacidad de lectura de gráficos y datos estadísticos como parte del lenguaje de los sistemas de comunicación.
- Utilidad de los conocimientos de estadística en muchas profesiones.
- Ayuda al desarrollo del pensamiento crítico.

- Se trata de un conocimiento de aplicación transversal en el desarrollo curricular.
- Supone enseñar una visión no determinista, complementaria a la visión habitual del currículo.

Se planteó si mañana la sociedad necesitará lo mismo que hoy y posteriormente se analizaron los factores que influyen en el diseño de la enseñanza de la estadística y la probabilidad: socio-culturales —la sociedad posmoderna—, políticos —estadística y toma de decisiones—, tecnológicos —estadística y tecnología— y profesionales —influencia de los profesionales en la educación estadística—, aludiendo a la importancia de la formación de profesores noveles.

La conferencia de D.^a Carmen Nieto: *Algunas experiencias y reflexiones sobre la enseñanza de la Estadística en España*, nos presentó la situación de la universidad, que no es ajena a la situación de la enseñanza de la Estadística en los estudios preuniversitarios. En las conferencias interuniversitarias anuales se recoge el análisis y se plantean iniciativas para la mejora de esta enseñanza.

A pesar de que los grados universitarios de Estadística tienen buena inserción laboral, tienen una baja demanda. Los contenidos de Estadística y Probabilidad en los niveles preuniversitarios, ¿son suficientes?

Se plantea una hipótesis: este perfil profesional es desconocido en la sociedad.

Para combatir este desconocimiento se plantean una serie de actuaciones, como la Incubadora de sondeos, cursos de Formación del profesorado, la Olimpiada estadística, las actividades en la Semana de la Ciencia, la encuesta *online* a profesores de matemáticas en la Comunidad de Madrid,

la Mesa redonda por el Año Internacional de la Estadística y otras.

En la parte de Experiencias de aula: *Incubadora de sondeos*, D.^a M^a Jesús Casado nos expuso su doble experiencia dentro de este certamen, como profesora participante con un grupo de alumnos y alumnas en algunas ediciones, y como jurado en la fase gallega de este concurso, en otra edición.

pretendía [...] revelar la
Estadística y la Probabilidad
como parte fundamental de la
educación matemática

Grupos de trabajo:

En un mundo inmerso en datos, la necesidad de formación estadística del ciudadano medio ya no es discutible. Todos estamos de acuerdo en su influencia en nuestras vidas: la subida de salarios y de los impuestos, la aplicación o modificación de normas y leyes, la construcción de escuelas y hospitales..., la simple lectura de un periódico requiere de conocimientos de estadística para entender el significado de las tablas de datos, índices y gráficos que aparecen en él, y sin embargo, muy frecuentemente, banalizamos su enseñanza, la reducimos a unas clases de cálculo de parámetros o simplemente la dejamos olvidada al final del temario al que nunca llegamos.

Es necesario un cambio de actitud, un planteamiento firme en cuanto a los tiempos y las formas, en cuanto a lo que es y no es necesario conocer, y lo que al final todos debemos aprender; un cambio en los objetivos de aprendizaje y en la metodología, que unidos a los recursos, llevarán al resultado esperado, un ciudadano crítico y responsable que interpreta de forma correcta los datos que rodean su vida.

El trabajo de los grupos se articuló en torno a los siguientes tópicos:

- Grupo I. Análisis del papel de la Estadística y la Probabilidad en el currículum, cuya coordinadora fue Maite Navarro.
- Grupo II. Estrategias para la mejora de la educación en Estadística y Probabilidad, donde ejerció de coordinadora M.^a Jesús Casado.
- Grupo III. Recursos y materiales para trabajar en el aula la Estadística y la Probabilidad, que coordinó Juan A. Espinosa.

El grupo I, *Análisis del papel de la Estadística y la Probabilidad en el currículum*, ha partido del análisis de la estadística y la probabilidad en el currículum vigente de primaria, con el fin de hacer sugerencias hacia los de secundaria, teniendo en cuenta las conclusiones de los grupos de trabajo de la Federación sobre los diferentes currículos.

*El proceso de enseñanza
aprendizaje, no puede ni debe
estar condicionado por la
existencia de unas pruebas de
evaluación externa*

Se observa que el currículum no especifica cómo trabajar en el aula los *estándares de aprendizaje evaluables*. Se considera que sería importante que los currículos incorporaran unas orientaciones metodológicas para abordar dichos *estándares de aprendizaje evaluables*, que son los que determinan lo que deben saber hacer los alumnos. Sería deseable que dichas orientaciones se presentaran acompañadas de ejemplificaciones.

Las orientaciones del bloque de Estadística y Probabilidad, deberían ir enfocadas a describir, comparar, interrelacionar, interpretar, convivir con la incertidumbre, comunicar y potenciar el pensamiento crítico del alumno.

Las matemáticas en general, y la estadística y la probabilidad en particular, tienen unas características que las hacen imprescindibles en la modelización de la realidad. Es por ello importante que la probabilidad y la estadística, se iniciara, con una metodología adecuada que potencie la reflexión, desde infantil hasta culminar el proceso en 2.º de bachillerato.

