Suma+ 78
SECCIONES
Marzo 2015
pp. 83-87

El tangram chino y otros rompecabezas geométricos

Recordando a «Coque» Pazos

CARME BURGUÉS FLAMARICH

Es cierto que los tiempos cambian que es una barbaridad. Sin embargo, hay cosas que mantienen su vigencia a lo largo de los años. En estos últimos tiempos donde la tecnología predomina como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, algunos recordamos con cuanta ilusión introdujimos en nuestras clases materiales manipulables que encontrábamos en libros, jugueterías o tiendas similares. Los tangrams son un ejemplo de los pasatiempos que se han convertido en recursos matemáticos.

Recuerdo a mis alumnos de sexto curso (1975-76) compitiendo por componer las figuras típicas del tangram chino de 7 piezas y como esto nos llevó a la idea de áreas equivalentes. Recuerdo un librito de Mª Antonia Canals y Rosa Foix en el que proponían actividades para trabajar diferentes ideas de geometría plana. Recuerdo a Manuel Pazos «Coque» vestido de chino mandarín (figura 1) en la feria matemática Matemagnum de Barcelona (1999) proponiendo actividades con tangram a todo el que se acercaba a su mesa en mitad de una sala enorme del INEF.

Así que, en esta ocasión, queridos lectores de *Suma,* les quiero proponer un «revival» del mundo de los tangram y otros rompecabezas geométricos, ya sea en versión tangible o virtual.

Vale la pena...

Artículo solicitado por *Suma* en noviembre de 2014 y aceptado en enero de 2015

Como de costumbre justificaré mi elección basándome en la utilidad que los recursos pueden tener para los educadores matemáticos sumamente comprometidos con la mejora del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas. Y, en esta ocasión, no les negaré que tengo también una justificación de orden personal, y es la de dedicar esta sección a «Coque» Pazos, magnífico maestro y especial amigo.

Los tangram, sencillos en apariencia, están diseñados de tal modo que resultan potentes recursos para experimentar e investigar temas matemáticos desde preescolar a bachillerato. Se trata de conjuntos de polígonos u otras figuras planas, con algunos lados iguales, lo que permite que se puedan unir lados completos para formar nuevas figuras. Aunque nadie prohíbe que se puedan unir de otro modo e incluso que se puedan superponer. Habitualmente, las piezas se obtienen diseccionando un polígono inicial.

La obtención de nuevos polígonos a partir de dos o más piezas del rompecabezas permite plantear actividades experimentales como la obtención de todas las figuras posibles que se pueden formar con un grupo concreto de piezas. Por ejemplo, en el caso de dos triángulos rectángulos isósceles, ver que se pueden componer un cuadrado, otro triángulo rectángulo isósceles de área doble y un romboide. Si miramos atentamente el tangram chino (figura 2) veremos que la unión de los triángulos menores permite formar estos polígonos, que además son tres de las otras piezas del tangram.

En otros tangram también se da la circunstancia de que de la reunión de 2 o 3 piezas resulta otra de las piezas del juego. Esto favorece la idea de que un área puede expresarse como suma o diferencia de áreas. El hecho de estar el resultado en el propio conjunto de piezas favorece la percepción de la propiedad.

Poder formar figuras diversas con las mismas piezas conduce a la equivalencia de áreas de polígonos distintos (en propiedades y/o en número de lados). La necesidad de situar las piezas en posiciones poco habituales para los alumnos amplia el dominio del plano y del espacio, especialmente en la Educación Primaria. Es importante destacar que, saber percibir una forma en posiciones diversas implica, mas que memoria, discriminación de características y propiedades.

Con el tangram chino (figura 2) es posible obtener polígonos convexos formados con las 7 piezas (figura 3) e investigar las sumas de los ángulos interiores. Es posible también usar los ángulos de las piezas del tangram para diseñar un polígono (como se hace con el objetivo de una cámara fotográfica (figuras 4) y obtener las sumas de los ángulos exteriores.

Se puede investigar si las distintas piezas recubren el plano, obteniendo mosaicos diversos. Comprobar si los ángulos o los lados son decisivos. También podemos proponer experimentar con dos piezas distintas al mismo tiempo.

Figura 1. Fernando Corbalán, «Coque» Pazos y Claudi Alsina

Figura 2

En las figuras constituidas por las mismas piezas pueden explorarse los perímetros respectivos. La gama de posibilidades es amplia, figuras con igual área y perímetro, con igual área y distinto perímetro, con igual área y distinto número de lados, etc. Puede llegarse incluso a inferir qué formas son las que, a igual perímetro, tienen la mayor o la menor área. El hecho de comparar figuras con igual área proporciona algunos métodos de cálculo de áreas, como la descomposición, la duplicación, la diferencia, etc.