Las programaciones, como herramientas de los desarrollos curriculares, evitan que se desatiendan la estadística y la probabilidad. Para abordar el aprendizaje de estos contenidos, debemos plantear tareas con datos y situaciones reales en contextos diferentes.

El proceso de enseñanza aprendizaje, no puede ni debe estar condicionado por la existencia de unas pruebas de evaluación externa. Por ello es necesario que dichas pruebas evalúen las diferentes tipologías de *estándares de aprendizaje evaluables* (analizar, calcular, interpretar,...), y en este sentido, para no repetir errores pasados, las TIC no pueden quedar excluidas de las pruebas de evaluación.

En el grupo II, *Estrategias para la mejora de la educación en Estadística y Probabilidad*, se partió de las cuestiones: ¿Cómo contribuir a mejorar la situación de la educación en Estadística y Probabilidad? ¿De qué manera enseñar en nuestras clases probabilidad y estadística? Se analizaron y revisaron distintas rutinas empleadas en las aulas y actividades que a nuestro juicio pueden servir de

modelo para el profesorado. A partir de ellas se elaboraron una serie de recomendaciones y estrategias que se desarrollan a continuación.

En cuanto a estrategias generales, la metodología en primaria y secundaria se enfoca hacia la consecución del objetivo primordial, formar ciudadanos estadísticamente competentes según la definición expuesta con anterioridad. En el caso del Bachillerato se incorpora la necesidad de una formación adecuada para poder continuar estudios posteriores en cualquier ámbito, ya que se encontrarán con esta materia en la mayoría de las titulaciones universitarias y porque se enfrentarán en algún momento de su posterior desempeño profesional a la recolección y/o análisis de datos para la toma de decisiones o para el modelado y comprensión de fenómenos sometidos a incertidumbre o variabilidad.

la metodología en primaria y secundaria se enfoca hacia la consecución del objetivo primordial, formar ciudadanos estadísticamente competentes

Las estrategias generales que se proponen:

- Cuidar la base desde Primaria.
- Explorar las experiencias/intuiciones/conocimientos previos del alumnado.
- Avanzar sobre los contenidos anteriores.
- Trabajar a partir de situaciones reales y cercanas.
- Conectar la Estadística y Probabilidad con otras materias y con elementos históricos.
- Relacionar el bloque de estadística y de probabilidad con otros contenidos matemáticos.
- Desglosar los bloques en procesos y no en contenidos.
- Utilizar distintas técnicas de aprendizaje según el objetivo a conseguir.

En cuanto a las estrategias en actividades de aula:

- Aprovechar el potencial de las tecnologías para enriquecer el aprendizaje con ejemplos dinámicos.
- Primar la interpretación sobre el cálculo.
- No renunciar a la realización de actividades prácticas por la complejidad teórica.
- Formular buenas preguntas.
- Trabajar a partir de proyectos.

- Difundir las buenas prácticas en estadística y probabilidad.
- Utilizar la participación en concursos como recurso docente.
- Predicar con el ejemplo.

Ambos grupos de estrategias se pueden consultar más ampliamente en el Anexo I. Este grupo también realizó algunas sugerencias sobre la evaluación, volviendo al objetivo inicial que nos marca una guía para los ítems de evaluación, que deberían responder a las habilidades y procesos relacionados con esta competencia. Sin ahondar en la materia, cualquier análisis que se

haga sobre la evaluación pasa por delimitar las tareas que se han ido realizando durante el proceso de aprendizaje, y los materiales empleados, hacer y hacernos preguntas en cada una de estas fases y valorar el grado de aprendizaje conseguido por

nuestro alumnado en cada una de ellas. En definitiva, la evaluación también es una actividad estadística en sí misma, con recogida de datos y análisis posterior.

Expertos en didáctica abogan por buscar la coherencia entre los métodos de enseñanza y los de evaluación. Según el NCTM, la evaluación de conceptos matemáticos se basa en una serie de estándares que abarcan, desde la resolución de problemas hasta la actitud hacia la materia, pasando por la formulación y comunicación entre otros. La evaluación debe incluir procesos cognitivos como pensar y razonar, argumentar, comunicar y modelar, plantear y resolver problemas, representar, etc. Previamente debemos explicar a nuestro alumnado cuáles son los ítems a evaluar y también cuáles serán los instrumentos de evaluación.

Se relacionan algunos de los instrumentos de evaluación que Garfield (1995) propone para el caso de la estadística (Anexo II).

El grupo III, *Recursos y materiales para trabajar en el aula la Estadística y la Probabilidad*, parte de la idea de que los contenidos de la Estadística y la Probabilidad necesitan unas buenas tareas para trabajar en el aula. Para ello se precisaron las características que deben tener las buenas tareas.

Este bloque se presta especialmente a este tipo de trabajo en el aula.

Hay acuerdo unánime en que en la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad se hace imprescindible el uso de materiales y recursos.

En este grupo de trabajo se han intentado identificar asimismo algunos de los aspectos que caracterizan los buenos recursos y materiales para usar en el aula, dado que el principal objetivo es ayudar al profesorado en la búsqueda de esos materiales, herramientas y recursos, y se señalaron los siguientes:

- Uso de materiales variados con especial importancia de los manipulativos y tecnológicos, así como los materiales lúdicos y de tipo sorpresivo.
- Materiales y recursos que permitan la modelización de los fenómenos estudiados y que ayuden a la identificación de las ideas preconcebidas erróneas.
- Actividades contextualizadas adecuadamente, abiertas y participativas y que ayuden a desarrollar el espíritu crítico, plantear y resolver preguntas.
- Para los contenidos de Estadística, actividades completas que involucren todo el proceso de un estudio estadístico, donde el análisis de los resultados y el diseño del estudio tengan más peso que el cálculo de parámetros.

Hay acuerdo unánime en que la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad se hace imprescindible el uso de materiales y recursos

Uno de los aspectos más conflictivos relativos a la enseñanza de las matemáticas es el referido a los materiales y los recursos; y tanto que, en ocasiones, suscita reacciones emocionales y posturas radicalmente encontradas. Nos referimos al nivel concreto del aula, porque a nivel teórico hay gran acuerdo hoy en que el uso de materiales y recursos es necesario. Pero, ¿qué materiales?, ¿qué recursos?, ¿cuándo y cómo usarlos?

Para aprender hay que hacer, y los materiales y recursos permiten que el alumno haga. Tanto para recordar como para comprender, identificar, etc., es importante que el que aprenda haga.

Así mismo, sería conveniente distinguir entre recurso y material: Se entiende por recurso cualquier material, no diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el profesor decide incorporar en sus enseñanzas. Mientras que los materiales se distinguen de los recursos porque, inicialmente, se diseñan con fines educativos, aunque no hay un criterio unificado que delimite ambos conceptos.

Se establece un catálogo de materiales y recursos variados (Anexo III).

La consideración previa a la elección de los materiales y recursos debe ser una profunda reflexión sobre el aprendizaje que pretendemos desarrollar en el alumnado.

En el Anexo IV, se puede encontrar una pequeña selección de materiales, recursos y herramientas con una breve descripción de ellas para orientar la búsqueda.

El carácter transversal de la Estadística y la Probabilidad nos ha permitido mostrar una amplia variedad de recursos y materiales que pueden ser utilizados desde diversos enfoques o propósitos para:

- Desarrollar el pensamiento crítico.
- Fomentar el espíritu científico.
- Detectar ideas preconcebidas erróneas.
- Potenciar la experimentación a pequeña escala, favoreciendo así que el alumnado aprenda de forma activa.
- Estudiar la funcionalidad de las herramientas utilizadas y sus limitaciones.

Propuestas

Desde los diferentes grupos se han hecho las siguientes propuestas a la Administración:

- Mejorar la formación inicial y continua del profesorado es fundamental para el desarrollo de sus competencias profesionales docentes, en particular, en Estadística y Probabilidad, para lo cual el profesorado debería conocer diferentes materiales y re-

cursos, junto a las estrategias para llevarlos al aula y poder optimizar su uso. Además debería ser capaz de reflexionar sobre los resultados obtenidos y valorar la idoneidad del recurso elegido, para mejorar nuestra actuación de cara al futuro.

- Desde la FESPM articular con el MEC, un proyecto para la realización de las orientaciones metodológicas, mencionadas en las conclusiones del grupo I.

Las propuestas a la Federación:

- Desde la FESPM publicar una colección de tareas ricas, de estadística y probabilidad para el aula, generada, por ejemplo, por un grupo de trabajo que tenga en cuenta las investigaciones de los expertos en didáctica de estadística y probabilidad y de las experiencias positivas del profesorado. Dichas tareas deben abarcar desde infantil hasta bachillerato y los tipos de propuestas deben incluir la resolución de problemas, las pequeñas investigaciones, los proyectos, las conexiones con otros bloques de las matemáticas y organizarse en los puntos señalados en la primera parte del documento.
- Desde la FESPM se promueva la formación del profesorado en estadística y probabilidad y su didáctica.
- Proponer que el comité de programas de las JAEM, tengan presente la estadística y la probabilidad en su confección.
- Proponer a los diferentes comités de las Olimpiadas que incorporen, al menos en un problema, que en su resolución se requiera el uso de la estadística y/o la probabilidad.
- Proponer la creación de una asignatura optativa en 2.º de bachillerato «Estadística aplicada», dirigida especialmente al alumnado que desee cursar estudios superiores que requieran conocimientos de estadística.
- Se considera necesaria la creación de un grupo de trabajo para la elaboración de

Se considera necesaria la creación de un grupo de trabajo para la elaboración de un banco de recursos y materiales

un banco de recursos y materiales, con propuestas para trabajar en el aula, ya que este seminario no ha sido más que un primer paso en la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística y Probabilidad.