Algunas demostraciones, como el teorema de Pitágoras, se pueden interpretar como problemas de transformación de áreas o suma de las mismas, usando tangram diseñados con esta idea. Algunas de las numerosas demostraciones visuales del teorema nos las proporcionan tangram concretos. Igualmente, se pueden resolver ecuaciones de primer o de segundo grado.

Las relaciones entre las áreas de las piezas del rompecabezas favorece la conexión con temas numéricos como el de las fracciones. En el tangram cuadrado (figura 2), aparecen fracciones distintas según la pieza que se tome como unidad. La opción mas simple es que la unidad sea el cuadrado total. En algunos tangram como el rectangular o pitagórico (figura 5) la obtención de las diversas fracciones requiere estrategias mas complejas. Y en el triangular de J. LLibre (figura 6), las relaciones entre las diversas piezas son mas asequibles.

En algunos casos, como en el tangram cuadrado (figura 2) las relaciones entre las longitudes de los lados de las piezas, permiten comprobar que la raíz cuadrada de 8 (diagonal del cuadrado total) equivale a 2 veces la raíz cuadrada de 2 (longitud de los catetos de los dos triángulos mayores), suponiendo que el lado del cuadrado total es 2 (figura7). Si se asignan valores pares a los lados del cuadrado total se resuelven otros casos de simplificación, llegando de este modo a deducir la regla general. Aquí tienen pues un modo visual-geométrico de simplificar radicales.

Figura 3

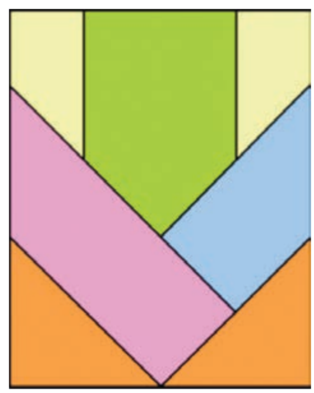

Figura 5

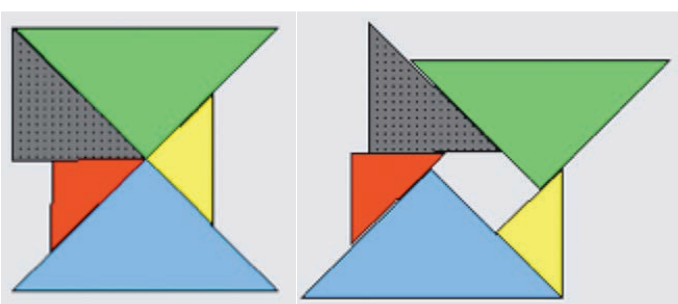

Figura 4

Figura 6

Una vez visto esto, si a los lados del cuadrado total se asignan valores impares, entonces se puede deducir la regla de racionalización de fracciones (figura 7). Este es un ejemplo de cómo la experimentación con materiales permite encontrar un patrón y, a la vez, justificar su validez en casos particulares. Está claro que luego hay que abordar el caso general y justificarlo, pero es bien distinto para los alumnos, aunque sean de Bachillerato, partir de una situación concreta.

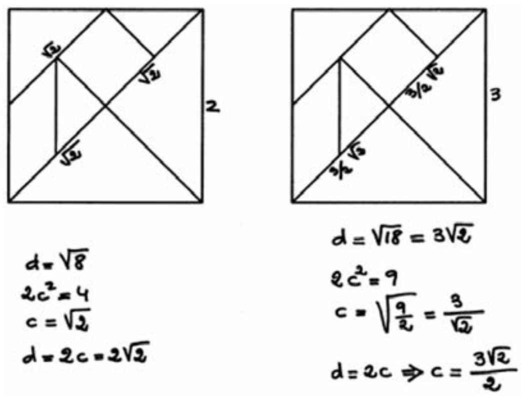

Figura 7

¿Qué ocurre si doblamos las longitudes de los lados de un tangram? ¿Se mantienen las relaciones estudiadas? ¿Qué ocurre con las áreas? Estas son preguntas que introducen en la idea de forma y proporcionalidad a edades tempranas. O con alumnos mayores, si alineamos los triángulos rectángulos del tangram chino, ¿qué ocurre con las hipotenusas? ¿Qué propiedades tienen en común el tangram chino y el triangular?