Anexo I

Estrategias generales

- *Cuidar la base desde Primaria*, donde se recomienda trabajar la probabilidad con situaciones de incertidumbre, recuento y representación. Es aconsejable la lectura de materiales específicos para la docencia a este nivel, como el capítulo referido a este bloque del proyecto Edumat-Maestros (Batanero y Díaz).
- Explorar las experiencias/intuiciones/conocimientos previos del alumnado. Puesto que algunos conceptos de probabilidad no son evidentes y en ocasiones son contrarios a la intuición, debemos hacer hincapié en contrastar este tipo de situaciones con actividades preparadas ex profeso para reformular correctamente estos errores. Ejemplos de aciertos y errores basados en las ideas preconcebidas a distintas edades y experiencias relacionadas pueden consultarse en el artículo *Didáctica de la estadística* (Batanero).
- *Avanzar sobre los contenidos anteriores*. Constantemente se repiten los contenidos iniciales del bloque de Estadística y Probabilidad impidiendo su avance en los cursos superiores, lo que acrecienta el número de estudiantes que acceden a las facultades con escaso o ningún conocimiento sobre estos temas.
- *Trabajar a partir de situaciones reales y cercanas* que ayuden a interpretar el entorno del alumno y le sirvan para tomar decisiones, por ejemplo datos extraídos de los medios de comunicación, prensa, etc., analizando

- los errores que estos pudiesen contener y los enfoques alternativos que pudieran admitir.
- *Conectar la estadística y probabilidad con otras materias y con elementos históricos.* La estadística es una ciencia transversal, que ayuda a la construcción de modelos y extracción de datos de cualquier área, es una «ciencia de servicio» (Cuevas) cuyas técnicas de investigación están sujetas a las demandas de los usuarios, y su presentación debe incorporar situaciones reales en las que la estadística aporta modelos y soluciones a problemas de economía, biología, ciencias sociales, etc.
 - *Relacionar el bloque de Estadística y de Probabilidad con otros contenidos matemáticos;* por ejemplo, se puede trabajar la probabilidad conjuntamente con las fracciones y las proporciones, o las distribuciones en un contexto funcional.
 - *Desglosar los bloques en procesos y no en contenidos.* La secuencia y las actividades a realizar pueden variar notablemente si se estructura en función del primero y no del segundo. Se busca que el estudiante explore, compare, sistematice, ordene, clasifique, argumente, modelice, etc. Un ejemplo de secuencia por niveles de desempeño puede verse en el Mapa de Progreso elaborado por el Ministerio de Educación Peruano (IPEBA)
 - *Utilizar distintas técnicas de aprendizaje según el objetivo a conseguir.* Las tareas deben estar repartidas de forma equilibrada entre la comprensión e interiorización de conceptos, la ejecución de algoritmos (no necesariamente manuales), la modelización de situaciones y la interpretación de resultados, desarrollándose de forma individual o grupal según el caso:
 - individual, para conceptos y técnicas de cálculo.
 - en equipo, para la recogida de datos, interpretación y toma de decisiones.

Se busca que el estudiante explore, compare, sistematice, ordene, clasifique, argumente, modelice, etc.

- *Aprovechar el potencial de las tecnologías para enriquecer el aprendizaje con ejemplos dinámicos.* Existe una corriente didáctica que apuesta fuertemente por un enfoque dinámico en la enseñanza de la geometría; en este contexto planteamos algo similar, la «Estadística dinámica», entendida como un compendio de actividades que permitan al alumnado el análisis de un conjunto de casos mediante la modificación de datos/parámetros dentro de un mismo problema. Esto es relativamente sencillo de realizar utilizando un paquete estadístico, una hoja de cálculo, o una calculadora (Alpizar). La simulación entra dentro de este apartado, ya que permite obtener múltiples casos de un experimento para un análisis conjunto. En la web de Manuel Sada, *Estadística y probabilidad*, hay nutridos ejemplos de situaciones dinámicas en este bloque.
- *Primar la interpretación sobre el cálculo.* Íntimamente relacionado con el apartado anterior, es posible priorizar la comprensión de los cálculos frente a su realización, disponemos de herramientas que lo permiten y le dan sentido. La propuesta es maximizar el tiempo dedicado a la interpretación de datos y a las características de los parámetros y minimizar el dedicado al recuento y al cálculo.
- *No renunciar a la realización de actividades prácticas por la complejidad teórica.* En las estrategias globales se analizaba la posibilidad del desglose por procesos y no por contenidos, este enfoque enlaza con la posibilidad de trabajar situaciones interesantes por su procedimiento: recuentos, representaciones gráficas, etc., aunque el contenido teórico que subyace se postergue por ser complicado para el nivel del alumnado.
- *Formular buenas preguntas.* Las preguntas definen las tareas, expresan problemas y delimitan asuntos (Elder). Esta afirmación no se refiere solo al bloque que nos atañe, sino a cualquier

contexto de aprendizaje, pero en el caso de la estadística y la probabilidad son vitales para la elaboración de estudios que den lugar a la obtención de buenos resultados. Ante una situación susceptible de modelización

estadística las preguntas nos llevan a las variables, estas al tipo de análisis y su interpretación a las respuestas. La formulación de buenas preguntas pasa por un análisis del problema con una información inicial y una requerida; se puede aprender, enseñar, practicar, y se puede evaluar.

- *Trabajar a partir de proyectos.* Esto lleva consigo enseñar a formularse preguntas, tal como se indicó en el punto anterior, y a buscar respuestas, a través de la obtención y explotación de datos, la elaboración de informes estadísticos, y la exposición de resultados, tanto de forma escrita como oral, adaptándose a la edad y el contexto del alumno. La estadística es idónea para el trabajo por proyectos. El enfoque puede hacerse a través de dos vías: crear proyectos cuyo elemento principal sea un estudio estadístico o bien que este estudio sea parte de un proyecto más amplio. Somos conscientes de que el aprendizaje por proyectos tiene sus dificultades, una de ellas es el tiempo, pero pensamos que merece la pena ya que existen habilidades y competencias que son inherentes a esta metodología y que no surgirán con otro tipo de actividades.
- *Difundir las buenas prácticas en estadística y probabilidad.* Existen portales específicos de difusión de buenas prácticas en el aula, uno de ellos es Eduteka, que desde hace años aporta al profesorado enfoques multidisciplinares y tecnológicos de actividades innovadoras. Cabe destacar una herramienta para la realización de proyectos, que permite a los no iniciados su creación a partir de un modelo estándar; y la parte dedicada al currículo, Matemática Interactiva, que presenta la introducción de con-

La formulación de buenas preguntas pasa por un análisis del problema con una información inicial y una requerida; se puede aprender, enseñar, practicar, y se puede evaluar

tenidos en el aula con este enfoque, entre ellos el de probabilidad y estadística. Otros portales de asociaciones de profesorado, universidades, y colectivos relacionados con la enseñanza de la estadística, la probabilidad y la investigación operativa, como la SEIO, o con organismos oficia-

les como el INE, publican enlaces interesantes con recursos para la docencia. Aun así, se echan en falta más actividades de este bloque con un enfoque como el que venimos relatando hacia la adquisición de competencias.

- *Utilizar la participación en concursos como recurso docente.* En el punto anterior se mencionan organizaciones de profesores que, preocupadas por la enseñanza de la estadística, promueven actividades para su difusión. Entre ellas están los concursos, que sin duda se han convertido en una muestra de buenas prácticas. Por todo ello es deseable que haya una participación cada vez mayor, y que las actividades que se presenten se hayan desarrollado en el contexto escolar, en el aula, dando a todos los alumnos la oportunidad de crear, experimentar, y aumentar su motivación con estos trabajos.
- *Predicar con el ejemplo.* En ocasiones las reuniones de profesionales que debaten un determinado problema se convierten en un reporte de quejas cuyas soluciones no se transmiten a su finalización a la población en general. Es deseable adquirir el compromiso de llevar a nuestras clases los consejos que ponemos en este informe, aportar con nuestro quehacer diario una muestra de la viabilidad del cambio propugnado.

Anexo II

Instrumentos de evaluación que Garfield (1995) propone para el caso de la estadística:

- Observación sistemática de las intervenciones de los alumnos en clase a lo largo

- del curso, revisión periódica de los cuadernos y apuntes de los alumnos.
- Pruebas específicas escritas tipo examen.
- Preguntas realizadas en clase a alumnos particulares o a toda la clase.
- Encuestas breves sobre lo que han aprendido o lo que han encontrado confuso en una clase particular, sobre la actitud de los estudiantes, el contenido del curso o su visión de la estadística.
- Trabajos de síntesis sobre un tema o una colección de lecturas que muestren la comprensión y capacidad de síntesis.
- Proyectos de análisis de datos individuales o colectivos.
- Test de opciones múltiples.
- Problemas para realizar en la clase o como trabajo de casa.
- *Dosieres* donde el profesor va recogiendo información diversa acerca del alumno.
- *Diarios* elaborados por los alumnos con resúmenes de lo aprendido en clase.

Desde el grupo se añaden además, exposiciones orales de los trabajos anteriores, simulaciones con análisis posterior de resultados, elaboración de webs o entradas en blogs, problemas de análisis de datos reales realizados con calculadora o un software estadístico, que incluyan interpretación de resultados, problemas de estadística dinámica hechos con ordenador, etc.

Anexo III

Materiales y recursos

- Manipulativos: dados, fichas de colores, barajas, monedas, chinchetas, ruletas, caramelas, legumbres, etc.
- Audiovisuales: películas, series, vídeos, fotografía, concursos televisivos, etc.
- Herramientas informáticas: hojas de cálculo, *infographics*, GeoGebra, Scratch, R, etc.
- Calculadoras.
- Juegos: didácticos, tradicionales, etc.