Desde la aparición del primer libro en castellano sobre el tangram chino han sido muy numerosas las propuestas de actividades matemáticas con este juego. Según parece se trata de un pasatiempo muy anterior a su primera publicación en China en el siglo XVIII que se expandió rápidamente por Europa y Estados Unidos. Tanto en un caso como en el otro pronto aparecieron simultáneamente ideas para su uso docente.

Este rompecabezas ha dado lugar a otros «tangram», algunos de inventor conocido como los de Fletcher o de Jaume LLibre (figura 6). Me ha parecido curioso encontrar este último en muchas páginas web que no mencionan a su autor. Para que conste, Jaume lo inventó mientras estaba de milicias (servicio militar de los universitarios), como una manera de combatir el tedio. Es muy interesante, no solo por favorecer la relación entre polígonos, sino para trabajar algunas fracciones sencillas: equivalencias, suma y resta. Muchos maestros y profesores han hecho contribuciones pedagógicas al uso de estos rompecabezas. Tantas que es imposible recogerlas todas.

Por lo que respecta a la cuestión de si usar tangram en madera o cartón u optar por la versión virtual, la respuesta es: ambas. Empezar por la material, dando un rompecabezas preparado (recortado o por recortar), después estudiar como reproducirlo apreciando las propiedades que se ponen en juego en la obtención de las piezas, hacer algunos ejemplares de colores distintos para poder comparar soluciones simultáneamente y, cuando se ha experimentado un tiempo, facilitar alguna de las propuestas virtuales.

Estoy convencida que ambas opciones tienen sus bondades. Por ejemplo, en el caso virtual hay que actuar conscientemente para girar una pieza en una posición exacta y situarla, tarea menos reflexiva en una versión manipulativa. Por el contrario, los alumnos tienen mayor libertad a la hora de experimentar manipulativamente como ocurre, por ejemplo, al superponer piezas para obtener polígonos estrellados.

Hay otros materiales que entran en la categoría de rompecabezas matemáticos como los pentaminos (poliminos en general), demostraciones del teorema de Pitágoras, hexadiamantes (versión de los poliminos usando triángulos equiláteros iguales), etc.

Después de experimentar con ellos pueden proponer a sus alumnos que creen alguno. Pueden empezar por diseccionar figuras como cuadrados y rectángulos, a condición de que puedan unirse las piezas y obtener nuevas formas.

Entre las webs citadas al final encontraran una propuesta de tangram 3D, un par de páginas con applets para manipular virtualmente, otra para obtener el diseño del tangram cuadrado mediante plegado de papel y también una página argentina con una larga colección de diferentes tangram.

Para terminar, quiero contarles algo que no se si conocen. Coque no era el único maestro que, si convenía, se disfrazaba para estimular el aprendizaje de las matemáticas. Un profesor de Corea del Sur llamado Jong-Soo Bae daba sus clases de matemáticas en los primeros cursos de Primaria vestido de Pierrot y reservaba un disfraz de la talla de sus alumnos como premio a un buen trabajo. Otra cosa que tenían ambos en común era el uso de los materiales manipulativos y una enseñanza basada en la experimentación y el razonamiento.

A pesar de que todo parece cambiar a velocidad de vértigo, mantengan la calma y decidan qué cosas no tienen porqué desaparecer de sus clases.

Algunas referencias

Canals, Mª A., y R. Foix (1973), *Tangram: iniciación experimental al conocimiento de las formas y de superficies*, Teide, Barcelona [adaptación de la obra de Fletcher e Ibbotson].

Elffers, J. (1976), *El Tangram. Juego de formas chino*, Barral, Barcelona.

Fletcher, D., y J. Ibbotson (1973), *Tangram: iniciación experimental al conocimiento de formas y de superficies*, Teide, Barcelona.

Llibre, J. (1977), *El Tangram de los 8 elementos*, Barral, Barcelona.

<http://edumat.uab.cat/materials/Index.php?opcio=mostra_familia&id=12>

<http://nrich.maths.org/552>

<http://www.archimedes-lab.org/tangramagicus/pagetang4.html>

<http://mathforum.org/trscavo/tangrams/construct.html>

<http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_112_g_2_t_4.html?open=activities&from=category_g_2_t_4.html>

<http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=6384>

<http://www.juegotangram.com.ar>

<http://www.arrakis.es/~mcj/tangram.htm>

Carme Burgués Flamarich
Universitat de Barcelona
<valelapena@revistasuma.es>