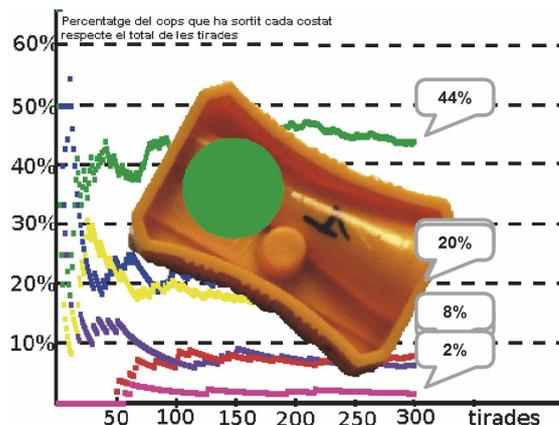
- Contextos reales: medios de comunicación, datos del entorno del alumnado, institutos de estadística, etc.
- Visitas a museos de ciencias, institutos de estadística, etc.
- Textos: libros de texto, boletines de problemas, artículos de revista especializada, publicaciones, etc.
- Recursos en red: Proyecto Gauss, Proyecto Descartes, etc.
- Concursos de estadística.

Anexo IV

A continuación se ofrece una pequeña selección de materiales, recursos y herramientas con una breve descripción de ellas para orientar la búsqueda.

Ejemplo 1 ¿Podemos utilizar un sacapuntas de dado?

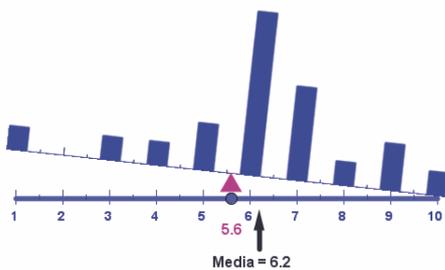
- *Objetivo*: Entender cómo se puede utilizar la frecuencia relativa de los resultados de un experimento aleatorio para asignar probabilidades.
- *Contenidos curriculares*: Recogida de datos, tablas y representaciones gráficas, probabilidad, frecuencia absoluta y relativa.
- *Recursos y materiales*: Scratch, formularios de Google...
- *Cómo utilizarlo*: Ir al enlace (en catalán) <<http://apliense.xtec.cat/arc/node/2219>>.



Ejemplo 2. Visualización de los parámetros de centralización

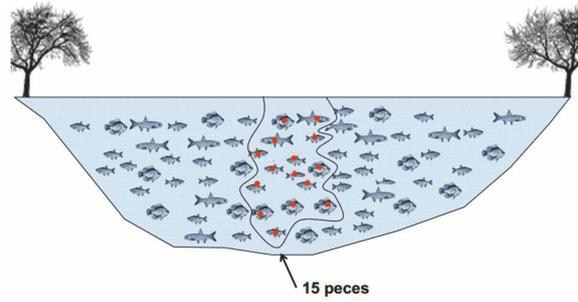
- *Objetivo:* Reflexionar sobre las ventajas e inconvenientes de la utilización de los diferentes parámetros estadísticos de centralización.
- *Contenidos curriculares:* Distribuciones estadísticas unidimensionales.
- *Recursos y materiales:* Hoja de cálculo (Excel o GeoGebra). Las aplicaciones ya preparadas del Proyecto Gauss:
<http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_recuento.htm>
<http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/medidas/media_aritmetica/actividad.html>
- *Cómo utilizarlo:* Desde una tabla de datos significativa para el alumno, establecer variaciones en los datos y reflexionar sobre cómo afecta esta variación a los diferentes parámetros de centralización.

Mostrar la media aritmética



Ejemplo 3. ¿Cuántos peces hay en el lago?

- *Objetivo:* Potenciar la experimentación en el aula introduciendo las técnicas de captura/recaptura.
- *Contenidos curriculares:* Técnicas de conteo. Proporcionalidad. Frecuencia relativa.
- *Recursos y materiales:* garbanzos, recipiente/ bolsa y rotulador.



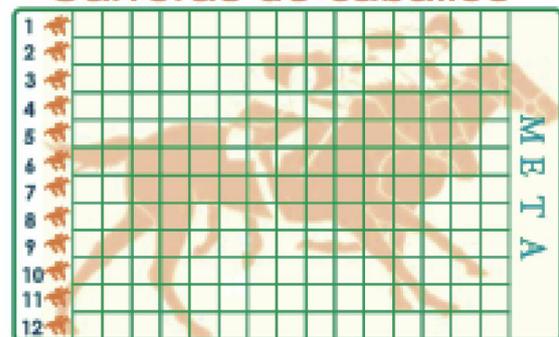
- *Cómo utilizarlo:* Se motiva la actividad planteando la pregunta de cómo contar, por ejemplo, poblaciones de animales. Se ofrece como posible procedimiento el siguiente.

Se muestra un conjunto de garbanzos y se pregunta cómo podemos saber cuántos hay. Para ello, se recogen unos cuantos, se pintan con un rotulador y se mezclan con los demás. Se vuelven a recoger unos cuantos y usando técnicas de captura/recaptura <https://es.wikipedia.org/wiki/Técnica_de_marcaje_y_recaptura> se estima cuántos había en un principio. En esta conferencia, <http://www.uv.mx/eib/curso_pre/videoconferencia/documents/PecesTaxis.pdf>, Pere Grima explica con detalle esta técnica.

Ejemplo 4. Juego del Hipódromo

- *Objetivo:* Acercamiento intuitivo a la probabilidad.
- *Contenidos curriculares:* Concepto de probabilidad. Frecuencia. Sucesos no equiprobables.

Carreras de caballos

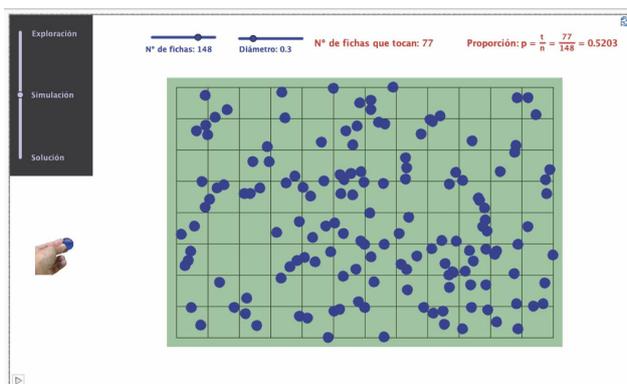


- *Recursos y materiales:* Tablero, fichas y dados.
- *Cómo utilizarlo:* (12 jugadores/equipos) En cada turno un jugador tira los dos dados y el jugador cuyo número sea la suma de los dados avanza una casilla hacia la meta. Gana el caballo que llega antes a meta.

Antes de empezar la partida se les dice a los alumnos que elijan un caballo, al azar. Después se les dice las reglas. Al juego le seguirá el análisis del experimento aleatorio *suma de las puntuaciones obtenidas en dos dados*.

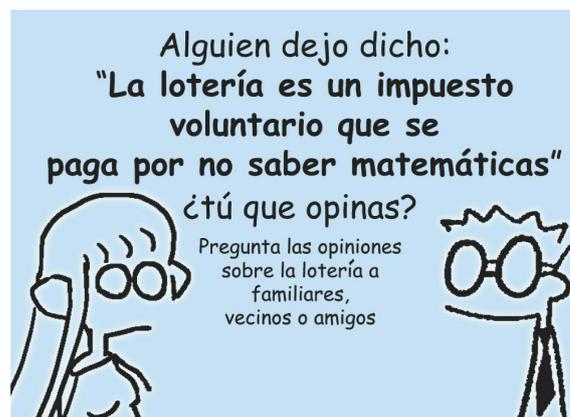
Ejemplo 5. Fichas sobre una cuadrícula

- *Objetivo:* La frecuencia relativa como medida de probabilidad. Importancia de la modelización en la resolución y análisis de problemas de azar.
- *Contenidos curriculares:* Concepto de probabilidad. Asignación de probabilidades. Frecuencia y probabilidad. Modelización.
- *Recursos y materiales:* Proyecto Gauss. http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/estimacion/fichas_cuadrícula/actividad.html
- *Cómo utilizarlo:* *Applet* de GeoGebra, incluido en el Proyecto Gauss. Se trata de calcular la probabilidad de que una ficha lanzada sobre una cuadrícula toque o no una línea de la cuadrícula. Permite la posibilidad de explorar el experimento, simularlo y finalmente buscar y visualizar la solución.



Ejemplo 6. La lotería con granos de arroz

- *Objetivo:* Visualizar fenómenos aleatorios de probabilidad muy pequeña como la lotería, utilizando materiales cotidianos como los granos de arroz.
- *Contenidos curriculares:* Concepto de probabilidad. Probabilidades. Proporciones. Introducción al concepto de esperanza matemática.
- *Recursos y materiales:* Tres kilos de arroz, una balanza de cocina, un recipiente para contenerlos. El documento de *Ven x + matemáticas* con esta actividad. Una presentación para introducir el tema.
- *Como utilizarlo:* Investigamos cuántos números hay en la lotería de navidad. Para tener tantos granos como números, pesamos un pequeño puñado de arroz y contamos cuántos granos hay en él. Con un cálculo proporcional, deducimos que 100 000 granos son aproximadamente 2,6 kg. Pintamos un grano con un rotulador rojo y lo mezclamos con los 2,6 kg. Que toque el gordo es equivalente a extraer precisamente el grano rojo sin mirar.



Ejemplo 7. El problema de las tres fichas

- *Objetivo:* Potenciar la experimentación en el aula. Elaboración de hipótesis. Practicar situaciones de no equiprobabilidad.

- *Contenidos curriculares:* Concepto de probabilidad. Probabilidades. Proporciones. Introducción al concepto de esperanza matemática.
- *Recursos y materiales:* Cartulinas roja y blanca. Tres sobres.
- *Cómo utilizarlo:* El profesor lleva a clase tres cartulinas del tamaño de tarjetas postales y tres sobres indistinguibles para meterlas. Una tarjeta tiene dos caras rojas, otra las dos blancas y la tercera tiene una cara roja y otra blanca. Las muestra a los alumnos, las mete en los sobres, los mezcla y los coloca en la mesa. A continuación un alumno elige uno de los sobres, el profesor saca con cuidado la tarjeta, enseña una sola de las caras y pide al mismo alumno que trate de acertar el color de la otra cara.

Una vez explicado el experimento, el profesor debe preguntar cuál es la probabilidad de acertar. Los alumnos opinarán y parece que, como hay igual número de caras de cada color, decidirán posiblemente que la probabilidad es $1/2$. Pueden razonar erróneamente diciendo que si la tarjeta que vemos es roja, no se puede tratar de la tarjeta blanca-blanca, luego puede ser la Roja-Roja o la Roja-Blanca, por lo que la otra cara tiene dos posibilidades. Es muy posible que algún alumno diga que esas posibilidades no son iguales ya que el rojo tiene doble posibilidades porque hay dos caras rojas en una misma tarjeta. Para comprobar si tiene razón se realiza el experimento.

Se pide ahora a los alumnos que participen en el experimento y se pone en la pizarra una tabla para rellenar con sus opiniones, *R* y *B* de la forma:

Ve										
dice										
era										

A la vista de la tabla rellena se deducirá que la mejor táctica es: *predecir que es del mismo color que vemos*. Si vemos *R*, es claro que no es la tarjeta *BB*, puede ser la *RB* o la *RR*, esta con doble probabilidad que la otra.

Ejemplo 8. El problema de Monty Hall

- *Objetivo:* Poner de manifiesto la delicada relación entre intuición y probabilidad.
- *Contenidos curriculares:* Concepto de probabilidad. Asignación de probabilidades. Modelización.
- *Recursos y materiales:* Proyecto Gauss. http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/estimacion/monty_hall/actividad.html
- *Cómo utilizarlo:* Applet de GeoGebra, incluido en el Proyecto Gauss que permite modelizar el famoso problema de las tres puertas o de Monty Hall, que se describe a continuación.

En un programa de televisión el concursante que ha llegado a la final debe jugar contra el presentador el juego de las tres puertas, que consiste en que el presentador enseña tres puertas cerradas y dice que detrás de una de ellas está el premio, que es un coche. El concursante debe elegir una de las tres puertas, numeradas 1, 2 y 3, a continuación el presentador enseña una de las otras dos y todos ven que el coche no está ahí, ofreciendo al concursante la posibilidad de cambiar la elección que hizo.

¿Qué es mejor para el concursante, cambiar de puerta o mantenerse con la que escogió?



Ejemplo 9. Correlación y regresión

- *Objetivo:* Deducir el tipo de relación existente entre dos cosas que varían, adquirir el concepto de regresión y conseguir efec-

- tuar estimaciones con las rectas de regresión conociendo la fiabilidad de las mismas.
- *Contenido curricular*: Estadística bidimensional. Correlación y regresión.
 - *Materiales y recursos*:
<<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/e3regresion.htm>>
 - *Cómo utilizarlo*: El alumno abre el documento de GeoGebra y trabaja con el completando las cuestiones que se plantean o proponiendo otras según el grupo de alumnos que lo trabajan

Referencias bibliográficas

- BATANERO, C. (2001), *Didáctica de la Estadística*, Universidad de Granada, Granada.
- BATANERO, C., y J. DÍAZ (2002), *Estocástica y su didáctica para maestros*, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada.
- CUEVAS, A. (2004), «El análisis estadístico de grandes masas de datos: algunas tendencias recientes», *De la aritmética al análisis: historia y desarrollos recientes en matemáticas*.
- «EDUTEKA-Matemática Interactiva-Lecciones.» 2007. 8 Dec. 2014
<<http://www.eduteka.org/MI/>>
[8 de diciembre de 2014]
- ELDER, L., y otros (2002), «El arte de formular preguntas esenciales», *Basado en conceptos de pensamiento crítico y principios socráticos*, Fundación para pensamiento crítico, 1-39.
- «Estadística y Probabilidad - dpto6.educacion.navarra.es.» (2010).
<<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/azar.htm>>
[8 de diciembre de 2014]
- GARFIELD, J. B. (1995) «La evaluación del aprendizaje de la estadística», *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, n.º5, 5-14.
- IPEBA (2013), *MATEMÁTICA: Estadística y probabilidad-SINEACE*.
<http://www.ipeba.gob.pe/estandares/MapasProgreso_Matematica_EstadisticaProbabilidad.pdf> [Diciembre de 2014]
- «Plantas aleatorias», *Geometría Dinámica*.
<<http://www.geometriadinamica.cl/2014/01/plantas-aleatorias/>>
[8 de diciembre de 2014. Este blog fue uno de los impulsores en su día de la geometría dinámica. Este artículo muestra el modelado geométrico de plantas basado en técnicas fractales mejorado con la introducción de la aleatoriedad en su crecimiento.
- «Proyectos Clase - > pág.: 1 - Eduteka» (2011)
<<http://www.eduteka.org/proyecto/>>
[8 de diciembre de 2014]
- VARGAS, M. A. (2008), «Herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística», *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, n.º 3.